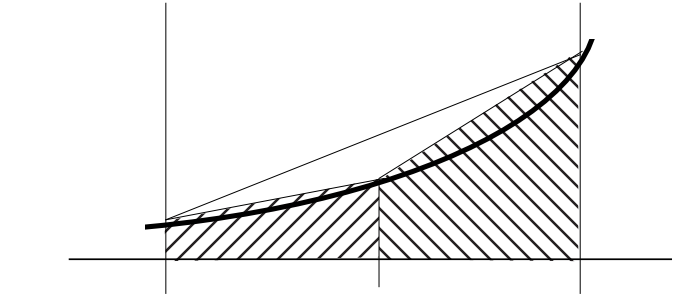
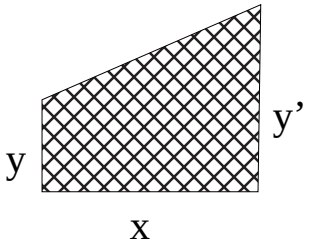
Parallele Berechnungsschemata und verteilte Terminierung

Einfaches Beispiel: Berechnung einer Fläche
(numerische Integration: Trapezmethode)





$$A = x \frac{y + y'}{2}$$

Prinzip:
- x-Intervall iterativ / rekursiv halbieren bis zu einem *Stop-Kriterium*
- Teiltrapezflächen dann aufaddieren

Beachte: Mathematische Aspekte hier ausgeklammert!

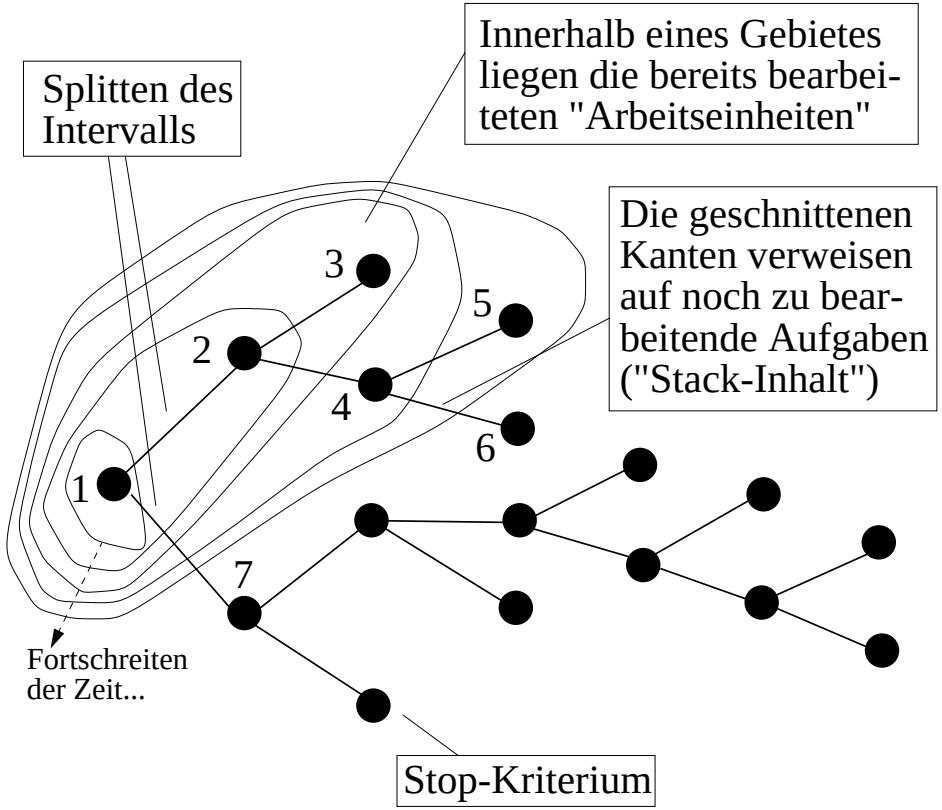
Mögliche *Stop-Kriterien*:

- berechnete Trapezfläche bis auf ε gleich halber Fläche des vorher. Intervalls
- Steigung Sekante / Mitteltangente nahezu gleich

Sequentielle Berechnung

- Iterative bzw. rekursive Berechnung ist (uns) klar

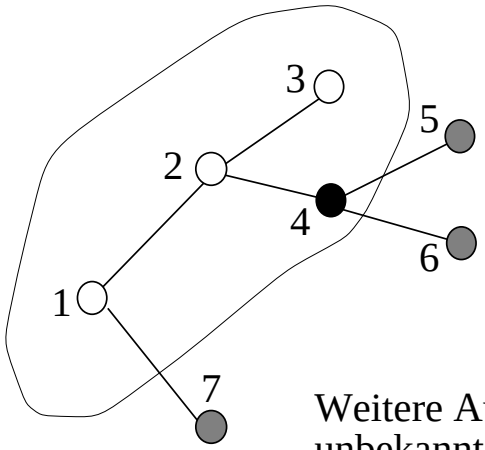
- *Visualisierung:*



- Teilflächenwerte stehen an den Blättern!

Parallelisierung

"Schnappschuss" der sequentiellen Berechnung:

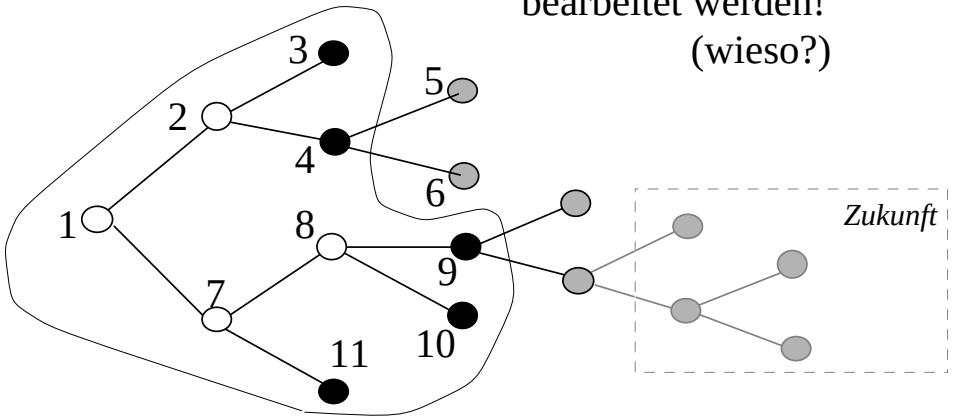


- Aufgabe 4 wird gerade bearbeitet
- Aufgaben 5, 6 und 7 sind bereits "generiert"
- Aufgaben 1, 2 und 3 sind bereits bearbeitet

Weitere Aufgaben sind noch unbekannt, werden erst später generiert

---

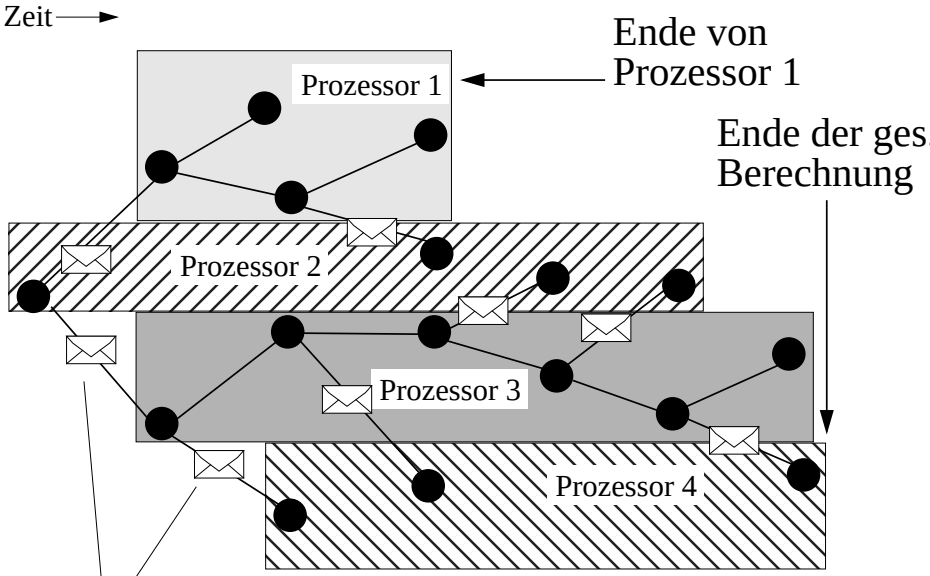
Parallelisierung: Aufgaben 3,4,9,10,11 *können* gleichzeitig bearbeitet werden! (wieso?)



"Zeithorizont" dehnt sich in mehrere Richtungen gleichzeitig aus

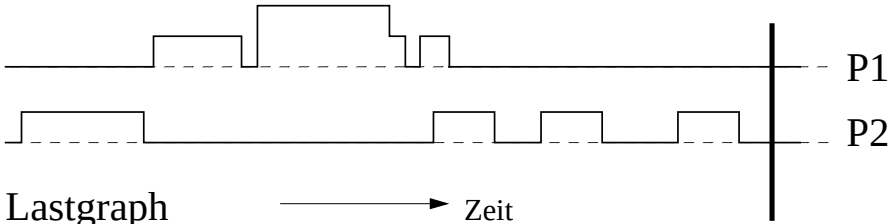
Lastausgleich und Terminierung

Hier globale Sicht:



Übermittlung von Arbeitseinheiten an andere Prozessoren

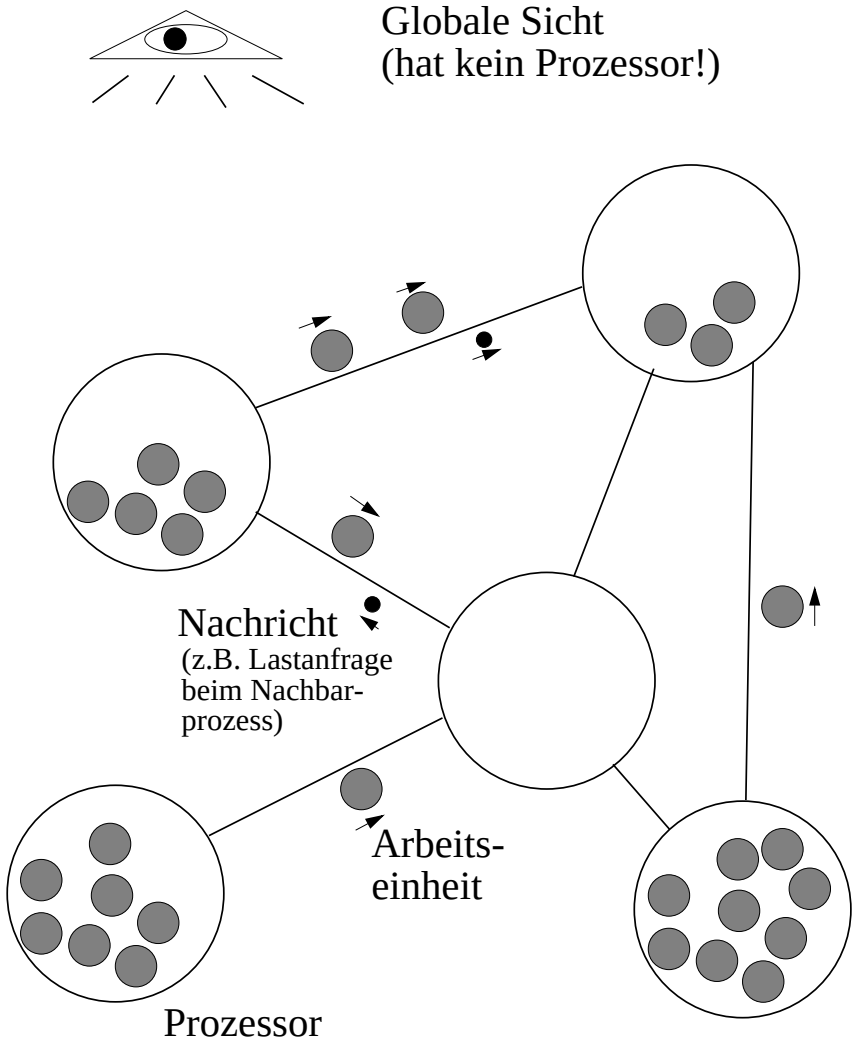
a) neu entstandene Einheiten
b) Lastausgleich



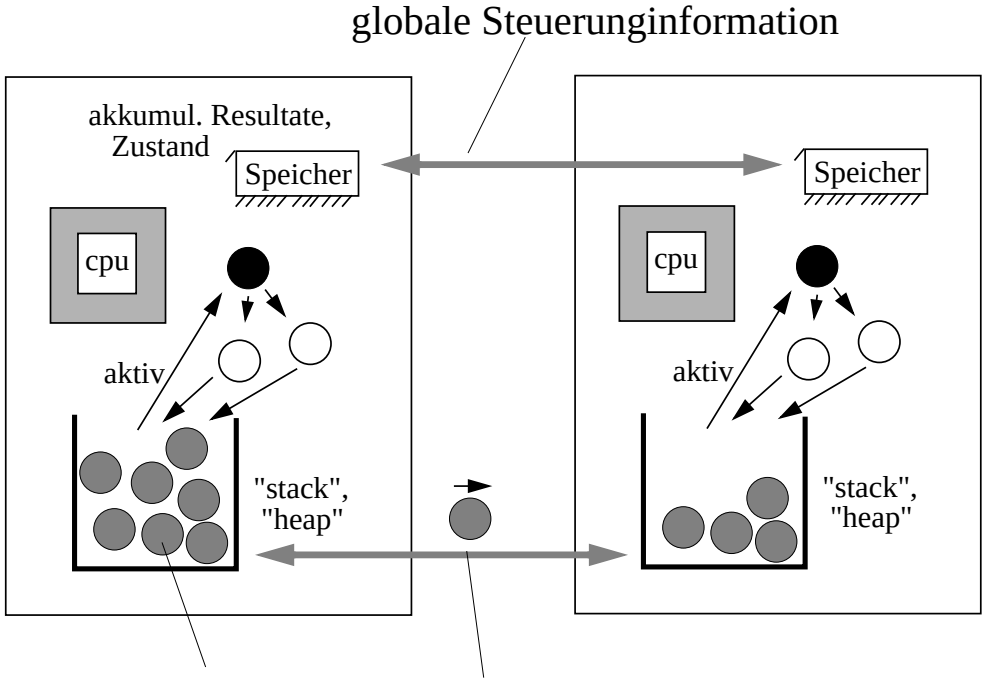
(keiner hat mehr etwas zu tun)

Terminiert, wenn Last überall 0 und nichts "unterwegs"

Globaler Schnappschuss einer Berechnung



"Operationale" Sichtweise



ist insbes. bei kombinatorischen Optimierungspro-blemen wichtig!

--> an allen "hot spots" gleichzeitig arbeiten ("schnelle Lösung")

--> keine Prozessoren idle lassen

Was *ist* Last? (Mass für Last?)

Wie funktioniert Lastausgleich?

--> verschiedene Modelle, Strategien, Heuristiken, Verfahren...

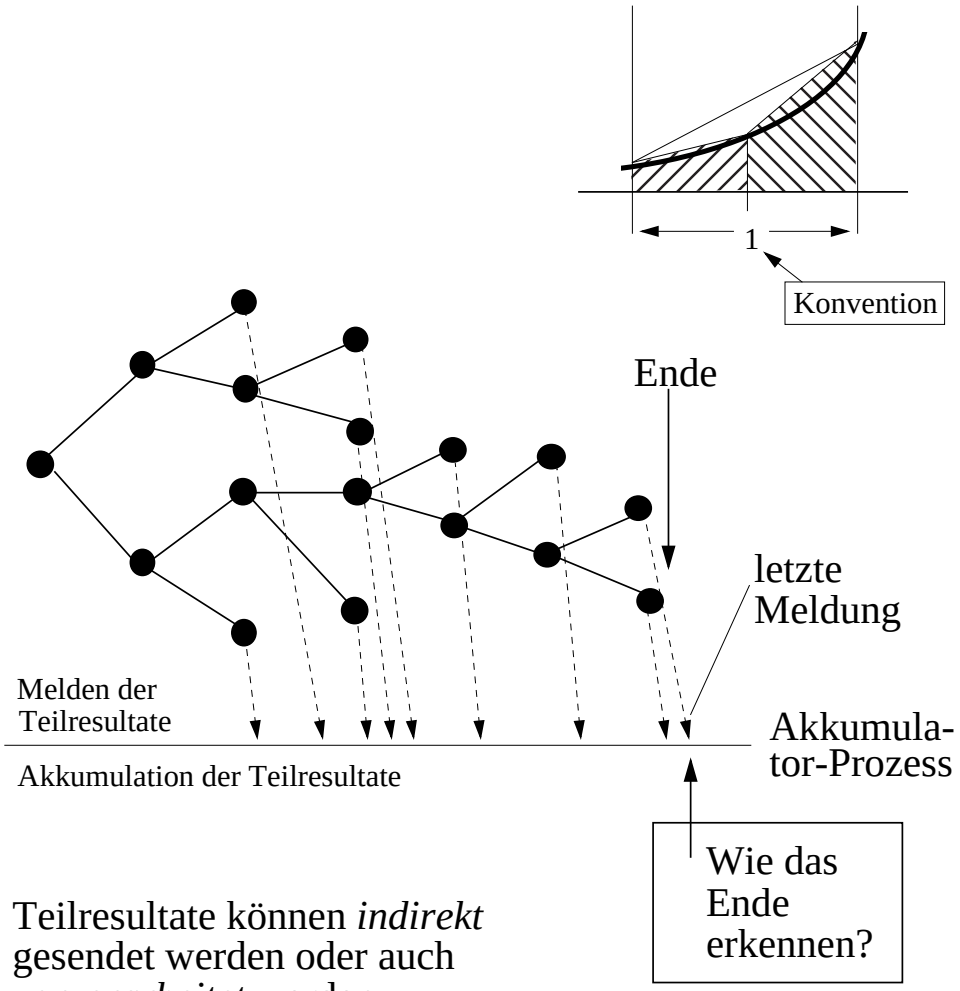
US Patent 6 112 225

August 29, 2000 / Filed: March 30, 1998
Assignee: **I**nternational **B**usiness **M**achines Corporation (Armonk, NY)

SUMMARY OF THE INVENTION
Broadly, the present invention concerns a system for processing a computer executable "aggregate" task **by dividing it into subtasks and distributing the subtasks** "on demand" to remotely located subscribing computers via a computer **network** such as the public Internet. Application programs running on the subscribing computers obtain subtasks from a coordinating computer "on demand", and manage execution of the obtained subtasks during their idle processing time. Ultimately, the subscribing computers **submit the results of their processing back** to the coordinating computer.

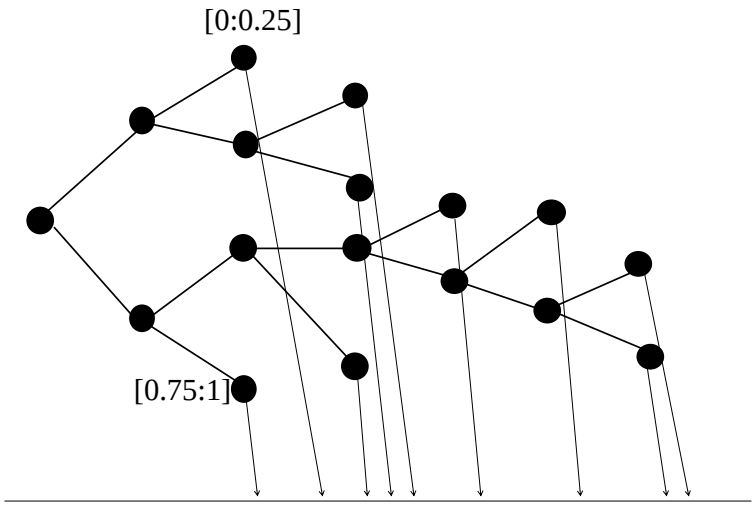
What is claimed is:
1. A method performing a computing task comprising operations of:
a coordinating computer receiving an aggregate computing task divisible into multiple independent subtasks;
announcing an opportunity for other computers to participate in the aggregate computing task, and in response, one or more subscribing computers submitting requests to participate in the aggregate computing task, the subscribing computers including one or more computers having principal functions distinct from the aggregate computing task;
the coordinating computer receiving the requests from subscribing computers, and in response, the coordinating computer assigning the subtasks by distributing the subtasks among the subscribing computers, and also sending an idle time activation program to each subscribing computer;
each subscribing computer installing the idle time activation program, whereupon the idle time activation program causes the subscribing computer to perform operations including working toward completion of the assigned subtask when the subscribing computer is in a predefined idle state with respect to the subscribing computer's principal functions, and halting work toward completion of the assigned subtask when the subscribing computer is not in the predefined idle state; and
in response to each subscribing computer's completion of its assigned subtask, transmitting results of the completed subtask to the coordinating computer.
2. ...

Parallele numerische Integration: Erkennung der Terminierung



Teilresultate können *indirekt* gesendet werden oder auch *vorverarbeitet* werden...

Lösung des Terminierungsproblems

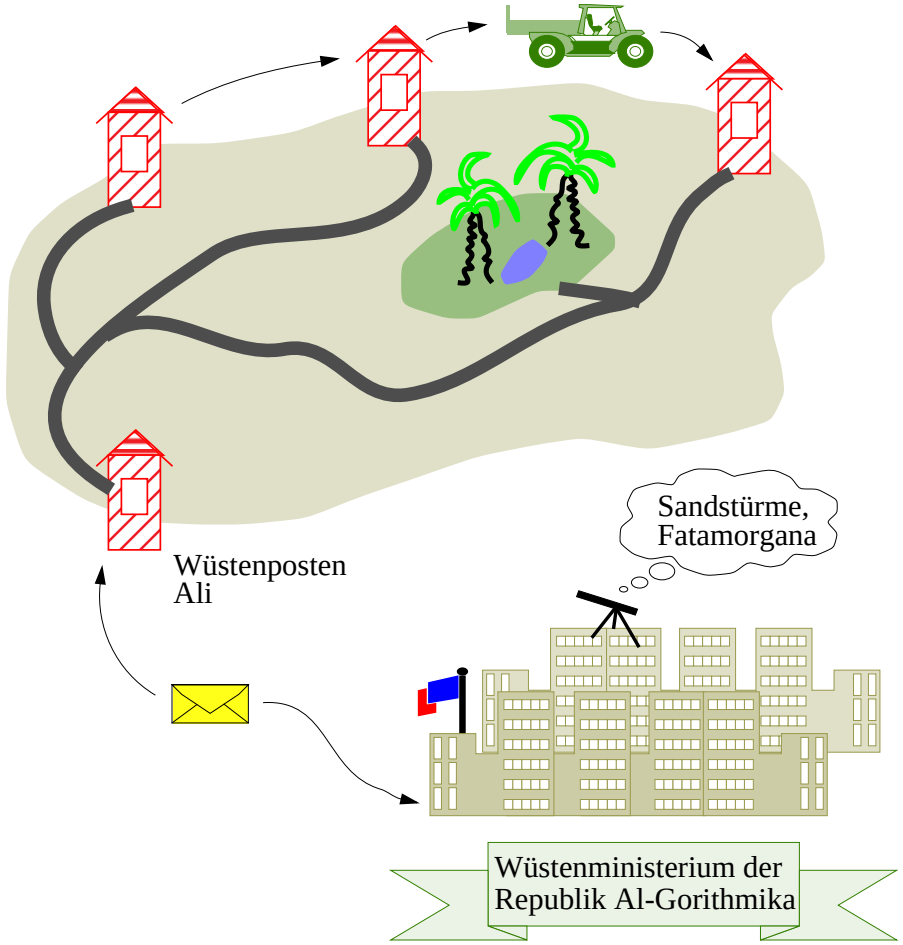


Intervallgrössen $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$ $\frac{1}{64}$ $\Sigma = 1$!

Statt $\frac{1}{2^i}$ besser nur *i* versenden (bleibt "klein")

Lässt sich die Lösung auf allgemeine verteilte Berechnungen übertragen?

Das Problem der Wüstenposten



Vorschriften und Probleme...

- Reisende dürfen die Wüste nur "kontrolliert" (bei einem "wachen" Posten) betreten

- Nur ein wacher Posten lässt Personen in die Wüste einreisen

- Nur aus der Wüste kommende Reisende können einen Posten wecken

- Kontrolleure sollen die Beobachtungen der Wüstenposten an das Ministerium melden

Problem: Wann ist die Wüste leer?

- Fatamorgana und Sandstürme trüben die globale Sicht des Ministeriums

- Zählen der Reisende geht oft "schief", wie früher bereits eingesehen

Eine orientalische Lösung

- Reisende erhalten *Eintrittskarten*
- Rückgabe bei Austritt aus der Wüste
- Ministerium gibt feste Zahl von Tickets aus
- Ministerium sammelt Tickets wieder ein

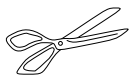
Invariante: Gesamtzahl der Tickets

- Aktiver Posten soll einen nichtleeren Vorrat an Tickets haben

- Wenn das Ministerium alle Tickets wieder eingesammelt hat, ist kein Reisender in der Wüste unterwegs und sind alle Posten passiv --> *terminiert*

Was tut ein Posten, wenn er sein letztes Ticket verkaufen müsste?

- Neue anfordern --> bürokratischer Aufwand!
- Orientalischer Trick: *Ticket halbieren* und nur das halbe Ticket verkaufen...



Puzzle-Abteilung im Ministerium...

Die Kreditmethode

- Idee:

  Verallgemeinerung des beim Integrationsbeispiel gefundenen Prinzips

  Also: Akkumulation eines Wertes, bis dieser =1

Bedingungen:

(1) Urprozess startet die verteilte Berechnung
(2) Prozesse und Nachrichten haben einen Kreditanteil $\in Q^+$
(3) Summe aller Kreditanteile stets = 1 ← Invariante
(4) Aktiver Prozess hat Kreditanteil > 0
(5) Nachricht hat Kreditanteil > 0

Theorem: Dann Berechnung *terminiert*, wenn der Urprozess die Kreditsumme 1 wiedererlangt hat

---

Man muss also die Bedingungen erfüllen ("*safety*") und dafür sorgen, dass der Urprozess die gesamte Kreditsumme wiedererhält ("*liveness*")

Kreditmethode - Realisierung

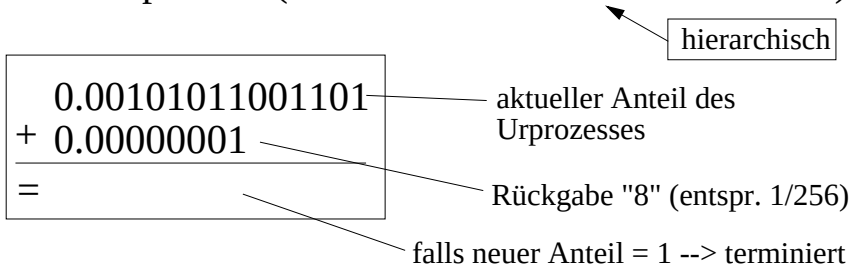
(1) Wird ein Prozess passiv, übermittelt er seinen Kreditanteil an den Urprozess.
(2) Der Kreditanteil einer ankommenden Nachricht wird dem Empfänger zugeschlagen.
(3) Ausgesandte Nachricht erhält Hälfte des Anteils des Senders.

Implementierung:

(1) Gleitpunktzahlen für Kreditanteile unbrauchbar
Lösung: Bruchdarstellung

(2) Problem: Nenner schnell zu gross
Lösung: Da stets nur negative 2er Potenzen
--> nur Exponent des Nenners ("negativer Logarithmus")
--> halbieren: KREDIT := KREDIT + 1

(3) Problem: Rekombination (Addition) der Anteile beim Urprozess (bzw. auch den anderen Prozessen)



(4) Problem: Länge der Bitleiste
Lösung: Anzahl *fehlender* Kreditanteile stets beschränkt ("klein") --> speichere *Komplement* als Menge