Übungen (4)

(1) Fischer Alois fängt jede Minute einen Fisch.
(a) Wie lange fischt er im Mittel bei der "Stopregel" "grösserer Fisch als der erste gefangene oder kein Fisch mehr übrig" bei einem Teich/See/Meer von n verschieden grossen Fischen mit n=1000, n=10^6, n=2^{31}, n=10^{13} ?
(b) ... wenn schneller Fische geboren werden als Alois fangen kann?
(c) ... wenn "grösserer" durch "kleinerer" in der Stopregel ersetzt wird? Diskutieren Sie dies im Vergleich zu (a)!
Sie mögen dies simulieren, wenn Sie an den theoretischen Ergebnissen zweifeln. Wenn Sie stochastisch simulieren, achten Sie auf einen guten Zufallszahlengenerator. (Lesen Sie dazu z.B.: PARK, S.K. and MILLER, K.W., Random Number Generators: Good Ones are Hard to Find, Comm. of the ACM 31:10, pp. 1192-1201, 1988.) Mitteln Sie jedes "Makroexperiment" über viele, typischerweise O(n) Einzelexperimente (also Kollegen von Alois). Vergleichen Sie die Mittelwerte mehrerer Makroexperiment (stabil, verlässlich?). Ermitteln Sie auch die relative Häufigkeit von m = 1,...,10 sowie von m = n - 1 und m = n ("leergefischt") Fängen.

(2) Wartezeit bis zum ersten echten Rekord:
(a) Nach wievielen Jahren ist in einem Jahrhundert im Mittel der erste echte (d.h. verschieden vom ersten Jahr, das immer einen unechten "Rekord" darstellt) Rekord "kältester Januar" fällig?
(b) Und in einem Jahrtausend? Darf hier etwas anderes herauskommen? Diskutieren! (Ungläubige mögen wieder simulieren.)
(c) Wie wahrscheinlich ist es, dass in einem Jahrhundert bzw. Jahrtausend der erste echte Rekord gerade auf das 3. Jahr fällt? Und auf das 100.? Und, bei "Jahrtausend", auf ein Jahr nach dem 100.?
(d) Gehen Sie spazieren. Wievielen Menschen begegnen Sie im Mittel, bis Sie einem grösseren begegnen? (Oder sind Sie selbst der grösste (:-) ? Kann man diese Möglichkeit ganz vernachlässigen?)