1.

Ein Algorithmus
und seine Implementierung in Java

Lernziele Kapitel 1 Ein Algorithmus in Java

- Fähigkeit, elementare Java-Programme erstellen zu können
- Kenntnis von Argumenten und Methoden zu Korrektheit von Algorithmen (Invarianten, Induktion, Semantikkalkül)
- Verständnis von Prinzipien der kryptographisch gesicherten Kommunikation (Public-Key, Diffie-Hellman-Prinzip)

Thema / Inhalt

Wir lernen als „running gag" ein uraltes Verfahren zur Multiplikation von zwei Zahlen, die „**altägyptische Multiplikation**", kennen. Es ist einfach anwendbar, erstaunlich effizient und für das Dualsystem (also für CPUs heutiger Computer und Mikroprozessoren) bestens geeignet. Dass unser Java-Programm bei der Multiplikation mit 0 abstürzt, sonst aber für alle natürlichen Zahlen korrekt ist, erscheint zunächst verwunderlich. Um die **Korrektheit** zu beweisen, entwickeln wir formale (d.h. auf Prinzipien der Mathematik und der Logik) beruhende Verfahren. Die erstaunliche Einsicht: Erstens ist bei einem Algorithmus weniger das, was sich ändert, als das, was gleich bleibt („Invariante") relevant; und zweitens sind Programme nicht einfach dahingeschriebene Anweisungen an einen Computer, sondern selbst mathematische Objekte, die sich mit einem **mathematischen Kalkül** behandeln und dadurch auch verifizieren lassen.

Die „altägyptische Multiplikation" lässt sich in kanonischer und einfacher Weise verallgemeinern zu einem Verfahren, das sehr effizient die Exponentialfunktion x^y realisiert. Dieses stellt den

Thema / Inhalt (2)

Kern wichtiger **kryptographischer Verfahren** dar, womit die Kommunikation in offenen Netzen verschlüsselt und abgesichert wird. Das Erstaunliche ist, dass man über das unsichere Netz mit einem Unbekannten einen Geheimschlüssel (zur Verwendung bei der späteren eigentlichen Kommunikation) vereinbaren kann, der tatsächlich „geheim" bleibt, auch wenn Andere das Verfahren genau kennen und jedes Bit der Schlüsselvereinbarung (und der nachfolgenden damit verschlüsselten Kommunikation) abhören können. Als die Geheimdienste entdeckten, dass auch total überwachte Personen gemeinsame Geheimnisse entwickeln können, waren sie elektrisiert und versuchten, daraus selbst ein streng gewahrtes Geheimnis zu machen. Geholfen hat es nicht viel, bald darauf wurde dies unabhängig auch in der akademisch-zivilen Welt entdeckt!

Ist das Prinzip der „altägyptischen Multiplikation" genauso gut wie das schriftliche Multiplikationsverfahren, das wir in der Schule lernen? Was aber soll hier „gut" heissen – und kann man eine solche Qualitätsfrage unabhängig vom Kontext generell beantworten? Um eine tiefergehende Diskussion in späteren Kapiteln vorzubereiten – schliesslich geht es um den zentralen Begriff der **Komplexität** – schätzen wir ab, wie der Zeitbedarf bei der Multiplikation von x mit y funktional von den beiden Parametern x und y abhängt.

Der **Algorithmusbegriff** liefert viel Stoff für den eingeflochtenen **historischen Themenstrang** dieses Kapitels. Benannt nach einem persischen Mathematiker und Astronomen des 9. Jahrhunderts, ist er historisch mit den Rechenregeln bei Verwendung der indisch-arabischen Dezimalziffern (einschliesslich der Wahnsinnserfindung der Null) verbunden, wird heute aber in einem viel umfassenderen Sinne verstanden und löst Befürchtungen und Ängste aus – entscheiden evtl. rational-kalte Algorithmen im Dienste diffuser Mächte über unser Schicksal? Auch wie die Informatik selbst zu ihrem Namen kam, ist nebenbei vielleicht ganz interessant zu erfahren.

Thema / Inhalt (3)

Hauptsächlich jedoch dreht sich hier fast alles um **Leibniz**, den Philosophen. Denn Leibniz war keineswegs nur Philosoph, sondern eben auch Mathematiker und vieles mehr – ein echter Universalgelehrter. Ein Vordenker vieler Bestrebungen der Informatik, der (zu seinem Leidwesen, was er selbst aber bestenfalls nur ahnen konnte) seiner Zeit meilenweit voraus war und den man mit Fug und Recht zum Schutzheilgen der Informatik ernennen könnte, sollte sie jemals eines solchen bedürfen. Nach dem Dreissigjährigen Krieg in eine Zeit hineingeboren, welche wieder offener war für Wissenschaft und Fortschritt, propagierte er beispielsweise das **Dualsystem** und konstruierte **Rechenmaschinen**, die die vier Grundrechenarten beherrschten. Ein mühsames Geschäft, musste doch alles rein mechanisch funktionieren, wobei Werkzeuge, Werkstoffe und Ingenieurskunst verglichen mit heute noch weit unterentwickelt waren.

Aber eigentlich geht es Leibniz sowieso um mehr als um ein praktisches Rechenwerkzeug (dessen seinerzeit noch weit in der Zukunft liegende ökonomische Wirkung er übrigens recht treffend einschätzt) – er sah dies mehr als ein erstes Beispiel auf dem Weg zur generellen Mechanisierung bzw. **Automatisierung der menschlichen Geisteskraft** (dem „Gemüt", um in der Terminologie von Leibniz zu bleiben), wobei man unterwegs dann eben noch die Logik und die menschliche Sprache formalisieren müsse... Fast meint man, ein verwegenes Programm zur Etablierung der künstlichen Intelligenz herauszuhören! Leibniz war optimistisch und glaubte, dass dies alles irgendwann gelingen sollte. In späteren drei Jahrhunderten mussten aber durch Berühmtheiten wie George **Boole**, Gottlob **Frege**, Bertrand **Russell**, David **Hilbert**, Kurt **Gödel** und Alan **Turing**, um nur einige zu nennen, noch einige Durchbrüche erzielt werden und teils auch Rückschläge eingesteckt werden – und auch heute sind wir noch nicht ganz am Ziel! Die Beiträge von Leibniz' „Nachfolgern im Geiste" sind zu umfangreich, um sie hier zu würdigen, wir werden im Bonus-Teil dieses Kapitels einige ihrer Leistungen aber zumindest andeuten.

Wieso wir Algorithmen behandeln:

"A person well-trained in computer science knows how to deal with algorithms: how to construct them, manipulate them, understand them, analyze them. This knowledge is preparation for much more than writing good computer programs; it is a general-purpose mental tool that will be a definite aid to the understanding of other subjects […].

It has often been said that a person does not really understand something until after teaching it to someone else. Actually, a person does not really understand something until after teaching it to a computer, i.e., expressing it as an algorithm. An attempt to formalize things as algorithms leads to a much deeper understanding than if we simply try to comprehend things in the traditional way."

-- Donald Knuth (mehr zu Donald Knuth, einem der bekanntesten Informatiker, an → späterer Stelle)

Donald Knuth erzählte einmal von seinen Programmieranfängen als Physikstudent am Case Institute of Technology im Jahr 1957: „Between my freshman and sophomore year, I had a summer job […] at Case. In the room next to where I worked was a computer. […] I spent a lot of nights, all night long, at the console of the computer. Nobody else was there. I discovered girls in my sophomore year. This was before that; I had computers first. I still have my first computer program. It factored numbers into primes. […] My second program was to do base conversions. My third program was to play tic-tac-toe, and it also would learn how to play tic-tac-toe." Das Bild zeigt Knuth an der Konsole des IBM 650-Computers im Jahr 1958. Sein mehrbändiges Werk „The Art of Computer Programming" enthält die Widmung: „This series of books is affectionately dedicated to the Type 650 computer once installed at Case Institute of Technology, in remembrance of many pleasant evenings."

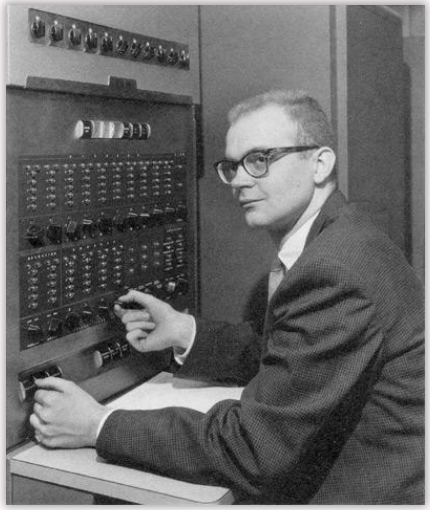
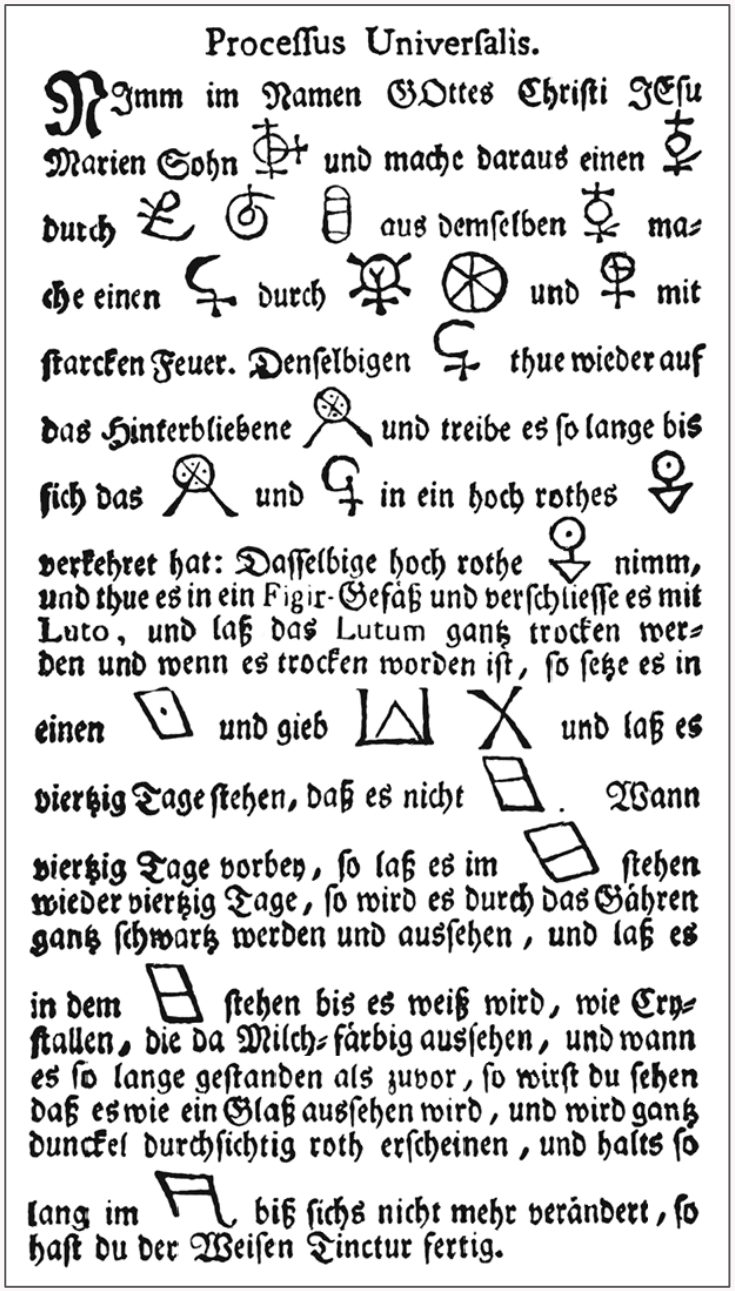


Bild aus: D. Knuth: Selected Papers on Computer Science.

„Rezepte“ = Algorithmen?

Häufig werden Kochrezepte oder ähnliche Tätigkeitsanweisungen als erste Beispiele für Algorithmen verwendet. Statt dem sonst oft üblichen Apfelkuchenrezept aus Omas Küche haben wir hier etwas spannenderes: Ein Verfahren zur Herstellung eines Allheilmittels (der „Tinktur der Weisen“). →

Nimm im Namen Gottes Christi Jesu Marien Sohn „minera mercurii“ [Quecksilbererz] und mache daraus einen „blutroten Geist“ durch „spiritus vini“ [Weingeist / Ethanol], „spiritus nitri“ [Salpetersäure] und „spiritus salis“ [Salzsäure]; aus demselben „blutroten Geist“ mache einen „Essig [Essenz?]“ durch „spiritus salis ammoniaci“ [Salmiakgeist / Ammoniaklösung] und „spiritus tartari“ [Weinsteingeist] mit starcken Feuer. Denselbigen „Essig“ thue wieder auf das Hinterbliebene „caput mortuum“ [rotes Eisenoxid] und treibe es so lange bis sich das „caput mortuum“ und „Essig“ in ein hoch rothes „sulphur philosophorum“ [Schwefelsäure] verkehret hat: Dasselbige hoch rothe „sulphur philsophorum“ nimm, und thue es in ein *Figir*-Gefäß und verschliesse es mit *Luto* [Lehm], und laß das *Lutum* gantz trocken werden und wenn es trocken worden ist, so setze es in einen „Schmelzofen“ und gieb „gelind Feuer primus gradus ignis“ und laß es viertzig Tage stehen, daß es nicht „schmelze“. Wann viertzig Tage vorbey, so laß es im „fliessenden Feuer“ stehen wieder viertzig Tage, so wird es durch das Gähren gantz schwartz werden und aussehen, und laß es in dem „fliessenden Feuer“ stehen bis es weiß wird, wie Crystallen, die da Milch-färbig aussehen, und wann es so lange gestanden als zuvor, so wirst Du sehen daß es wie ein Glaß aussehen wird, und wird gantz dunckel durchsichtig roth erscheinen, und halts so lang im „Fliessen wie ein Wasser“ biß sichs nicht mehr verändert, so hast du der Weisen Tinctur fertig.



Processus Universalis.

Nimm im Namen GOttes Christi JEsu Marien Sohn ☿ und mache daraus einen ☉ durch ☾ ♁ ▯ aus demselben ☉ mache einen ♄ durch ☿ ⊕ und ☉ mit starcken Feuer. Denselbigen ♄ thue wieder auf das Hinterbliebene ⊗ und treibe es so lange bis sich das ⊗ und ♄ in ein hoch rothes ☉ verkehret hat: Dasselbige hoch rothe ☉ nimm, und thue es in ein Figir-Gefäß und verschliesse es mit Luto, und laß das Lutum gantz trocken werden und wenn es trocken worden ist, so setze es in einen ▱ und gieb ◺ ✕ und laß es viertzig Tage stehen, daß es nicht ▱. Wann viertzig Tage vorbey, so laß es im ▱ stehen wieder viertzig Tage, so wird es durch das Gähren gantz schwartz werden und aussehen, und laß es in dem ▱ stehen bis es weiß wird, wie Crystallen, die da Milch-färbig aussehen, und wann es so lange gestanden als zuvor, so wirst du sehen daß es wie ein Glaß aussehen wird, und wird gantz dunckel durchsichtig roth erscheinen, und halts so lang im △ biß sichs nicht mehr verändert, so hast du der Weisen Tinctur fertig.

Die Geschichte des obigen Allheilmittel-Rezepts ist einigermassen kurios: Der Priester, Arzt und Alchemist Heinrich Eschenreuter lebte im 15. Jh. in verschiedenen Klöstern und führte dort „chymische" Experimente durch. Dies wurde von der Kirche geduldet, schliesslich stellte er auf diese Wiese auch Medizin her. Alchemistische Schriften allerdings waren von der Kirche verboten und mussten daher verborgen werden. Wohl kurz vor seinem Tod notierte Eschenreuter:

„Ich, Mag. Heinrich Eschenreuter, lege hier in das Closter S. Marienzell im Thüringer Lande diese fünff kleinen Büchlein in das Mauer-Werck, an welchem der H. Vater abgebildet ist, nahe bei meiner Celle, und verwahre sie wieder, gleich als ich sie auch gefunden habe, in dem Closter Schwartzbach Anno 1403 den 6. May. … Dieses lege ich jetzo wieder in das verborgene, im Jahr Christi 1489 den 10. Octobris, und bitte den, der es nach meinem Abschied finden wird, daß er es wieder verwahre, als ich gethan. Amen."

Eines der fünf Büchlein, von Eschenreuter selbst auch „Tractätlein" genannt, enthielt obiges Rezept. Die Tractätlein wurden später wieder entdeckt und erschienen 1740 – inzwischen war die Kirche toleranter – im Druck. In einer Vorbemerkung schrieb Eschenreuter zum Rezept der „Universal-Medicin auff Menschen und Metalla": „…ist beschrieben nicht nach den Rätseln der Weisen, sondern gantz nach meiner Mutter-Sprache, dergleichen keiner jemahls gethan, so lange die Welt gestanden, von Anfang der Schöpffung biß hirher, als ich jetzo thue."

Die Tinktur der Weisen ist also eine „Universal-Medicin", genauer: eine flüssige Form des berühmten „Stein der Weisen" – des ultimativen und so sehr ersehnten Mittels aller Alchemisten – das, so Alchemie-Adepten im 18. Jh., „den menschlichen Körper von allen Krankheiten, wie sie nur Namen haben, zu befreyen vermögend, und auch der nemliche Weg ist, um alle Metallen in ein lauteres, feuerbeständiges Gold zu verwandeln. … Ja, ein Mensch wird durch den Gebrauch dieser Tinctur gleichsam als von neuem gebohren und mit mehrerem Verstande begabt, welches unaussprechlich ist." Die Tinktur „vertreibt alle Schwindung der Glieder, machet neue Haar, Zähne und Nägel wachsen" und wer sie „beij sich führet, dem kann niemahls ein böser Geist, Zaubereij, Gifftmischen, Hexengeschoß, oder andere Zauber- und Teuffels-Künste schaden".

Ist das Allheilmittel-Rezept ein Algorithmus? Wir stellen dazu fest: Die Anweisungen sind unscharf und lassen viel Interpretationsspielraum. Die Handlungsabfolge ist strikt linear, es gibt keine Wenn-dann-Alternativen; dies liegt vor allem daran, dass es keine Parameter oder Eingabegrössen gibt. Sinngemäss entspricht das Rezept auch eher einer einzelnen spezifischen Wegbeschreibung als einem sehr viel nützlicheren generell anwendbaren Routensuchverfahren, das in einem Navigationssystem steckt. Ferner geht es beim Rezept nicht um ein (im weitesten Sinne) mathematisch beschriebenes Problem, und augenscheinlich ist es kein Beispiel, an dem man prinzipielle und verallgemeinerbare algorithmische Aspekte studieren kann – es ist eigentlich auch gar kein Algorithmus. Was „tatsächliche" Algorithmen ausmachen, besprechen wir nun: →

Zum Begriff „Algorithmus“

Im Sinne von eindeutig, exakt, klar, konkret, unmissverständlich, unzweideutig,...

Def.: Nach einem bestimmten Schema ablaufendes Rechenverfahren.

Allgemeiner: Eindeutige Handlungsvorschrift zur schrittweisen Lösung einer Klasse (mathematisch beschreibbarer) Probleme.

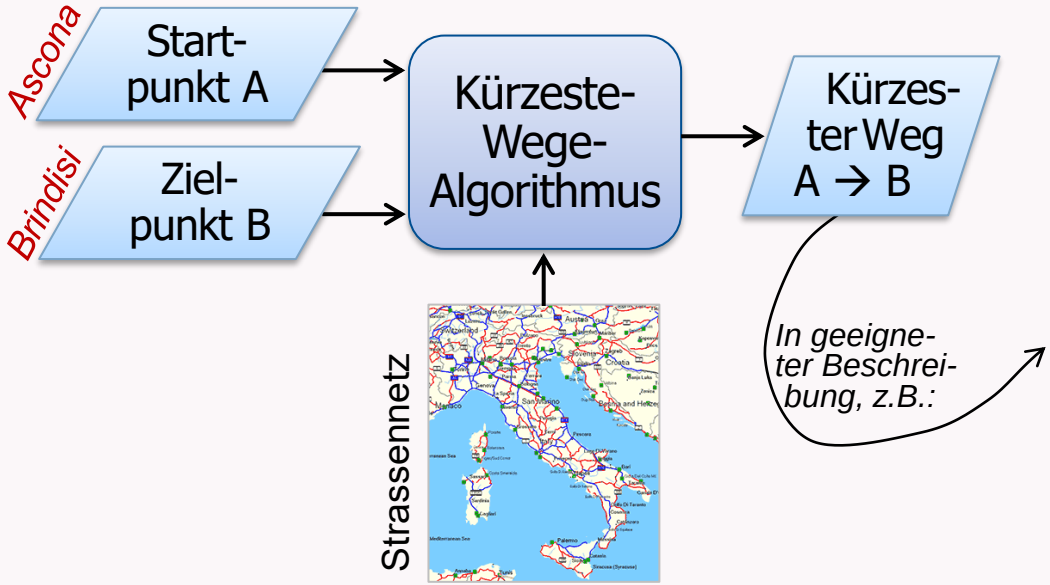
Zwei Bemerkungen sind hier angebracht:

1) Algorithmen lösen nicht irgendwelche diffusen Probleme (z.B. „das Problem mit meiner Freundin“, „mein Problem damit, pünktlich zu sein“ etc.), sondern das Problem muss klar beschrieben sein, in einer Sprache, die keine Missverständnisse zulässt. Daher steht hier „mathematisch beschreibbar“. Das heisst aber nicht, dass es nur um „rechnerische“ Probleme oder gar nur um arithmetische Probleme mit Zahlen geht. Insofern ist „mathematisch“ sehr breit zu verstehen: Es geht um klare Symbolik, eindeutige Definitionen, präzise Regeln. Genauer gesagt, muss die Eingabe für den Algorithmus, welche eine zu „lösende“ bzw. zu bearbeitende Probleminstanz beschreibt, klar und eindeutig sein – z.B. gegeben in Form einer Folge von Zeichen. (Die Zeichen können dann Zahlen oder Buchstaben etc. sein, evtl. aber auch Pixel eines Kamerabildes oder Signale eines Sensors.)
2) Wir schreiben bewusst „einer Klasse“ von Problemen, und nicht „eines“ Problems. Für das Problemchen „7+5 = ?“ brauchen wir keinen Algorithmus (und keine Hexerei). Ein Algorithmus möchte im Prinzip immer wieder neu angewendet werden, und am besten auf immer andere Instanzen der Problemklasse (die hier im Beispiel „a+b = ?“ lautet). Nur dann lohnt sich die Investition in einen Algorithmus! Wir verdeutlichen dies: →

Zum Begriff „Algorithmus“ (2)

Ein Kochrezept ist so wenig ein Algorithmus, wie eine Wegbeschreibung ein Navigationssystem ist. -- Sebastian Stiller

Ein Algorithmus kann typischerweise eine ganze Klasse parametrisierter Probleme bearbeiten. So ist die Beschreibung, wie man am schnellsten von **A**scona nach **B**rindisi kommt, kein Algorithmus im eigentlichen Sinne (auch wenn diese eine Handlungsanweisung an einen autofahrenden Menschen darstellt), sondern höchstens das Ergebnis eines Suchalgorithmus, der für einen beliebigen Startpunkt **A** den besten (z.B. kürzesten) Weg zu einem beliebigen Ziel **B** ermittelt (wobei dann Parameter **A** mit „**A**scona“ und **B** mit „**B**rindisi“ instanziiert wurde). Das zugrundeliegende Strassennetz stellt dabei typischerweise einen weiteren Eingabeparameter dar oder ist fest eingebaut; evtl. fliessen aktuelle Verkehrsverhältnisse mit ein.



Bis Locarno Wegweisern folgen; dann E35, A1, A14 / E45 (Autostrada Adriatica) folgen; bei Ausfahrt Bari Nord auf E55 in Richtung Bari fahren und weiter auf Autostradale Bari-Bologna; Ausfahrt Richtung Lecce / Brindisi nehmen und weiter auf Strada Statale SS379 bis Via Provinciale Lecce / Strada Comunale 80 fahren; weiter auf SS16 / SS613; Ausfahrt Brindisi Porta Lecce nehmen.

Zum Begriff „Algorithmus“ (3)

So, wie ein Kühlschrank keinen Teig rühren kann, kann auch ein Gesichtserkennungsalgorithmus kein Transportsystem steuern. -- Martin Grötschel

Ein klassisches Beispiel für einen Algorithmus ist der euklidische Algorithmus, mit dem zu zwei beliebigen positiven ganzen Zahlen (nach endlich vielen Schritten in Form einzelner elementarer Rechenoperationen) deren grösster gemeinsamer Teiler ermittelt wird. Andere typische Beispiele sind Primzahlbestimmungen, Apps zum Schachspielen oder Sortierverfahren, mit denen z.B. eine Liste von Wörtern alphabetisch (d.h., wie im Lexikon) angeordnet werden kann.

Möchte man präzise Aussagen über Algorithmen bzw. die durch sie lösbaren Probleme treffen (etwa: „für dieses Problem gibt es keinen wesentlich effizienteren Algorithmus als...“), dann muss der Begriff exakt definiert werden (denn die Nichtexistenz eines Objektes zu beweisen, das nicht eindeutig spezifiziert ist, ist ein unmögliches Vorhaben), insbesondere muss genau festgelegt werden, welche Operationen bzw. elementaren Schritte man bei einem Algorithmus zulässt; in der Algorithmentheorie spielen daher abstrakte Maschinenmodelle (wie z.B. die klassische Turingmaschine) eine wichtige Rolle.

Algorithmen adressieren Menschen mit ihrem Kontextwissen und sachgerechten Interpretationen, sie sind umgangssprachlich oder in Form von „Pseudocode“ formuliert; Computer als Maschinen benötigen i.a. detailliertere und präzisere Programme.

Computer setzen Algorithmen ins Werk. Daher induziert die seit den 1960er-Jahren immer weiter zunehmende „Computerisierung“ aller Lebensbereiche eine fortschreitenden Algorithmisierung der Gesellschaft. Dies stellt die eigentliche „Macht“ und Bedeutung der Algorithmen dar.

Zum Begriff „Algorithmus“ (4)

Wir bemühen noch eine Lehrbuchdefinition (Wolfgang Küchlin, Andreas Weber: „Einführung in die Informatik“, Springer). In diesem Buch werden wir noch auf einige weitere Aspekte aufmerksam gemacht:

„Ein Algorithmus muss ein Verfahren sein, das (ohne weiteres Nachdenken) von einer Maschine mechanisch ausgeführt werden kann. Ein Korrektheitsbeweis des Verfahrens im mathematischen Sinne ist nur dann möglich, wenn auch eine mathematisch präzise Spezifikation vorliegt. Die präziseste Sprache zur Spezifikation ist die Sprache der mathematischen Logik. In der Praxis ist man oft zu weniger formalen Problembeschreibungen in natürlicher Sprache gezwungen (sog. Pflichtenhefte), die umfangreich und mehrdeutig, oft auch inkonsistent sind. Solche Aufgabenstellungen mit notgedrungen vagen Zusicherungen begünstigen dann gerichtliche Auseinandersetzungen darüber, ob der programmierte Algorithmus das tut, was der Kunde wollte.“

Ein **Algorithmus** ist die Beschreibung eines Verfahrens, um aus gewissen Eingabegrössen bestimmte Ausgabegrössen zu berechnen. Dabei müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. **Spezifikation**
   - *Eingabespezifikation:* Es muss genau spezifiziert sein, welche Eingabegrössen erforderlich sind und welchen Anforderungen diese genügen müssen, damit das Verfahren funktioniert.
   - *Ausgabespezifikation:* Es muss genau spezifiziert sein, welche Ausgabegrössen (Resultate) mit welchen Eigenschaften berechnet werden.
2. **Durchführbarkeit**
   - *Endliche Beschreibung:* das Verfahren muss in einem endlichen Text vollständig beschrieben sein.
   - *Effektivität:* Jeder Schritt des Verfahrens muss effektiv (d.h. tatsächlich) mechanisch ausführbar sein.
   - *Determiniertheit:* Der Verfahrensablauf ist zu jedem Zeitpunkt fest vorgeschrieben.
3. **Korrektheit**
   - *Partielle Korrektheit:* Jedes berechnete Ergebnis genügt der Ausgabespezifikation (sofern die Eingaben der Eingabespezifikation genügt haben).
   - *Terminierung:* Der Algorithmus hält nach endlich vielen Schritten mit einem Ergebnis an (sofern die Eingaben der Eingabespezifikation genügt haben).

„Algorithmus“ im Wörterbuch der Philosophie

DOI: 10.24894/HWPh.1879, www.schwabeonline.ch/schwabe-xaveropp/elibrary/start.xav?start=%2F%2F*[%40attr_id%3D%27verw.algorithmus%27]

Hans Hermes (1912 – 2003; Promotion in Münster, Professuren in Münster und Freiburg, Arbeitsgebiete mathematische Logik und Berechenbarkeitstheorie) verfasste den Wörterbucheintrag zu „Algorithmus“ im 8-bändigen „Historischen Wörterbuch der Philosophie“. Hier ein Auszug; die Lektüre des weiterführenden Gesamtartikels ist empfehlenswert!

Der Begriff des A. hat sich aus der Mathematik entwickelt. Er ist grundlegend als Hilfsmittel für die Beschreibung und Beurteilung wesentlicher Züge der Mathematik (und der exakten Naturwissenschaften). Ein A. kann zunächst grob gekennzeichnet werden als ein Rechenverfahren (eine Rechenmethode), welches schrittweise vorgeht. Trotz der modernen Präzisierungen verschiedener mit dem Begriff des A. zusammenhängender Begriffe […] muss man auch heute noch den Begriff des A. durch Beispiele zu erfassen versuchen. Einfache Beispiele für A. sind: (a) die in der Schule gelernten Verfahren zur Addition, Subtraktion und Multiplikation von natürlichen Zahlen, welche in Dezimaldarstellung gegeben sind. Diese A. brechen nach endlich vielen Schritten mit dem Resultat ab. Nicht abbrechend ist dagegen im allgemeinen der Divisions-A., z.B. bei der Berechnung von 3:7 = 0,428.., oder das Verfahren zur Berechnung einer Quadratwurzel, z.B. für √2 = 1,414...; (b) der (abbrechende) «euklidische A.» zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers zweier natürlicher Zahlen; (c) die Verfahren zur Darstellung der Lösungen von quadratischen, kubischen oder biquadratischen Gleichungen mit Hilfe von Wurzelzeichen. […]

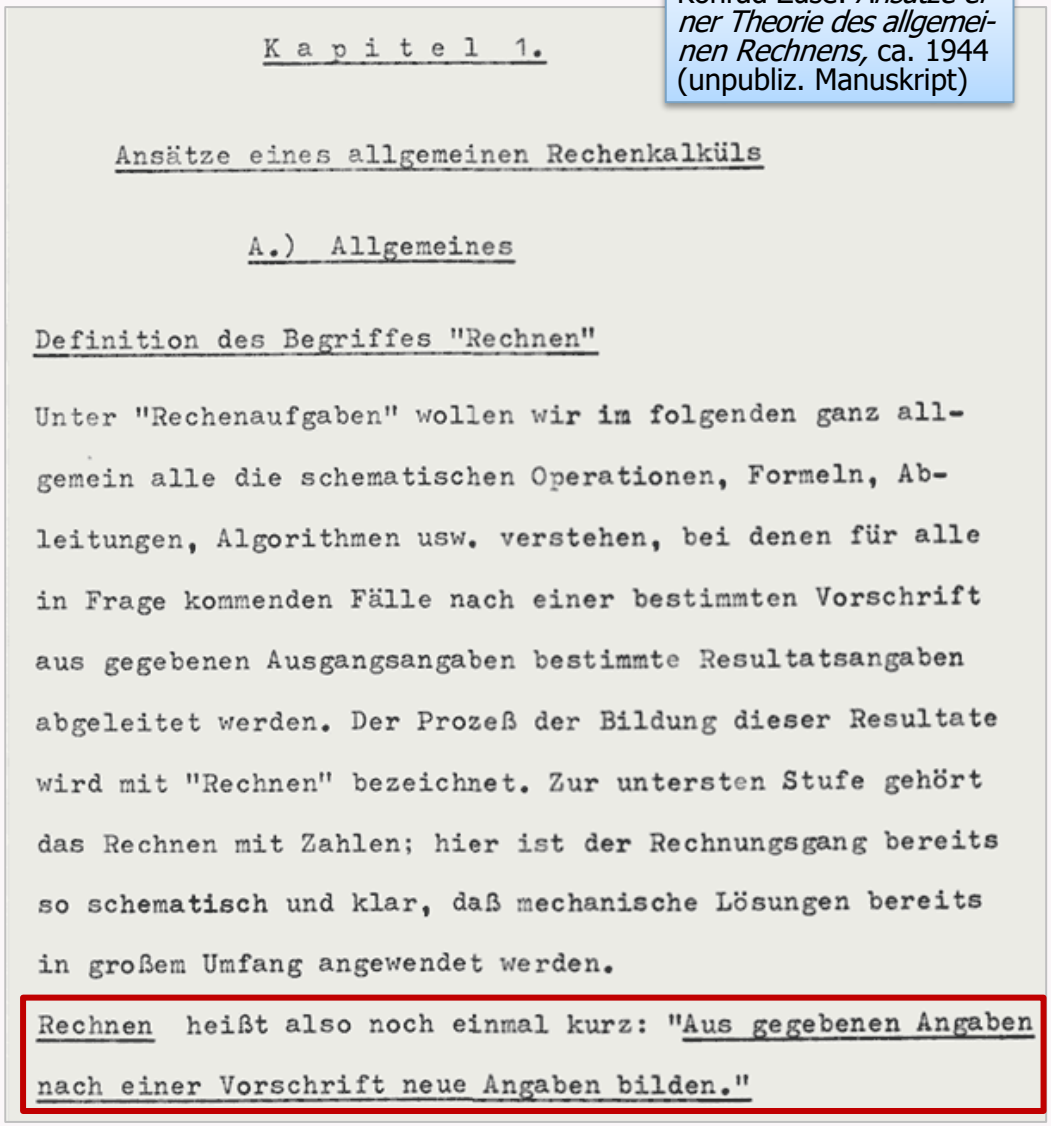
Es ist für die heutige Auffassung wesentlich, dass die in den Beispielen angedeuteten Verfahren erst dann A. genannt werden dürfen, wenn ihre Ausübung in allen Einzelheiten genau vorgeschrieben ist, viel genauer als dies üblicherweise geschieht. Die Vorschrift muss von endlicher Länge sein. Die Durchführung eines A. darf keine speziellen mathematischen Fähigkeiten erfordern. Die Anweisung muss derart sein, dass jeder, welcher die Sprache versteht, in der sie abgefasst ist, nach ihr handeln kann. Verfolgt man diesen Gedanken, so kommt man zu der Auffassung, dass man die Ausübung eines durch eine solche Vorschrift gegebenen Verfahrens sogar einer Maschine muss überantworten können. Wie die obigen Beispiele zeigen, kann ein A. im allgemeinen auf verschiedene Ausgangsgegebenheiten angewendet werden (z.B. der Additions-A. auf verschiedene Summanden).

Bei der Durchführung eines A. operiert man nicht z.B. mit abstrakten Zahlen, sondern mit «handgreiflichen» Gegenständen, wie etwa bei der Dezimaldarstellung von Zahlen mit den Ziffern «0», ..., «9». Andere für Rechnungen verwendbare Zahldarstellungen sind z.B. die Dualdarstellung mit den beiden Ziffern «0», «1», oder die Darstellung durch Strichfolgen ||...|, oder die Darstellung durch Rechenpfennige auf einem Abakus (Rechenbrett), auf welchem man in Europa bis zum 15. Jh. die elementaren Rechenoperationen durchzuführen pflegte. […] Ganz allgemein kann man sagen, dass man bei einem A. mit wohlunterscheidbaren «handgreiflichen» (d.h. manipulierbaren) Gegenständen operiert. […]

Auf den Begriff des A. lassen sich verschiedene wesentliche Begriffe zurückführen. Dazu gehören die Begriffe der Berechenbarkeit, Entscheidbarkeit und Aufzählbarkeit.

„Algorithmus“ = verallgemeinerte Rechenvorschrift?

Konrad Zuse: *Ansätze einer Theorie des allgemeinen Rechnens,* ca. 1944 (unpubliz. Manuskript)



K a p i t e l 1.

Ansätze eines allgemeinen Rechenkalküls

A.) Allgemeines

Definition des Begriffes "Rechnen"

Unter "Rechenaufgaben" wollen wir im folgenden ganz allgemein alle die schematischen Operationen, Formeln, Ableitungen, Algorithmen usw. verstehen, bei denen für alle in Frage kommenden Fälle nach einer bestimmten Vorschrift aus gegebenen Ausgangsangaben bestimmte Resultatsangaben abgeleitet werden. Der Prozeß der Bildung dieser Resultate wird mit "Rechnen" bezeichnet. Zur untersten Stufe gehört das Rechnen mit Zahlen; hier ist der Rechnungsgang bereits so schematisch und klar, daß mechanische Lösungen bereits in großem Umfang angewendet werden.

Rechnen heißt also noch einmal kurz: "Aus gegebenen Angaben nach einer Vorschrift neue Angaben bilden."

Konrad Zuse (1910 – 1995) war ein Pionier der Computerentwicklung; er konstruierte u.a. während des Zweiten Weltkriegs einen programmgesteuerten Rechenautomaten (Z4), mit dem die ETH den ersten Computer einer Universität in Kontinentaleuropa erhielt. Wir kommen später auf ihn und die Z4 zurück. Hier ist zunächst interessant, dass er sich zeitgleich Gedanken dazu machte, was eigentlich das Prinzip des Rechnens ausmacht, das Computer (die seinerzeit nur als Maschinen zum Bearbeiten mathematischer Aufgaben verstanden wurden) automatisiert durchführen.

Mathematiker wie Alan Turing oder Alonso Church hatten sich Mitte der 1930er-Jahre in theoretisch-mathematischer Hinsicht mit dem Problem der Berechenbarkeit befasst; Zuse hingegen war Ingenieur und stellte sich die pragmatische Frage, wie man eine Rechenaufgabe so (in Form eines Rechenplans) formuliert, dass eine Maschine sie ausführen kann. Ein „Plankalkül“, ein algorithmischer Programmierformalismus, schwebte ihm vor. (Die Begriffe „Programm“ oder gar „Programmiersprache“ existierten seinerzeit noch nicht!) Dabei wurde ihm schnell klar, dass man mit solchen – eigentlich für das Rechnen konzipierten – Maschinen nicht nur mathematische Aufgaben, sondern viel allgemeinere Probleme bearbeiten kann. Er definierte daher 1944 „Rechenaufgabe“ so, wie wir heute „Algorithmus“ verstehen – und suchte dann nach einer Sprache, mit der sich eine solche Aufgabe für seine Rechenautomaten (bzw. „Algorithmenprozessoren“?) klar formulieren lässt. Rechnen mit Zahlen sei nur noch ein Spezialfall.

„Algorithmus“ = Angaben nach Vorschrift ableiten

www.math.berlin/orte/denkmal-konrad-zuse.html

Ein Denkmal zum oben erwähnten Konrad Zuse befindet sich im Spreebogen in Berlin-Moabit. (Der in Berlin geborene Zuse studierte von 1928 bis 1934 an der Technischen Hochschule Charlottenburg, heute TU Berlin.) Es wurde 2005, 10 Jahre nach seinem Tod, gestiftet.

An den Seitenflächen der Stele aus hellgrauem Granit sind Bronzetafeln angebracht, auf der Vorderseite steht schlicht: „Konrad Zuse – Der Vater des Computers, 22.6.1910 – 18.12. 1995“. Die Rückseite ist für unseren Kontext relevant, dort heisst es: „Rechnen ist die Ableitung von Resultatangaben aus irgendwelchen Angaben nach einer Vorschrift“. Eingabe und Ausgabe beim Rechenprozess bzw. Algorithmus sind also „Angaben“ im Sinne von Informationen, Mitteilungen oder Nennungen; heute würde man einfach von „Daten“ sprechen – und tatsächlich erklärt der Duden das Fremdwort „Daten“ auch mit „auf Beobachtungen, Messungen u.Ä. beruhende Angaben“.

Auf einer weiteren Bronzetafel heisst es: „Durch die Maschine wird dem Ingenieur die mechanische Rechenarbeit nicht nur abgenommen, sondern ihr Umfang kann enorm gesteigert werden“. Dies war die Motivation Zuses, ab den 1930er-Jahren Rechenautomaten, also Computer, zu konstruieren.

Das Denkmal ist Teil der „Strasse der Erinnerung“, die Persönlichkeiten würdigt, welche in Deutschland vorrangig in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts, als es mehr als genug Negativvorbilder gab, herausragende Leistungen im wissenschaftlichen, künstlerischen oder gesellschaftspolitischen Bereich vollbrachten. Dazu gehören neben Konrad Zuse u.a. Albert Einstein, Käthe Kollwitz, Thomas Mann, Ludwig Mies van der Rohe und Edith Stein.

„Algorithmus“ – historische Aspekte

Die historische Begriffsauffassung (ab dem Mittelalter) war allerdings noch etwas anders: Algorithmen = Rechenregeln, insbesondere für die (seinerzeit neue) Dezimalzahlen-Arithmetik und die Algebra:

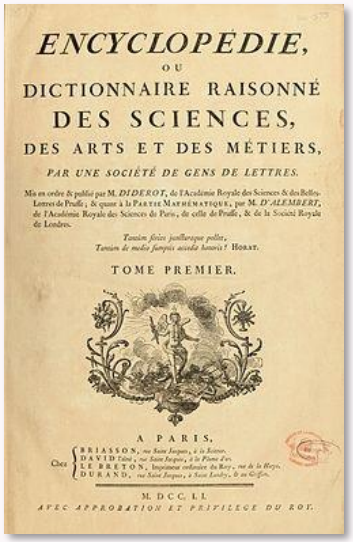
ALGORITHME, ſ. m. *terme arabe*, employé par quelques Auteurs, & ſingulierement par les Eſpagnols, pour ſignifier *la pratique de l'Algebre*. *Voyez* ALGEBRE.

Il ſe prend auſſi quelquefois pour *l'Arithmétique par chiffres*. *Voyez* ARITHMETIQUE.

L'*algorithme*, ſelon la force du mot, ſignifie proprement l'*Art de ſupputer avec juſteſſe & facilité*; il comprend les ſix regles de l'Aritmétique vulgaire. C'eſt ce qu'on appelle autrement *Logiſtique nombrante* ou *numérale*. *V.* ARITHMETIQUE, REGLE, *&c.*

Ainſi l'on dit l'*algorithme* des entiers, l'*algorithme* des fractions, l'*algorithme* des nombres ſourds.

«Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers» von Diderot und D'Alembert, 1751

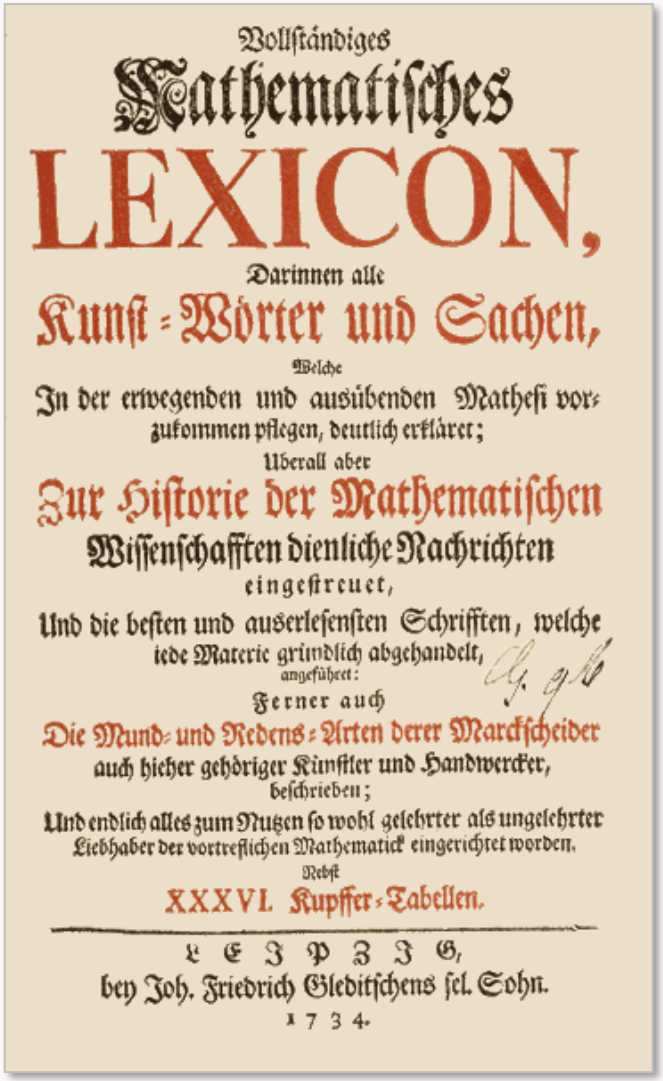

ENCYCLOPEDIE,
OU
DICTIONNAIRE RAISONNÉ
DES SCIENCES,
DES ARTS ET DES MÉTIERS,
PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES.
TOME PREMIER.
A PARIS,
M. DCC. LI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

„Algorithmus“ – historische Aspekte (2)

Im „Vollständigen Mathematischen Lexicon“ von Christian von Wolff (1734) findet sich für „Algorithmus“ ebenfalls die ältere Begriffsauffassung von der Kunst des Rechnens (vor allem der Dezimal-Arithmetik, jedoch hier auch schon im erweiterten Sinne bezüglich der Infinitesimalrechnung):

Algorithmus, unter dieſer Benennung werden zuſammen begriffen die 4 Rechnungs-Arten in der Rechen-Kunſt, nemlich addiren, multipliciren, ſubtrahiren und dividiren.

Algorithmus infinitesimalis, heiſſen demnach die Rechnungs-Arten mit unendlichen kleinen Gröſſen, wie ſolche von dem Hrn. von Leibnitz erfunden worden.


Vollſtändiges
Mathematiſches
LEXICON,
Darinnen alle
Kunſt-Wörter und Sachen,
Welche
In der erwegenden und ausübenden Mathesi vorzukommen pflegen, deutlich erkläret;
Uberall aber
Zur Hiſtorie der Mathematiſchen
Wiſſenſchafften dienliche Nachrichten
eingeſtreuet,
Und die beſten und auserleſenſten Schrifften, welche iede Materie gründlich abgehandelt, angeführet:
Ferner auch
Die Mund- und Redens-Arten derer Marckſcheider
auch hieher gehöriger Künſtler und Handwercker,
beſchrieben;
Und endlich alles zum Nutzen ſo wohl gelehrter als ungelehrter Liebhaber der vortreflichen Mathematick eingerichtet worden.
Nebſt
XXXVI. Kupffer-Tabellen.
LEIPZIG,
bey Joh. Friedrich Gleditſchens ſel. Sohn.
1734.

Zur Historie:

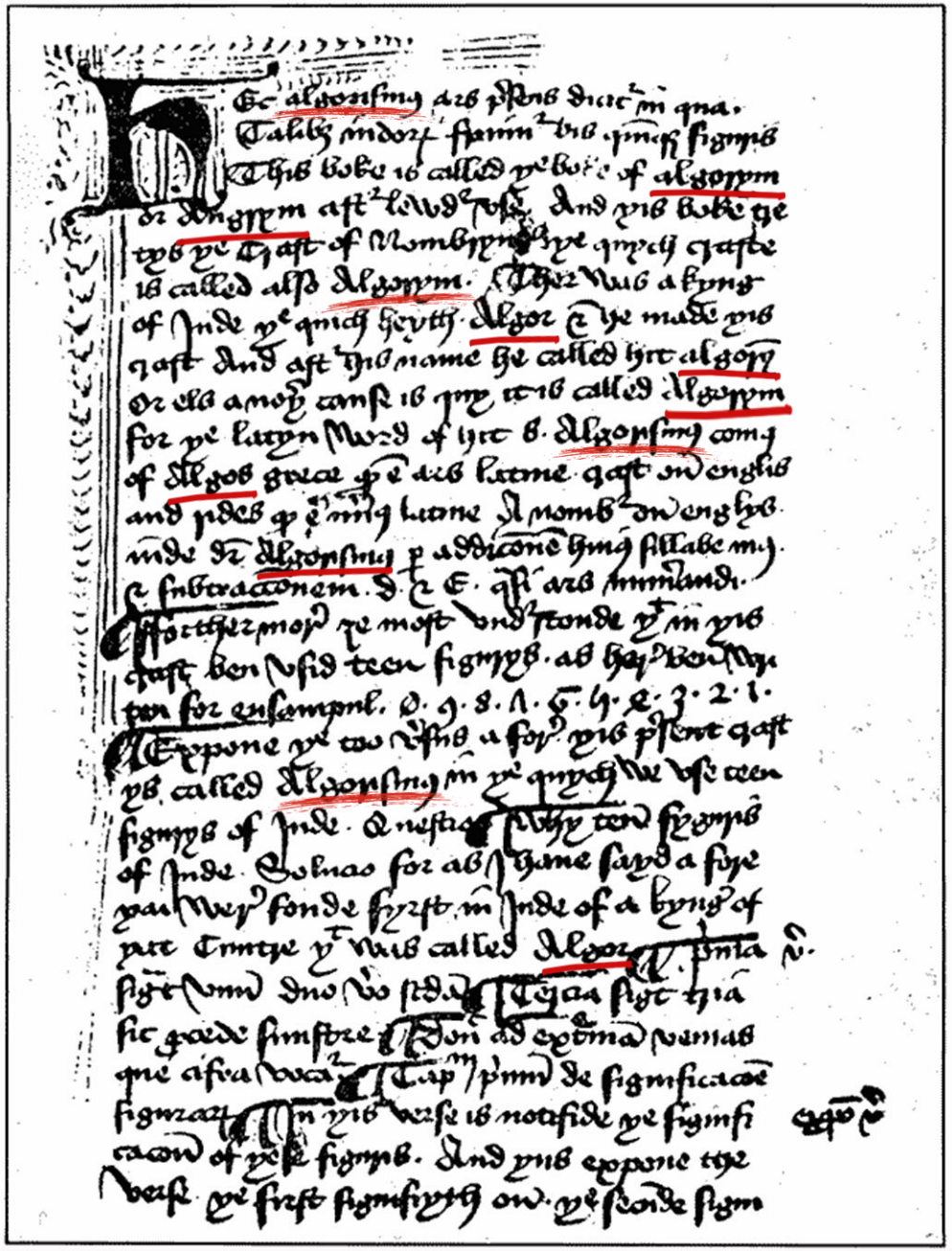
The Craft of Nombryng

Noch deutlich älter (von ca. 1300) ist ein frühenglisches Manuskript über die Kunst des Zählens und Rechnens mit indischen Ziffern, in dem der Begriff „algorism“ (bzw. „algorym“, „augrim“) auftaucht (Eggerton MS. 2622, British Museum: „It measures 7” × 5”, 29-30 lines to the page, in a rough hand. The English is N.E. Midland in dialect.“)

Es handelt sich um einen Kommentar und erweiterte Übersetzung des lateinischen Traktats *Carmen de Algorismo* von Alexandre de Villedieu (ca. 1240).

Damals populär, aber falsch, war die Annahme, dass das Wort auf einen indischen König „Algor“ zurückgeht oder vom griechischen Wort „algos“ abstammt.

Auf den nachfolgenden Seiten finden sich eine Transliteration der ersten Manuskriptseite sowie erläuternde Anmerkungen dazu aus dem Buch „History of Mathematics” von David E. Smith.



Zur Historie:

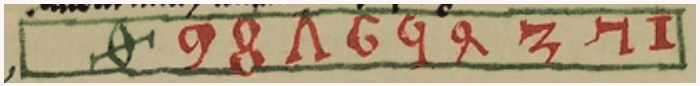
The Craft of Nombryng – Transliteration

„lewder“: „laienhaft“; d.h. hier: “entsprechend dem allgemein üblichen Gebrauch“

Hec algorism*us* ars p*re*sens dicit*ur*; in qua Talib*us* indor*um* fruim*ur* bis qui*n*q*ue* figuris.[1] This boke is called þe boke of algorym, or Augrym aft*er* lewd*er* vse. And þis boke tretys þe Craft of Nombryng, þe quych crafte is called also Algorym. Ther was a kyng of Inde, þe quich heyth Algor, & he made þis craft. And aft*er* his name he called hit algory*m*; or els anoþ*er* cause is quy it is called Algorym, for þe latyn word of hit s. Algorism*us* com*es* of Algos, grece, q*uid* e*st* ars, latine, craft on englis, and rides, q*uid* e*st* *nu*me*rus*, latine, A nomb*ur* on englys, inde d*icitu*r Algorism*us* p*er* addic*i*one*m* hui*us* sillabe m*us* & subtracc*i*onem d & e, q*ua*si ars num*er*andi.[2]

¶ fforthermor*e*[3] ȝe most vnd*ir*stonde þ*a*t in þis craft ben vsid teen figurys, as here ben*e* writen for ensampul, 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1 ¶ Expone þe too v*er*sus afor*e*[4]: this p*re*sent craft ys called Algorism*us*, in þe quych we vse teen signys of Inde. Questio. ¶ Why ten fyguris of Inde? Solucio. for as I haue sayd afore þai wer*e* fonde fyrst in Inde of a kyng*e* of þat Cuntre, þ*a*t was called Algor. ¶ Prima sig*nifica*t unu*m*; duo ve*r*o s*ecun*da[5]: ¶ Tercia sig*nifica*t tria; sic procede sinistre. ¶ Don*e*c ad extrema*m* venias, que cifra voca*tur*.

¶ Cap*itulu*m primum de significac*io*n*e* figurar*um*. ¶ In þis verse is notifide þe significac*i*on of þese figur*is*. And þus expone the verse. Þe first signifiyth on*e*, þe secu*n*de signi [*fiyth tweyn*e*]…



Die schwierig zu verstehende Null (bedeutet für sich nichts!) ist hier in anderer Farbe notiert

1,…,*5*: → *Erläuterungen nächste Slide*

Zur Historie:
The Craft of Nombryng – Erläuterungen

Kann man mit „Lehrgedicht über das Ziffernrechnen“ oder „Ode an die Arithmetik“ übersetzen

[1] These are the two opening lines of the *Carmen de Algorismo*, of Alexandre de Villedieu (*c.1240*). It is translated a few lines later: “This present craft is called Algorismus, in the which we use ten figures of India.”

[2] “Inde dicitur Algorismus per addicionem huius sillabe *mus* & subtraccionem *d* & *e*, quasi ars numerandi (Whence it is called Algorismus by the addition of this syllable *mus*, and the taking away of *d* and *e*, as if the art of numbering).” This idea had considerable acceptance in the 13th century.

[3] “Furthermore,” the *f* being doubled for a capital. “Furthermore you must understand that in this craft there are used ten figures.” The forms of the numerals given in the original were the common ones of the 12th and 13th centuries. The zero was not usually our form, but frequently looked more like the Greek *phi*. The 7, 5, and 4 changed materially in the latter part of the 15th century, about the time of the first printed books. The sequence here shown is found in most of the very early manuscripts, the zero or nine being at the left.

[4] “Explain the two verses afore.”

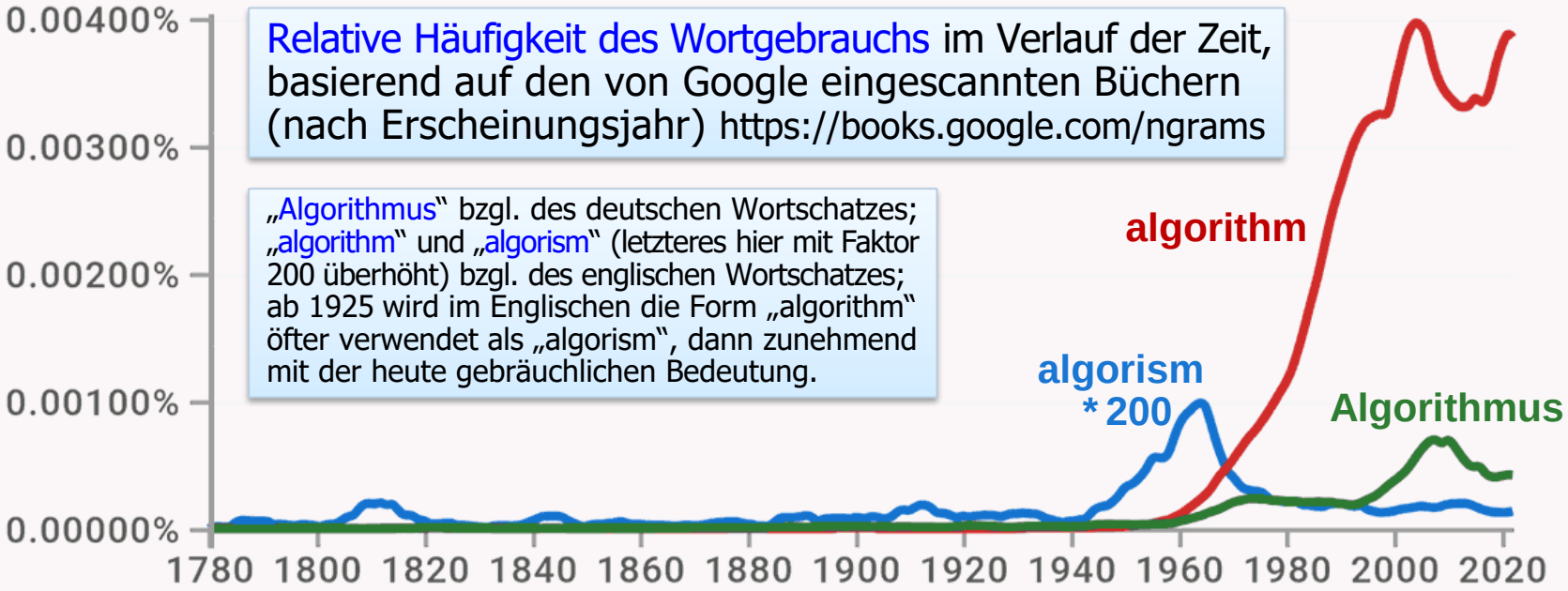
[5] “The first means one, the second two, the third means three, and thus proceed to the left until you reach the last, which is called cifra.” The author is quoting from the Carmen of Alexandre de Villedieu:

Prima significat unum; duo vero secunda;
Tertia significat tria; sic procede sinistre
Donec ad extremam venias, ques cifra vocatur.

Studenten mussten im Mittelalter viel auswendig lernen, da Kopien handgeschriebener Bücher selten und kostbar waren. Rhythmen und Reime halfen dabei; sie waren der Klarheit aber abträglich – daher entstanden zu solchen Werken oft erläuternde Kommentare.

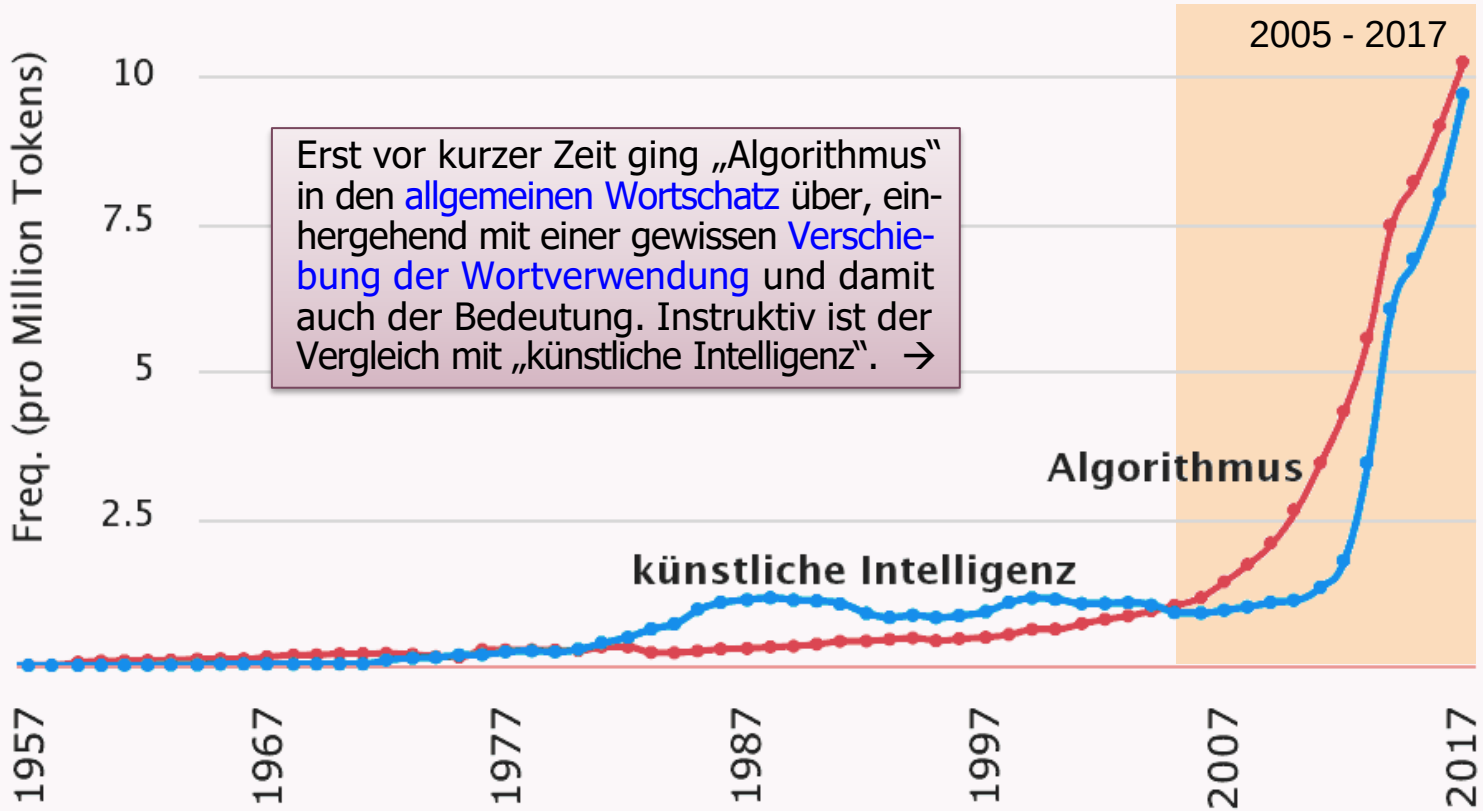
Die Null wurde also „cifra“ genannt, nach dem Arabischen „sifr“ (صِفْر) für „nichts“; daraus dann auch „Ziffer“

Popularität des Wortes „Algorithmus“



- Begriffe wie „euklidischer Algorithmus“ waren schon weit vor dem 20. Jh. populär
- Der Logiker Alonzo Church verwendet 1936 bereits „algorithm“ im heutigen Sinne, während Alan Turing um diese Zeit noch von „mechanical process“ spricht
- Mitte des 20. Jh. bürgerte sich „Algorithmus“ generell für „Rechenverfahren“ ein
  - 1954 veröffentlicht z.B. Andrei Andrejewitsch Markow jun. (1903 – 1979), Sohn des gleichnamigen berühmten Stochastikers, ein Buch mit dem Titel „Теория алгорифмов“
  - Ende der 1950er-Jahren wurde zur computerbasierten Lösung numerischer Probleme die „algorithmische“ Programmiersprache ALGOL entwickelt

Popularität des Wortes „Algorithmus“ (2)



Die plötzliche Popularität zeigt sich beim Zeitungskorpus des „Digitalen Wörterbuchs der deutschen Sprache“ (DWDS, www.dwds.de). Grundlage bildet nicht wie bei Google Books der Wortschatz aus Büchern, sondern eine Vielzahl bedeutender überregional verbreiteter deutschsprachiger Tages- und Wochenzeitungen mit über 16 Mio. Dokumenten und insgesamt ca. 375 Mio. Sätzen sowie mehr als 6 Mrd. Tokens. Dadurch wird eher reflektiert, was in der öffentlichen Diskussion populär ist. Das DWDS-Projekt wird von der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften betrieben.

Algorithmus =?= Künstliche Intelligenz

Wo Künstliche Intelligenz draufsteht, sind oft nur Algorithmen drin. -- www.marconomy.de

Das Departement Informatik der ETH Zürich sah sich im Dezember 2019 veranlasst, die zunehmende Gleichsetzung von Algorithmen und Künstlicher Intelligenz selbst innerhalb der ETH zu kritisieren. Anlass war der Entwurf des neuen Strategie- und Entwicklungsplans der ETH Zürich. In einem Brief an den Präsidenten der ETH heisst es:

We strongly urge a clear distinction between "algorithms" and "artificial intelligence", partly because it reflects reality, but mostly because the confusion of these two very different concepts in popular discourse muddies the already difficult discussion of the implications of "Digitalisierung".

For clarity, "algorithms" are a foundational concept in computer science, and refer to specific recipes or procedures for calculating values or performing actions. "Artificial Intelligence" is a broad field within computer science, and deals with automated decision making, planning, etc. "Machine learning" might be considered a subset of AI, in which algorithms are used together with training data to create models, which are then used as a basis for decision making, etc. The distinction between "algorithm" and "learned model" in ML is particularly important.

Im Februar 2021 veröffentlichte die Bertelsmann-Stiftung eine Studie „Wie Deutschland über Algorithmen schreibt" (Untertitel: „Eine Analyse des Mediendiskurses über Algorithmen und Künstliche Intelligenz"). Auf den 52 Seiten taucht das Wort „Algorithmus" bzw. „Algorithmen" 131-mal auf, aber fast ausschliesslich in der Wendung „Algorithmen und künstliche Intelligenz". Der Begriff „Algorithmus" wird nicht erläutert, im ersten Satz des ersten Kapitels aber als „neue Technologie" charakterisiert. Das Titelbild zeigt einen Menschen, der entweder des Lesens unkundig ist oder aber auf dem Kopf stehende Zeitungstexte lesen kann. In einem „Update" vom April 2022 heisst es: „Darüber hinaus wurde zum ersten Mal geprüft, inwieweit der Begriff ‚Künstliche Intelligenz' andere Ergebnisse liefert als der Begriff ‚Algorithmus'." Das Resultat: „Kenntnis über die Begriffe „Algorithmus" und „Künstliche Intelligenz" ist ungleich verteilt".

Irgendwas mit Algorithmus…

https://de.toonpool.com/user/7/files/irgendwas_4120055.jpg

Cartoon von Kittihawk (Christiane Lokar); 2008 wurde die deutsche Grafik-Designerin mit dem Cartoonpreis der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) ausgezeichnet.

It is interesting to observe how the term "algorithm" has taken the place of concepts like "technology," "system," or "digital media." […] At the hands of ethnographers, historians, and sociologists, the formerly stable figure of the algorithm disappears into a range of other concepts and relations, including "sociotechnical systems," "material history," "order," or "culture." This does not exactly make the initial question any easier. What actually *is* an algorithm? -- Malte Ziewitz, 2016.

Bedeutungsverschiebung von „Algorithmus“

Im Zeitalter von Machine Learning sind Algorithmen nicht mehr einfach nur Rezepte. Wenn es schon eine Küchenanalogie sein soll, dann sind Algorithmen eher das gesamte Kochen. -- Anna Jobin

Die oben angesprochene Bedeutungsverschiebung des Begriffs „Algorithmus“ in jüngster Zeit wird derzeit noch kaum explizit thematisiert; im französischsprachigen Wikipedia (fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme, Juli 2019) findet sich allerdings eine Aussage dazu:

> Dans la vie quotidienne, un glissement de sens s’est opéré, ces dernières années, dans la notion d’« algorithme » qui devient à la fois plus réducteur, puisque ce sont pour l’essentiel des algorithmes de gestion du big data, et d’autre part plus universel en ce sens qu’il intervient dans tous les domaines du comportement quotidien. La famille des algorithmes dont il est question effectue des calculs à partir de grandes masses de données (les big data). Ils réalisent des classements, sélectionnent des informations […]. Les implications sont nombreuses et touchent les domaines les plus variés.

Das neu aufgekommene nicht-technische Framing von Algorithmen unter ethischen und kulturellen Gesichtspunkten ist eine Quelle teilweise bizarrer Missverständnisse, etwa wenn Fachleute für Algorithmen benannt werden sollen. Die Soziologen Jonathan Roberge und Robert Seyfert sprechen in ihrem Aufsatz „Was sind Algorithmuskulturen?“ der Informatik sogar prinzipiell eine relevante Meinung dazu ab: „Wir würden sogar so weit gehen zu behaupten, dass der computerwissenschaftliche Diskurs algorithmische Praktiken konzeptuell ausschliesst.“ Die Begründung bleibt allerdings recht unscharf: „...da es ihrer DNA anhaftet, Algorithmen über Präzision und Korrektheit zu definieren. Computerwissenschaftler können Abweichungen einzig menschlichen Routinen zurechnen...“

Wer die Anweisung erhält, mit Milch, Mehl und Äpfeln etwas Schmackhaftes zu kochen, wird nicht zwangsläufig einen Apfelkuchen backen. -- Anna Jobin

Algorithmen im soziotechnischen Kontext

Die Bedeutungsverschiebung von Algorithmen wird auch bei einem Aufsatz von Rob Kitchin "Thinking critically about and researching algorithms" deutlich (2017, Auszüge):

Algorithms need to be understood as relational, contingent, contextual in nature, framed within the wider context of their socio-technical assemblage. From this perspective, 'algorithm' is one element in a broader apparatus which means it can never be understood as a technical, objective, impartial form of knowledge or mode of operation.

Code is not purely abstract and mathematical; it has significant social, political, and aesthetic dimensions, inherently framed and shaped by all kinds of decisions, politics, ideology […]. Whilst programmers might seek to maintain a high degree of mechanical objectivity – being distant, detached and impartial in how they work and thus acting independent of local customs, culture, knowledge and context – in the process of translating a task or process or calculation into an algorithm they can never fully escape these.

Wer diese Eigenschaften von Algorithmen als fabrizierte Fiktion abtue, sei "far from being objective, impartial, reliable and legitimate". Der Autor kritisiert dementsprechend auch die Herangehensweise der Informatik, die diese Eigenschaften von Algorithmen ausblendet:

In computer science texts the focus is centred on how to design an algorithm, determine its efficiency and prove its optimality from a purely technical perspective. If there is discussion of the work algorithms do in real-world contexts this concentrates on how algorithms function in practice to perform a specific task. In other words, algorithms are understood to be strictly rational concerns, marrying the certainties of mathematics with the objectivity of technology. Other knowledge about algorithms – such as their applications, effects, and circulation – is strictly out of frame. As are the complex set of decision-making processes and practices, and the wider assemblage of systems of thought, finance, politics, legal codes and regulations, materialities and infrastructures, institutions, inter-personal relations, which shape their production.

Algorithms – their usage has changed

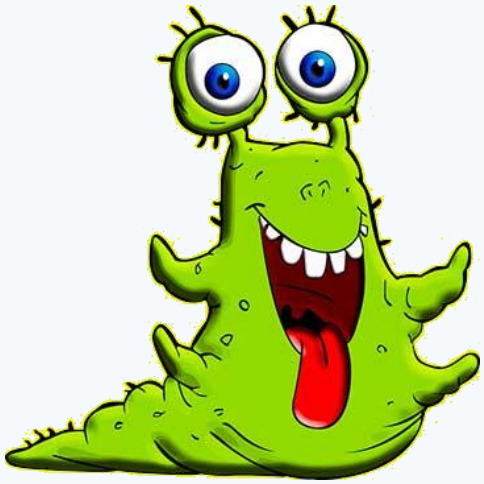
« Few subjects are more constantly or fervidly discussed right now than algorithms. But what *is* an algorithm? In fact, the usage has changed in interesting ways since the rise of the internet – and search engines in particular – in the mid-1990s. At root, an algorithm is a small, simple thing; a rule used to automate the treatment of a piece of data. If *a* happens, then do *b*; if not, then do *c*. […] At core, computer programs are bundles of such algorithms. Recipes for treating data. On the micro level, nothing could be simpler. If computers appear to be performing magic, it's because they are fast, not intelligent.

Recent years have seen a more portentous and ambiguous meaning emerge, with the word "algorithm" taken to mean any large, complex decision-making software system; any means of taking an array of input – of data – and assessing it quickly, according to a given set of criteria (or "rules"). This has revolutionized areas of medicine, science, transport, communication, making it easy to understand the utopian view of computing that held sway for many years. Algorithms have made our lives better in myriad ways.

Only since 2016 has a more nuanced consideration of our new algorithmic reality begun to take shape. If we tend to discuss algorithms in almost biblical terms, as independent entities with lives of their own, it's because we have been encouraged to think of them in this way. Corporations like Facebook and Google have sold and defended their algorithms on the promise of objectivity, an ability to weigh a set of conditions with mathematical detachment and absence of fuzzy emotion. No wonder such algorithmic decision-making has spread to the granting of loans / bail / benefits / college places / job interviews and almost anything requiring choice. »

[Andrew Smith: Franken-algorithms: the deadly consequences of unpredictable code, www.theguardian.com/technology/2018/aug/29/coding-algorithms-frankenalgos-program-danger]

Algorithmen: grün, schleimig, gefährlich



Sie kamen scheinbar über Nacht. Kinder lauschten verstört dem Abendgespräch der Eltern. Da war von bislang unbekannten Wesen die Rede. Sie mussten grün aussehen, vielleicht schleimig, zumal sie erst gerade den düsteren Tiefen des nahen Sees entstiegen sein mussten, in deren Strömung sie sich zuvor gleichmässig hin und her bewegt hatten – längste Zeit vollkommen unentdeckt. Aber jetzt waren sie plötzlich überall: Algorithmen! So eklig wie sie aussehen mussten, so gefährliche Wesen mussten das sein. Verführerisch seien sie. Sie stifteten Nutzen und erleichterten den Alltag. Damit zögen sie die Menschheit in ihren Bann. Anschliessend hätten sie leichtes Spiel, die Menschheit in kompletter Abhängigkeit zu beherrschen.

Christian Laux, 6.6.2019,
www.inside-it.ch/articles/54644

„Fuck the Algorithm“

The defining battle of the Zoomers’ lives will be against AI-enabled oppression

“The story of an algorithm — the scapegoat for government and regulator incompetence — taking away young people’s futures in the UK is just the start.

That’s the phrase that was chanted during protests against the Great Grade Swindle in London yesterday: ‘Fuck the algorithm!’ It will become the rallying cry for this generation and the generations that follow it. Because ‘the algorithm’ is magic now. It’s the thing that politicians – lazy, feckless, vain and money-grubbing – see as the solution to war, health, crime, education, food, and social deprivation. They don’t need policies and human empathy; they need the algorithm.

And Silicon Valley startups, handmaidens for the rapacious venture capital class, will keep selling them these magic AI solutions. And those solutions, built on the back of inequalities baked into the current system, will increase inequality and do what the VCs and their political pals want: They will maintain the inequality and maintain the system as it is. AI will not fix the world, it will just break it faster.

www.dw.com/image/54600560_303.jpg

So the war has already begun. Stand with the younger generations and join in the chant: **Fuck. The. Algorithm.**” [https://medium.com/@brokenbottleboy/fuck-the-algorithm-86c18245af36, 17. Aug. 2020]

„Fuck the Algorithm“ (2)

Algorithmen kommen aus Maschinen und sind deshalb unmenschlich. – Berliner Gazette

Zum Hintergrund des Protestes einige kurze Ausschnitte aus einem Artikel bei Heise online:

„Ein Algorithmus sollte in Großbritannien dafür sorgen, dass Schüler auch ohne Prüfungen eine gerechte Abiturnote bekommen. Das Ergebnis ist Chaos. […]

Wegen der Corona-Krise waren die Abiturprüfungen abgesagt worden. Viele Schüler fühlen sich um ihre Zukunft betrogen, nachdem ihre Noten teilweise deutlich niedriger ausgefallen waren, als es der Fall gewesen wäre, wenn die Einschätzung der Lehrer und Lehrerinnen gegolten hätte. […] Vor Regierungsgebäuden skandierten sie nun unter anderem ‚Fuck the algorithm!‘

www.telegraph.co.uk/technology/2020/08/17/a-levels-fiasco-has-revealed-socially-toxic-consequences-algorithmic/

Bei dem Streit geht es um die sogenannten A-Levels, die dem Abitur beziehungsweise der Matura entsprechen. […] Weil im Zuge der Corona-Einschränkungen in Großbritannien in diesem Jahr die Abschlussprüfungen abgesagt worden waren, hatte es zuerst geheißen, dass die jeweiligen Lehrer angeben sollen, welche Abschlussnoten sie für ihre Schüler erwarten. […]

Nachdem sich gezeigt hatte, dass es durch den Rückgriff auf die Einschätzungen der Lehrer deutlich mehr As beziehungsweise A*s als in den Vorjahren geben würde, hatte [die zuständige Behörde] Ofqual eine Änderung angekündigt. Danach legte ein Algorithmus die Noten fest und bezog dabei nicht nur die bisherige Leistung der Schüler ein, sondern auch die Ergebnisse der Schule in der Vergangenheit. Hatte die in den Vorjahren beispielsweise nur jeweils ein A-Level mit Bestnote, dann durfte sich das 2020 nicht ändern. Gab es bislang immer ein Abschlusszeugnis mit der schlechtestmöglichen Note, musste es ein solches auch in diesem Jahr geben. Das kam der BBC zufolge vor allem Absolventen von Privatschulen zugute, aus denen auch in den vergangenen Jahren die besten Ergebnisse gekommen waren. Gleichzeitig wurden in England mehr als ein Drittel der Noten um mindestens eine gesenkt.“

www.heise.de/news/Fuck-the-algorithm-Proteste-in-London-gegen-Corona-bedingte-Abi-Notenvergabe-4872096.html, 17.08.2020

„Fuck the Algorithm“ (3)

Auszug aus einem längeren Artikel des britischen *Guardian* vom 18.2.2021 *The student and the algorithm: how the exam results fiasco threatened one pupil's future*, der die Geschichte des Desasters anhand eines Schülers erzählt, der für seine gerechte „menschliche“ Bewertung kämpfte. www.theguardian.com/education/2021/feb/18/the-student-and-the-algorithm-how-the-exam-results-fiasco-threatened-one-pupils-future

« […] The algorithm plan was announced by Johnson's education minister, Gavin Williamson, on 18 March 2020. [The English exam regulator] Ofqual spent the next two months toying with possibilities. It came up with 11 candidate algorithms, labelled Approach-1 through Approach-11, ranged next to each other for consideration like prototype rockets. […] Approach-1 was reckoned the most accurate of the lot. By the end of May it had the nod.

In order for Approach-1 to function, it needed to be fed data. Some of this data could be drawn from Ofqual's own historical records – for instance, how well a school had performed in exams in previous years – and some data would have to be generated more speculatively. Teachers around the country were asked to predict what grades their students might have secured if exams had gone ahead. They were also asked to make lists that ranked students against each other by subject. The projected grades and rankings reached Ofqual in mid-June. Because most teachers were expected to be generous, and a minority to be Scroogier than the rest, a failsafe was built into Approach-1 that would adjust the incoming grades up or down based on historical precedent. For instance, did a school tend to get about 10 As in maths a year? And had its teachers projected 12 As for 2020? Well, Approach-1 might suggest, the school's 10 highest-ranked students in maths could have their As. But students number 11 and 12 would find they were Bs. They might even find they were Cs, if their school by some historical quirk did not typically secure Bs.

If this seems worrisome written down, it perhaps inspired more confidence when accompanied by reassuring graphs, hundreds of which were produced by Ofqual in its planning and testing phase: bell curves, spiky histograms, constellation-like scatter plots veined with blue and orange lines. Ofqual already employed statisticians and data scientists because, even in non-pandemic years, it used algorithms to regulate exam grades. Algorithms helped knock out regional inconsistencies. They helped flatten year-on-year inflation. In all sectors, in all parts of life, such problem-solving computer models steer important human matters, influencing what

„Fuck the Algorithm“ (4)


Daily Mail

YOU DUNCES!

Exam grades in chaos. Teachers in despair. Appeals set for meltdown. And what's the Education Secretary got to say to students getting results today? Er, sorry

interest rates we’re offered, how long we’ll wait for hip surgery, when’s ideal for the next Justin Bieber album to drop. Before 2020, Ofqual’s algorithms did not draw much public curiosity, let alone criticism. In the summer of 2020, Approach-1 had the support of teaching unions. The governments of Scotland, Wales and Northern Ireland, plotting with their own national exam regulators, had come up with roughly similar algorithms.

By the middle of June, with two months to go until grades were due in students’ hands, all the necessary data was in. At Ofqual, Roger Taylor and his staff studied the grades the algorithm spat out. It seemed as if fairness was being maintained. The grades were not unduly high or low compared with other years. Considered broadly, students from disadvantaged backgrounds were on course to do slightly better in 2020 than they had in 2019. Approach-1 did create a small proportion of anomalous results, less than a quarter of 1%, which gave Ofqual pause. Bright students in historically low-achieving schools were tumbling, sometimes in great, cliff-edge drops of two or three grades, because of institutional records they had nothing to do with. As documents released by the organisation show, Ofqual discussed the problem but were unable to find a solution.

As late as 7 August, Ofqual was concerned enough about the anomalies to send a memo to Boris Johnson’s office, noting “the risks of disadvantage to outlier students”. The public was not informed of this risk and in fact, when Ofqual published a summary of its efforts the following week, to accompany the public release of the Approach-1 grades, Taylor struck a tough, even bolshie note: “Some students may think that, had they taken their exams, they would have achieved higher grades. We will never know.”

Come the morning of 13 August, there were students, thousands, disinclined to leave the matter as vague as all that. The collapse of confidence in what Ofqual and the government had done was instant. At Southmoor Academy in Sunderland, vice-principal Sammy Wright moved between students who were trading pages of grades, stunned. “I tend to be quite positive about things,” said Wright, “but this was a shitshow. All the teachers I know were off-the-map angry, furious on behalf of the kids.” At Spires Academy in Oxford, not historically a high-performer in exams, teachers said they found it especially difficult to console the “outliers” in the school. Kate Clanchy, on the English staff, told me about her best student, projected to receive the highest possible grade, an A*, but knocked down by algorithm to a C. “She deeply believed she was rubbish,” said Clanchy. “We had tried all year to demonstrate to her she was not rubbish. Yet here was the system insisting: ‘We know what you are.’”

„Fuck the Algorithm“ (5)

There would be postmortem disagreements as to whether the algorithm helped or hindered students from disadvantaged backgrounds. Because of a limitation in Approach-1, niche subjects studied by smaller groups of students tended to be spared downward adjustment; and on the whole these subjects were more likely to be offered in private, fee-paying schools. While wealthier kids fared better in pockets, Ofqual continued to insist that poorer kids had done better overall. How much consolation this was to devastated individuals can probably be guessed.

Exams rank. Exams sort. In any given year, they pull aside a large number of ambitious kids and bluntly check their ambitions. Exams are cruel like this, but for all the many ways in which they are unfair, they do allow for something useful, which is a sense of agency. You go in clutching your biro – and your fate – in hand. You sit down and maybe you ask one of the patrolling teachers for a folded piece of paper to correct the desk's distracting wobble. You turn over your page, and now it's all on you, shit, shit, shit … ! Taylor and Ofqual would quickly admit that Approach-1 contained an awesome flaw. It allowed for no real agency. It did not give individuals, in Taylor's words, "the ability to affect their fate". After March, when schools had been closed and exams cancelled, nothing was on the kids. They were hardly involved till they ripped open their envelopes. […]

Ofqual had known since the spring that the Approach-1 algorithm would spit out anomalies. It knew these blips would have to be corrected by human intervention – appeals – if they were to be corrected at all. How something as necessary as a process for making those appeals was missing on 13 August is a story typical of Johnson-era governance. […] Far too late, Johnson's ministers sought to fiddle with aspects of the appeals process that Ofqual had spent a summer planning. Details were rushed or skimped. Nothing was firmly in place when it mattered. […]

On 16 August, after Roger Taylor acknowledged "a situation that was rapidly getting out of control", a decision was made that the Approach-1 algorithm was by now so tarnished it would be better if they abandoned it. Every student in England would now receive the grades that were predicted by their teachers back in June. […] "What's bizarre to me is that we've created a system where so much rests on something that's so inaccurate," Sam Freedman told me. Freedman is an education executive who during a crammed career has run schools, overseen teacher training, and worked as an adviser inside David Cameron's government. "Even in a normal year," Freedman said, "you've got people's lives being decided on a few grades, when those grades have a 50% chance of being wrong."

„Fuck the Algorithm“ (6)

By Ofqual’s own admission, about half the grades issued to school leavers in any given year were in some way aberrant or off. Levels of strictness, pedantry and pity varied from teacher to teacher, marker to marker, region to region. Essay-based subjects in particular were a nightmare for Ofqual to standardise. Such kinks and irregularities as there were got targeted by the algorithms that Ofqual made use of even in non-pan-demic years. These algorithms were a bit like desperate duvet-shakes, to try to get the edges square on a nation’s grades – and even then, when all was said and done, lumps remained.

“So forget Covid,” Freedman said. Every year, school leavers were sent scuttering off this way or that way, dodging life’s queues or joining life’s bottlenecks and jams, based on a filtering system that was appallingly flawed. Freedman could only think we’d stuck by this flawed system so long because no one had come up with anything better. “Because no one’s been prepared to acknowledge what it would mean to dismantle it all.” […]

There was a long, salty meeting between Ofqual’s leadership and the UK parliament’s education committee, broadcast online, which picked over the events of the summer and sometimes felt like a criminal trial in which Taylor, his colleagues, even the Approach-1 algorithm, were codefendants. Approach-1 was already a famous failure. Perhaps it was the first algorithm in the history of computer science to be condemned on the front page of every major British newspaper. During the parliamentary meeting, Taylor was urged to publicly disown his co-creation. It would have been easy for him to blame the crisis on a rogue, out-of-control algorithm. With his usual craven briskness, Johnson had done exactly this, muttering about a “mutant” strain of code. Taylor could not bring himself to denounce Approach-1 in such terms.

The algorithm did what it was supposed to do. Humans, in the end, had no stomach for what it was supposed to do. Algorithms don’t go rogue, they don’t go on mutant rampages, they only sometimes reveal and amplify the cruddy human biases that underpin them. Ofqual’s mistake was to think this exercise – which made plain our usual tricks for filtering and limiting young lives – would be morally tolerable as it played out in public view. Taylor apologised to everyone who had been hurt by Approach-1 and later resigned his position as chair of Ofqual. […] The education minister, Gavin Williamson, would announce, again, that exams were off in 2021. Puffing himself up, for all the world as if he hadn’t been the one to initiate Approach-1 in the first place, Williamson would go on to make a flashy promise that “this year, we will put our trust in teachers rather than algorithms”. »

„Fuck the Algorithm“ (7)

Bertrand Meyer: Things to do to an algorithm, Sep. 2020 (gekürzte Ausschnitte)
Volltext → https://cacm.acm.org/blogs/blog-cacm/247225-things-to-do-to-an-algorithm

« What can you do to or with an algorithm? You can *learn* an algorithm. Discovering classical algorithms is a large part of the Bildungsroman of a computer scientist. You can *teach* an algorithm. Whether a professor or just a team leader, you explain to others why the obvious solution is not always the right one. You can *simulate* or *animate* an algorithm. You can *admire* an algorithm. Many indeed are a source of wonder. You can *improve* an algorithm. At least you can try. You can *invent* an algorithm. Devising a new algorithm is a sort of rite of passage in our profession. If it does prove elegant, useful and elegant, you'll get a real kick. Then you can *publish* the algorithm. You can *prove* an algorithm, that is to say, mathematically establish its correctness. You can *implement* an algorithm. That is much of what we do in software engineering.

Of late, algorithms have come to be associated with yet another verb; one that I would definitely not have envisioned when first learning about algorithms in Knuth (the book) and from Knuth (the man — who most certainly does not use foul language). You can *fuck* an algorithm.

These U.K. events of August 2020 will mark a turning point in the relationship between computer science and society. Not for the revelation that our technical choices have human consequences; that is old news, even if we often pretend to ignore it. Not for the use of Information Technology as an excuse; it is as old ("*Sorry, the computer does not allow that!*") as IT itself. What "Fuck the Algorithm!" highlights is the massive danger of the current rush to apply machine learning to everything.

As long as we are talking marketing campaigns ("*customers who bought the product you just ordered also bought …*") or image recognition, the admiring mood remains appropriate. But now, ever more often, machine learning (usually presented as "Artificial Intelligence" to sound more impressive) gets applied to decisions affecting human lives. Machine learning does what the name indicates: it reproduces and generalizes the dominant behaviors of the past. The algorithms have no notion of right and wrong; they just learn. When they affect societal issues, the potential for societal disaster is everywhere.

The British students of the year 2020's weird summer will not be the last ones to tell us to fuck the algorithm. »

Vertrauen in Algorithmen?

www.sueddeutsche.de/image/sz.1.3885819

Das Wissenschafts-Fernsehmagazin Quarks & Co brachte bereits im Mai 2014 eine Sendung („Die Macht der Daten") zum Aspekt der zunehmenden Digitalisierung und Big Data. Die Sendung bestand aus Beiträgen „Berechnetes Leben", „Verräterischer Kassenbon", „Geld gegen Daten", „Überwachte Gesundheit", „Big Data im Polizeialltag" und „Gläserner Staat ". Im ersten Beitrag ging es um Probleme, „wenn Algorithmen die Kontrolle übernehmen", nett illustriert und motiviert durch das Schreckensszenario, beim Autofahren plötzlich im Fluss zu landen – was ja tatsächlich hin und wieder vorkommt:

https://www1.wdr.de/bigdatatalk-pdf100.pdf

„Einem Navigationsgerät sollte niemand blind vertrauen. Es basiert auf Algorithmen, welche Daten auch mal falsch interpretieren und den Autofahrer anstatt über eine Brücke zu einem Fähranleger leiten. Etliche Autofahrer sind schon im Wasser gelandet. Quarks & Co zeigt, wo Algorithmen in unserem Alltag schon heute eine Rolle spielen und zu welchen Turbulenzen vollautomatische Entscheidungssysteme führen können. Denn längst verlässt sich auch die Finanzwelt auf Rechenmodelle."

Algorithmen-Bashing im Feuilleton

Mir gefällt, wenn jemand von Algo-rhythmus spricht. Denke dann immer an Samba, Rumba oder Cha-Cha-Cha.
https://apps.derstandard.at/userprofil/postings/521489

„Algorithmus" war einmal ein unschuldiges, ein bisschen langweiliges Wort, so ähnlich wie „Grammatik" oder „Multiplikation". [...] In der Presse tauchte das Wort [...] nur dann auf, wenn jemand sagen wollte, dass da etwas Kompliziertes in einem Computer vorging, was man aus Rücksicht auf den Leser jetzt nicht so genau erklären mochte. So ging das bis zum Frühjahr 2010. Dann hielt die Kommunikationswissenschaftlerin Miriam Meckel einen Vortrag in Berlin, in dem sie den Vormarsch der Algorithmen und das Verschwinden des Zufalls beklagte. Wenige Tage später kritisierte Schirrmacher in der FAZ, dass nach dem Ausbruch des Eyjafjallajökull der Luftverkehr aufgrund von Simulationen und „sozialen Algorithmen" stillgelegt wurde. Seither ist kein Monat ohne großen Feuilletonbeitrag über das unbeaufsichtigte Treiben der Empfehlungs- und Filteralgorithmen vergangen, und seit dem Erscheinen von Eli Parisers Buch über die „Filter Bubble" Mitte 2011 ist „Algorithmus" auf dem besten Weg zum Schulhofschimpfwort. -- Kathrin Passig im Januar 2012 im Blog der Süddeutschen Zeitung („Zur Kritik an Algorithmen"). [Siehe dazu auch: Miriam Meckel (2011): Wie der Zufall aus unserem digitalen Leben verschwindet, www.spiegel.de/spiegel/print/d-80451034.html]

Pauschale Kritik an Algorithmen, wie sie in den letzten zwei Jahren häufig zu lesen war, ist ungefähr so sinnvoll wie Kritik am „Rechnen" oder – wie in den 1980er Jahren – an „den Computern". Man müsste erst mal präzise benennen, welche Verfahren man meint. Das scheitert in der Regel an der fehlenden Anschauung und dem fehlenden technischen Verständnis der Kritiker. -- Kathrin Passig im Januar 2012 in der Berliner Gazette, https://berlinergazette.de/kritik-an-algorithmen/

Algokratie

...wünscht sich eine große Mehrheit der Bevölkerung stärkere Kontrollen von Algorithmen. Es gilt daher, effektive Kontrollmechanismen politisch auszuhandeln, zu entwickeln und zügig umzusetzen. Leitbild muss dabei das gesellschaftlich Sinnvolle und nicht das technisch Machbare sein. -- Was Europa über Algorithmen weiß und denkt, Bertelsmann Stiftung, 2019

Der Journalist Adrian Lobe verfasst regelmässig Artikel für bekannte Tages- und Wochenzeitungen; im Januar 2018 schrieb er in der Süddeutschen Zeitung unter „Vorgekautes Denken" u.a.:

Klammheimlich haben sich in den letzten Jahren algorithmische Entscheidungssysteme in unseren Alltag geschlichen, die als zentrale Steuerungsinstanzen fungieren. Sie entscheiden autoritativ, ob wir bei der Bank einen Kredit bekommen, welche Informationen wir sehen und, wie in einigen US-Bundesstaaten, wie hoch die Haftstrafe ausfällt. Die technischen Systeme entscheiden über Freiheit oder Unfreiheit und mithin über ureigenste Rechte des Menschen – obwohl sie dazu gar nicht legitimiert sind.

Der Stanford-Soziologe A. Aneesh prägte den Begriff der „Algokratie", eine Herrschaftsform, bei der Programmcodes eine politische Steuerung implementieren. Durch die Abtretung von Wertentscheidungen an soziotechnische Systeme wächst Konzernen wie Google oder Facebook eine politische Macht zu. [...] Der Angriff auf die offene Gesellschaft besteht nicht allein darin, dass die große Masse aus politischen Entscheidungsprozessen ausgeschlossen wird, sondern, dass das Geschäftsmodell des Silicon Valley das Erbe der Aufklärung aufs Spiel setzt: das vernunftgeleitete, für jeden nachvollziehbare Überprüfen und Hinterfragen von Quellen. Die algorithmischen Prozeduren, die unter Ausschluss der Öffentlichkeit stattfinden, sind eine Rückkehr zu jenen Praktiken, wie sie bereits in der mittelalterlichen Geistlichkeit verbreitet waren und leisten einer Refeudalisierung der Gesellschaft Vorschub.

Das Problem ist, dass die Undurchsichtigkeit algorithmischer Prozeduren eine der Grundvoraussetzungen für das Funktionieren der Informationsökonomie ist. Google beruft sich auf die Schutzbehauptung, dass bei einer Offenlegung seines Algorithmus Spammer ihre Splitter in die oberen Suchränge platzieren könnten und die informationelle Architektur kollabieren würde. Es ist ein systemimmanenter Widerspruch, bei dem niemand weiß, wie er aufzulösen wäre.

Der langjährige Google-Chef Eric Schmidt formulierte 2005 das Ziel, für jede Suchanfrage nur noch einen Treffer anzuzeigen. „Wir sollten in der Lage sein, sofort die richtige Antwort zu geben. Wir sollten wissen, was jemand meint." [...] Die Automatisierung des Denkens, die zwischen jeder Programmierzeile zu lesen ist, ist nicht nur ein antiaufklärerisches Vorhaben, sondern auch ein Einfallstor für Autoritarismus. [...] Wenn Schmidt behauptet, Mehrfachantworten seien ein „Bug", also ein Fehler im System, ist das eine Absage an jede Form von Meinungspluralismus.

Herrschaft der Algorithmen?

Mit einem Algorithmus kann man nicht verhandeln. -- Anna Jobin

Jürgen Kuri, Redakteur bei der Computerzeitschrift c't und heise online, schrieb bereits 2010 in der Frankfurter Allgemeine Zeitung über die aufkommende Sorge vor der algorithmischen Herrschaft – unter der Überschrift „Herrschaft der Algorithmen – Die Welt bleibt unberechenbar":

Algorithmen beherrschen die Welt, die Gesellschaft, unser Leben, online wie offline. Hedge-Fonds entscheiden über Wohl und Wehe von Märkten, Firmen und ganzen Volkswirtschaften anhand der Berechnungen, mit denen die Algorithmen der Finanzmathematik die Welt erklären. Die selbständigen Transaktionen der automatisierten Börsensoftware lösen Auf- und Abwärtsbewegungen der Aktienindizes, ja ihren plötzlichen Absturz aus. Staaten und Staatengemeinschaften beurteilen die Lage anhand von Simulationen, in denen Algorithmen aus der Vergangenheit die Zukunft vorauszusagen versuchen. Beratergremien nehmen Politikern mittels Modellen Entscheidungen ab, deren Algorithmen mit historischen Wetterdaten, aktuellen Messwerten, archäologischen Gesteinsanalysen und anderen Daten, die sich zu von Menschen nicht mehr erfassbaren Gebirgen auftürmen, Aussagen über das künftige Klima treffen.

Scoring-Algorithmen bestimmen anhand persönlicher Zahlungsmoral, individuellen Umfelds, Wohn- und Arbeitssituation die Kreditwürdigkeit eines Bürgers. In per WLAN vernetzten Kraftfahrzeugen entscheiden Algorithmen, welche Autobahn die Strecke mit den wenigsten Staus verspricht und wie schnell oder langsam der Wagen fahren muss, um effizient und schnell ans Ziel zu kommen. Smartphone-Apps zeigen anhand von Bevölkerungsdaten und Kriminalitätsstatistik, ob es eine gute Idee ist, die schicke Wohnung ausgerechnet in diesem oder jenem Wohnviertel zu beziehen. Empfehlungsalgorithmen sagen uns, welche Musik wir hören wollen, welches Buch wir lesen möchten, welche Menschen wir treffen sollen. Die Maschinen, die Algorithmen berechnen unser Leben und unsere Zukunft: So ist es, so wird es sein.

www.faz.net/aktuell/feuilleton/herrschaft-der-algorithmen-die-welt-bleibt-unberechenbar-1996485.html

„Die Tyrannei der Algorithmen“

Michael Moorstedt, taz, 27.2.2016
[Text gekürzt und syntaktisch daran angepasst]

«Dem Algorithmus wird heutzutage eine beinahe mythische Macht zugestanden. Die Internet-Soziologin Zeynep Tufekci schreibt, wir befänden uns schon längst in einer Zeit, in der uns Algorithmen Angst einflößen können. Die Welt stehe am Anfang einer Ära von „urteilenden Maschinen. Maschinen, die entscheiden, was gut, relevant, angemessen oder schädigend ist.“ Umso verständlicher ist der Wunsch nach einer zentralen Steuerungsbehörde. Auf diese Weise haben Staaten und Gemeinwesen schließlich lange Zeit hindurch undurchsichtige Probleme in den Griff bekommen oder zumindest verwaltet. Es gibt da nur drei Probleme.

Erstens sind ihre Algorithmen das am besten gehütete Geheimnis der Internet-Firmen. Mit ihnen und durch sie verdienen sie ihr Geld. IT-Konzerne wie Google, Apple oder Facebook werden sich mit allen Mitteln dagegen wehren, ihre Superrezepte offenlegen oder gar regulieren lassen zu müssen. *Zweitens* sind die Algorithmen mittlerweile viel zu komplex, um überhaupt noch von Laien verstanden zu werden. Bis zu 100000 Variablen beeinflussen, welche Inhalte im Facebook-Newsfeed an welcher Stelle zu sehen sind. „Die Menschen überschätzen, inwieweit IT-Firmen verstehen, wie ihre eigenen Systeme arbeiten“, sagt etwa Andrew Moore, Dekan der Fakultät für Computerwissenschaften der renommierten Carnegie Mellon Universität und bis vor einem Jahr noch Google-Vizepräsident. *Drittens* ist ein Computeralgorithmus nun mal leider kein Kraftwerk, das – einmal aufgebaut und in Betrieb genommen – auf der grünen Wiese steht und vor sich hin emittiert. Wie es Software eigen ist, ist der Algorithmus flüchtig, wird permanent verbessert, unterliegt ständigem Wandel. Allein Google ändert seinen Suchalgorithmus mehrere hundert Mal im Jahr – ohne dass die Nutzer Kenntnis davon nehmen würden.»

Algorithmic Bias

Beherrschen uns Algorithmen wirklich? Viele Leute, die unentwegt das Wort „Algorithmus" im Munde führen, wissen nicht wirklich, wovon sie reden. Algorithmen als solchen Macht zuzusprechen, ist ein neo-primitiver Technoanimismus und nicht ungefährlich. -- Eduard Kaeser, NZZ vom 23.11.2017

Der Journalist (u.a. Neon, Focus, Wired, SZ, Bayerischer Rundfunk) und „bekennende Nerd/Geek" Michael Moorstedt schrieb unter dem Titel „Maschinenverstand" in der SZ vom 9. Aug. 2017:

Algorithmen regulieren und organisieren unser Leben online und immer häufiger auch offline. Daten und Zahlen werden eingegeben, und heraus kommt eine Anweisung: Wer bekommt einen Kredit, einen Job und eine Zahnzusatzversicherung? All das entscheiden immer häufiger nicht die netten Sachbearbeiter, sondern Algorithmen, nüchtern und vermeintlich unbestechlich. [...]

Manchmal wirken Algorithmen dabei bevormundend. Etwa wenn Facebook oder Google mal wieder anhand von längst zurückliegenden Klicks entscheiden, was der Nutzer auf seinem Bildschirm zu sehen bekommt oder nicht. Manchmal sind Algorithmen regelrecht kriminell, etwa wenn sie die Abgaskontrollanlage eines Dieselfahrzeugs dahingehend manipulieren, dass das Auto in Prüfsituationen weniger Stickoxide emittiert. Hin und wieder können sie sogar aufs Tiefste in das Leben der von ihnen Betroffenen eingreifen. In den USA berücksichtigen Gerichte bei der Frage, ob ein Straftäter rückfällig wird oder nicht, die Empfehlungen eines Algorithmus des Softwareherstellers Equivant. Der berechnete [...] bei Afroamerikanern fast doppelt so häufig wie bei Weissen fälschlicherweise eine hohe Rückfallgefahr. Gleichzeitig wurde ein späteres, erneutes Vergehen weisser Straftäter fast doppelt so oft nicht vorhergesagt wie bei Schwarzen.

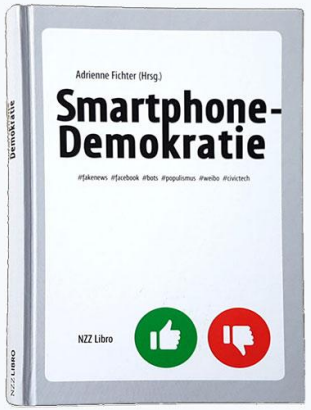
Von „Algorithmic Bias" ist dann die Rede, also von Befangenheit oder Vorurteilen eines Programms. Aufgrund von Beispielen wie diesem forderte Justizminister Heiko Maas deshalb vor Kurzem auf einer Digitalkonferenz ein „digitales Antidiskriminierungsgesetz" und „vorurteilsfreies Programmieren". „Im Rechtsstaat sind alle Entscheidungen begründungspflichtig. Denn nur so kann überprüft werden, ob die Grundlagen, auf denen sie getroffen wurden, richtig, rechtmässig und auch verhältnismässig sind", sagte Maas. „Eine solche Überprüfbarkeit brauchen wir auch, wenn Algorithmen Entscheidungen vorbereiten." [...]

www.sueddeutsche.de/digital/kuenstliche-intelligenz-wie-algorithmen-hass-und-vorurteile-zementieren-1.3620668

Neutrale Algorithmen?

I am worried that algorithms are getting too prominent in the world. – Donald Knuth

Auszug aus: Anna Jobin: Von A(pfelkuchen) bis Z(ollkontrolle): Weshalb Algorithmen nicht neutral sind. In: Adrienne Fichter (ed.): Die Smartphone-Demokratie. Zürich, NZZ Libro, 2017:



Vor über 30 Jahren publizierte der Technikhistoriker Melvin Kranzberg seine Thesen zur Technologie, wovon die erste lautet: «Technologie ist nicht gut oder schlecht und erst recht nicht neutral.» Seit einigen Jahren hören wir vermehrt von Algorithmen – ein Thema, das sich offenbar immer grösserer Beliebtheit erfreut. Die Diskussionen darüber sind oft polarisiert:

Während in den Augen der einen Algorithmen die Verantwortung für so vieles in unserem täglichen Leben tragen – und sie daher konsequent als entweder heilbringende Technologie oder Sündenbock beschrieben werden – vertreten andere die Meinung, Algorithmen seien nichts Neues, schon immer da gewesen und einfach zu einer modischen Bezeichnung von grundsätzlich agnostischer Computertechnologie geworden. [...]

Jenseits von Extrembeispielen nehmen algorithmische Prozesse in unserem Alltag tatsächlich einen wichtigen Platz ein. Sie berechnen Wettervorhersagen, handeln mit Aktien, steuern Verkehrsampeln und vieles mehr. Ihre Auswirkungen reichen von banal bis lebensentscheidend. Was all diese Prozesse jedoch gemeinsam haben, ist die Tatsache, dass uns durch ihren Einsatz Entscheidungen aus der Hand genommen werden. [...]

Wo entschieden wird, werden Werte gewichtet, und eine in jeder Hinsicht neutrale Entscheidung gibt es nicht. [...] Algorithmen sind nicht gut oder schlecht, aber die Werte, die sie – mit Absicht oder ungewollt – abbilden, können es sein.

Algorithmen: Macht, Ideologie & Fairness

Algorithmen bilden Wertvorstellungen ab – egal, ob diese Abbildungen als solche durchdacht und gewollt sind oder nicht. -- Anna Jobin

Auch Matthias Sander befasst sich in der NZZ vom 27.6.2019 mit der Macht der Algorithmen und spricht anhand eines prominenten Beispiels ein grundsätzliches Dilemma an: Welcher „Ideologie" soll ein „fairer" Algorithmus folgen, wenn die jeweiligen Alternativen unvereinbar sind? (Auszug):

Wenn Algorithmen (mit)entscheiden, [...] welcher Mörder nach Ablauf seiner Gefängnisstrafe verwahrt wird oder nicht, dann ist die Dringlichkeit von gesellschaftlichen Debatten zum Thema sofort klar. Zumal Software wie zum "predictive policing", der vorausschauenden Verbrechensbekämpfung, bereits vielerorts eingesetzt wird, auch in der Schweiz. Mit Erfolg – und zuweilen wenig wünschenswerten Folgen.

[...] Die Software Compas berechnet Rückfallwahrscheinlichkeiten von Straftätern. Sie wurde in den USA als rassistisch kritisiert, weil sie Schwarzen fast doppelt so oft wie Weissen fälschlicherweise unterstellte, rückfällig zu werden. Allerdings sagt der Algorithmus laut den Entwicklern mit nahezu gleicher Treffsicherheit für Schwarze wie Weisse die tatsächliche Rückfallquote voraus. Dieser vermeintliche Widerspruch hat einen simplen statistischen Ursprung: Die Kriminalitätsrate von Schwarzen ist höher als die von Weissen.

Das Beispiel zeigt, warum wir wissen sollten, wie ein konkreter Algorithmus funktioniert. Die Entwickler von Compas hatten das Ziel, dass über alle Bevölkerungsgruppen hinweg Rückfallgefährdete mit der gleichen Wahrscheinlichkeit zu Recht ins Gefängnis müssen. Die Kritiker hingegen wollen nicht, dass gut zu resozialisierende Schwarze öfter einsitzen als vergleichbare Weisse. Was davon ist fairer? Beide Ansprüche sind laut Mathematikern unvereinbar. Die Frage muss politisch beantwortet werden.

Die Politik der Algorithmen

„Algorithmen sind ein Machtinstrument“. Vorabdruck aus „Freiheit und Kalkül – Die Politik der Algorithmen“ von Sabine Müller-Mall („Die Welt“, 25. Sep. 2020)

« Indem Algorithmen Entscheidungen und Problemlösungen, die in der sozialen Welt relevant werden, berechnen, strukturieren sie die Zukunft des Zusammenlebens über ihre spezifischen Logiken mit. […]

Algorithmen schreiben sich in die soziale Welt auf eine Weise ein, die wir politisch nennen müssen. Sie operieren allerdings anders, als man auf den ersten Blick meinen könnte, nicht neutral, sondern normativ; sie ziehen Muster und Regelmäßigkeiten im Vergleich zu Abweichungen, Überraschungen und einem verschiedene Meinungen abwägenden Diskurs vor; und sie legen in ihrer Input/Output-Logik weder Wege noch Entscheidungskriterien offen. […]

Algorithmen stellen der Aushandlung, den einander widersprechenden Anordnungen von Interessen, Gruppen und Personen, dem Diskurs und dem Zusammenhang von Willensbildung und Selbstbestimmung eine Logik der Berechnung gegenüber. Die Logik der Berechnung geht Hand in Hand mit einer Logik der Eindeutigkeit: Maschinelle Berechnungen erzeugen einen Output, der unter den Bedingungen des jeweils verwendeten Codes eindeutig bestimmt ist. […]

Algorithmen üben keine Herrschaft aus, sie unterwerfen uns nicht ihren Annahmen und Logiken. Algorithmen bieten vielmehr Modelle und Lösungen für Probleme an, die gerade nicht davon abhängen und gerade nicht davon ausgehen, dass wir politische Freiheit gebrauchen. […] Ihre Logiken werden unausweichlich Teil der sozialen Welt. Dies können wir einfach so geschehen lassen. Wir können aber auch politisch mit diesen Veränderungen umgehen. […]

Weder Design noch Einsatz und auch nicht die Nutzung von Algorithmen sind „von außen“ gegebene Konstanten. […] Entscheidend ist jeweils, wie Algorithmen ausgestaltet werden, wie wir sie einsetzen und wie wir ihre Ergebnisse nutzen. […] Nur wenn wir Algorithmen als politisch begreifen, können wir selbstbestimmt und demokratisch mit ihnen umgehen. »

„Blackbox Algorithmus“

Was bei Algorithmen hinten herauskommt, weiss niemand so genau – und warum, noch viel weniger. – Schlagzeile der NZZ, 18.5.2018

Mario Martini 2017 in „Algorithmen als Herausforderung für die Rechtsordnung.“ (JZ, 1017 ff.):

Wie die Algorithmen funktionieren, denen wir die Organisation unseres Lebens immer stärker anvertrauen, verstehen wir immer weniger. Wie aber wir funktionieren, verstehen umgekehrt die Algorithmen im Maschinenraum moderner Softwareanwendungen immer besser. [...]

Eine intransparente und dadurch für Betroffene nicht nachvollziehbare Entscheidungsfindung birgt Gefahren für gesellschaftliche Grundwerte. Die „Blackbox Algorithmus" beschwört nicht nur das dumpfe Gefühl herauf, überwacht zu werden und die Selbstbestimmungsmacht darüber zu verlieren, wer welche persönlichen Daten sammeln, auslesen und daraus Schlüsse ziehen darf. Sie kann auch die Anwandlung auslösen, nach undurchsichtigen Entscheidungskriterien diskriminiert zu werden oder zum Objekt sublimer Steuerung zu degenerieren. Gleichzeitig entwaffnet der fehlende Einblick in das Arsenal einer Softwareanwendung den Verbraucher: Die Rechtmäßigkeit von Entscheidungen kann nur prüfen, wer die Datengrundlage, Handlungsabfolge und Gewichtung der Entscheidungskriterien kennt – und versteht.

Algorithmen beruhen auf menschlichen Modellierungen, in die auch Ansichten, Neigungen und Wertmuster ihrer Schöpfer einfließen; sie sind nicht per se objektiv oder neutral. Ihre Wertungen folgen strukturell den Zielmustern des Entscheiders und damit typischerweise eher der ökonomischen Rationalität ihrer Schöpfer als Wertvorstellungen des Gemeinwesens. [...]

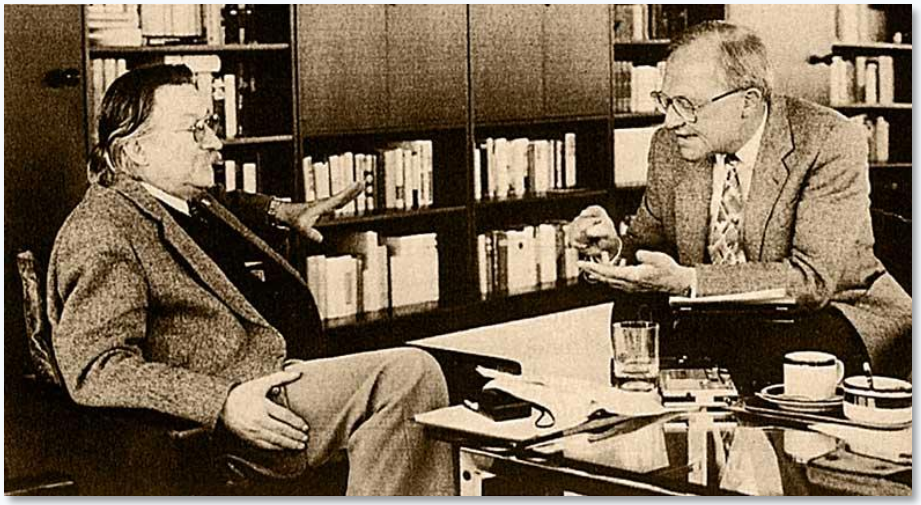
In vielen Kontexten sind Algorithmen den Schwankungen und Vorurteilen menschlicher Entscheidungsfindung zwar überlegen, diskriminierungsfrei sind sie aber nicht; ihnen fehlt ein ethischer Kompass. [...] Ihre Kontrolle entpuppt sich bei lernfähigen Systemen technisch gleichzeitig immer mehr als Quadratur des Kreises. [...] Wie sie zu ihren Ergebnissen gelangen, bleibt von außen nicht einsehbar und mithin auch für Kontrollmechanismen nicht nachvollziehbar. [...] Als Gegengift gegen die Intransparenz, die algorithmenbasierten Entscheidungsverfahren eigen ist, kann eine Begründungspflicht wirken. [...] Die Implementierung einer [...] Begründungspflicht in Softwareanwendungen wird Programmierer vor Herausforderungen stellen. Insbesondere bei komplexen maschinellen Lernverfahren neuronaler Netze können selbst ihre Schöpfer häufig nur im Nachhinein sagen, dass es zu einer Entscheidung gekommen ist – nicht aber, aus welchen Gründen. Was technisch schwierig erscheint, muss deshalb aber noch nicht im normativen Sinne unmöglich sein.

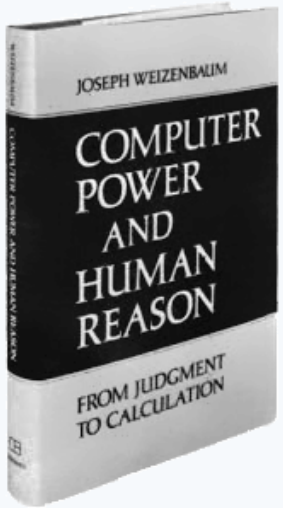
Blackbox Software?

„Daten werden in eine Black Box gefüttert, die nach einer Weile ein Resultat ausspuckt. Soll man der Antwort Glauben schenken? Krösus tat es und verlor sein Königreich. Nur naive Zeitgenossen glauben, dass in einer Black Box nie etwas schiefgeht..“ – George Szpiro

Die mangelnde Durchschaubarkeit von Softwaresystemen ist allerdings kein neues Problem, das erst im Kontext von „Algorithmen“ oder im Bereich der Künstlichen Intelligenz auftritt. Schon 1987 äusserte sich beispielsweise der Bremer Informatikprofessor Klaus Haefner (1936-2022) in einem vom Magazin „Der Spiegel“ (10/1987) initiierten und veröffentlichten Streitgespräch mit dem kritischen Wissenschaftler Joseph Weizenbaum (1923-2008) dazu so: „Leider, leider werden immer neue Systeme gebaut, die so kompliziert sind, dass wir sie nicht mehr durchschauen können. [...] Dass der Mensch unberechenbare Seiten hat, damit konnten wir bislang leben. Ein für uns unberechenbar rechnender Computer, das ist gefährlich und widerspricht der Zielrichtung der Evolution.“ Weizenbaum selbst hatte Mitte der 1970er-Jahre in seinem Buch „Computer power and human reason” („Die Macht der Computer und die Ohnmacht der Vernunft“) schon dringend vor unverständlichen Programmen und deren gesellschaftlichen Konsequenzen gewarnt.

Klaus Haefner



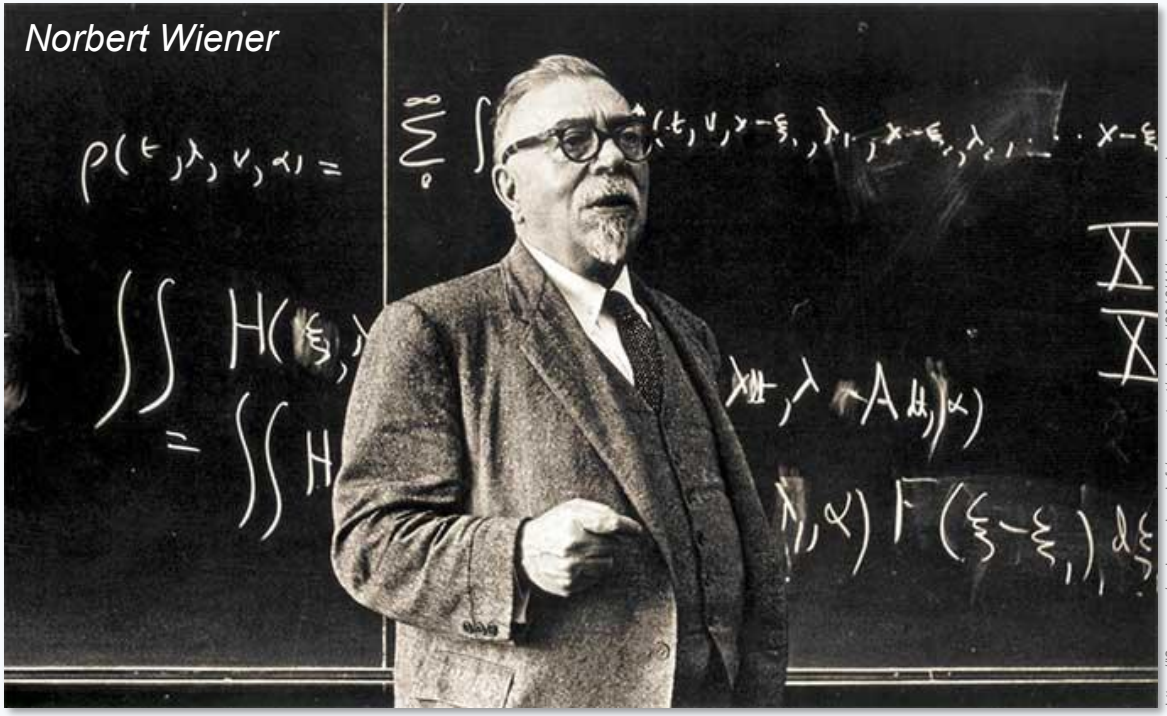


Joseph Weizenbaum

Blackbox Maschine?

Der Mann gilt als Universalgenie, denn er hat mit einer neuen Wissenschaft eine Revolution ins Rollen gebracht. In ihr geht es um die Verquickung von Technik und Natur, die Schaffung von Elektronengehirnen und Robotern. -- Bayerischer Rundfunk

Noch früher, bereits 1960, hat Norbert Wiener (der Begründer der Kybernetik, von dem später noch ausführlich die Rede sein wird) in seinem Artikel „Some Moral and Technical Consequences of Automation" auf die praktische Nicht-Nachvollziehbarkeit von Computerberechnungen hingewiesen: „It may well be that in principle we cannot make any machine the elements of whose behavior we cannot comprehend sooner or later. This does not mean in any way that we shall be able to comprehend these elements in substantially less time than the time required for operation of the machine, or even within any given number of years or generations. […] This means that though machines are theoretically subject to human criticism, such criticism may be ineffective until long after it is relevant."



https://i2.wp.com/maisouvaleweb.fr/wp-content/uploads/2018/11/norbert-wiener.jpg

Zum Aspekt von Algorithmen als Blackbox und den weiteren Kontext dazu sei auf den exzellenten Artikel von Kathrin Passig *Fünfzig Jahre Black Box* in Merkur, Nr. 823 (Dezember 2017) verwiesen.

Die Computertechnik ist eine Blackbox, auf der geschrieben steht: „Designed in California, made in China". Es sind, so könnte man glauben, junge Milliardäre aus Kalifornien und altgediente Parteisoldaten aus Peking – fremde Mächte –, die das Innenleben der Geräte gestalten, die zunehmend unser Leben bestimmen.

– Stefan Betschon, NZZ 16.7.2019

Blackbox bei Stanisław Lem

1964 veröffentlichte der bekannte polnische Schriftsteller Stanisław Lem sein Buch „Summa technologiae"; erst 1976 erschien eine deutsche und 2013 eine englische Ausgabe. Lem spekuliert darin über die technische Evolution, deren prinzipiellen Grenzen sowie mögliche Auswirkungen auf die menschliche Zivilisation. Fast nebenbei macht er eine Reihe phantastischer Voraussagen. Wikipedia schreibt dazu: „Bei diesen Voraussagen handelt es sich z.B. um die von Lem ‚Phantomatik' genannte Virtuelle Realität oder um die Nanotechnologie, des Weiteren um die Künstliche Intelligenz, die er ‚Intellektronik' nennt. Die Lem'schen Wortschöpfungen verweisen darauf, dass die heute gebräuchlichen Begriffe erst nach Erscheinen des Werks gebildet wurden."

Das Kapitel „Die Black Box" handelt von Algorithmen, komplexen Systemen und natürlich Black Boxes. Kathrin Passig paraphrasiert dies kurz und nett so: „…kein Einzelner kenne den Aufbau sämtlicher Apparate der modernen Industriegesellschaft. Nur die Gesellschaft als Ganzes besitze diese Kenntnis. Dieser ‚Prozess der Entfremdung' werde ‚vorangetrieben durch die Kybernetik, die ihn auf ein höheres Niveau hebt, denn prinzipiell kann sie auch solche Gebilde hervorbringen, deren Struktur schon keiner mehr kennt. Der kybernetische Apparat wird (die Fachleute benützen gern diesen Ausdruck) zur *black box*.' Die bisher gebauten Black Boxes seien so einfach, dass der ‚kybernetische Ingenieur' noch die Art des Zusammenhangs zwischen den Eingangszuständen und den Ausgangszuständen kenne. ‚Denkbar ist aber auch eine Situation, in der selbst er den mathematischen Ausdruck dieser Funktion nicht mehr kennt.'"

https://media.newyorker.com/photos/5c2e41107e716b454591b1f8/master/pass/Grimstad-Stanislaw-Lem.jpg

Mehr zu S. Lem auf späteren Seiten → →

Feindbild Algorithmus

Man könnte einfach „Software“ sagen, aber das klingt eben nicht so sinister wie „Algorithmus“, sondern nur ein bisschen nach angestaubten Disketten. Aber was soll man machen, in der Umgangssprache verschwindet die Software zugunsten des Algorithmus, und wer gegen den Sprachwandel protestiert, der kann auch gleich gegen Ebbe und Flut demonstrieren. -- Kathrin Passig, 2017

Das Wort Algorithmus ist mittlerweile so negativ besetzt wie der Name Darth Vader. Algorithmen wird Macht zugesprochen, manchmal sogar „unheimliche Macht“. Sie „greifen an“ und werden zur mindestens potenziellen Bedrohung erklärt, zu Herrschern über Menschen und Schicksale, zu „Imperien“. [Die Zeit, 14.10.2017, in „Feindbild Algorithmus“]

Im Februar 2019 wurden über zehntausend Personen in allen EU-Ländern nach dem Begriff „Algorithmus“ befragt. 15 Prozent haben den Begriff überhaupt noch nie gehört und 33 Prozent haben ihn zwar schon einmal vernommen, wissen aber nicht, was er bedeutet. Am ehesten verbinden sie damit auf die Person zugeschnittene Online-Werbung oder Anwendungen bei Dating-Plattformen. Polen kommt laut Studie auf den höchsten Kenntniswert, die Briten hingegen wissen besonders wenig über Algorithmen.

Algorithmen sind nicht schuld, aber…

Einige kurze Passagen aus „Algorithmen sind nicht schuld, aber wer oder was ist es dann?“ von Britta Schinzel. (Zur Frage, wer oder was stattdessen für die wahrgenommene Misere schuld ist, verweisen wir aber auf die ausführliche Diskussion in der Publikation selbst: FIfF-Kommunikation 2/17, S. 5-9, www.fiff.de/publikationen/fiff-kommunikation/fk-2017/)

Es ist, als wollte man von der Addition Moral verlangen. Algorithmen sind Rechenvorschriften, also formale Anweisungen zur Ausführung mathematischer Funktionen, denen […] soziale Funktionen und Zuschreibungen fremd sind. Sie können korrekt, effizient, sparsam, schnell, auch adaptiv bzw. „lernfähig“ sein, aber sie sind weder objektiv noch intelligent, weder gut noch böse. […] Algorithmen sind nicht fähig, moralische oder politische Ziele zu erwägen oder zu beachten. […]

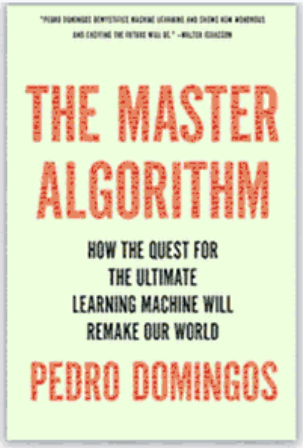
Dabei erscheint die Forderung nach ethischen und sozialen Algorithmen als grundlegendes Missverständnis und problematisch, weil so die Verantwortung auf formal Mathematisches verlagert wird, als unveränderlich erscheint und die menschliche Beteiligung verschleiert. […]

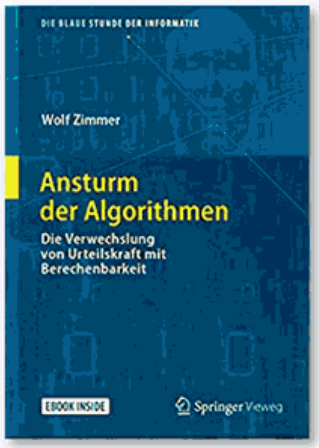
Wenn man einen diskriminierenden Text hat, so schreibt man die Ursache dafür nicht der Verwendung von Buchstaben oder Zahlen zu. Nicht anders verhält es sich mit der Verwendung von Algorithmen. Sie definieren mathematische Funktionen, die weder der Moral, der Diskriminierung noch der Klugheit oder analoger ethischer, emphatischer oder auch intelligenter Eigenschaften fähig sind. […]

Immer sind es letztlich Menschen, die entscheiden, welche Algorithmen wo und in welchen Zusammenhängen wie kombiniert und verwendet werden. Es sind Menschen, die etwa unvollständige Datensätze in Programm füttern oder dies an Automaten delegieren; die trotz aller bekannt gewordenen politischen Wirkungen von Hassbotschaften, Echokammern und Fake News Bots damit füttern. […] Für die Wirkung sind weder die Algorithmen noch die benutzten Buchstaben verantwortlich.

Algorithmus: Imageproblem

Was könnte man tun, um dem Wort „Algorithmus" ein besseres Image zu verpassen? Am einfachsten wäre es wohl, einfach ein anderes, freundlicheres Wort zu benutzen. Dies hat sich in der Geschichte immer wieder bewährt: Bei der Bundeswehr ist aus einem schrecklichen „Krieg" der an eine gemütliche, holzkohleofengewärmte Amtsstube erinnernde „Verteidigungsfall" geworden; die mittelalterliche, voraufklärerische „Folter" ist den zackigen „verschärften Verhörmethoden" gewichen...
Wie wäre es mit „Berechnungsvorschrift"? Zu dirigistisch. Vielleicht „Rechenanleitung"? Schon besser, klingt aber etwas nach einer Mathematiknachhilfestunde. Letzter Vorschlag: „Kochrezepte für Computer". Da stellt man sich unwillkürlich tomatensossebespritzte Roboter in einer Küche vor und ist damit schon mal in einer positiven mentalen Grundhaltung. Am Ende bleiben wir dann doch bei „Algorithmus". [Till Tantau]

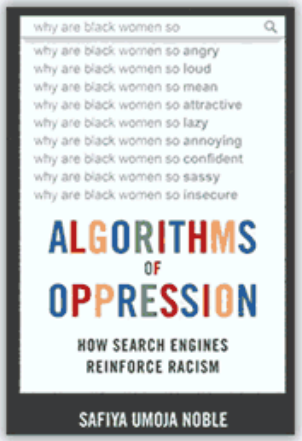




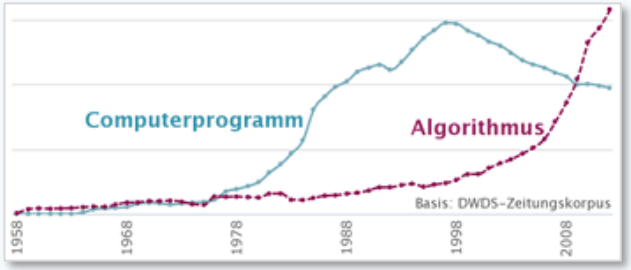
Algorithmen brauchen keine Computer

Skispringer haben es schwer, den Algorithmus des perfekten Sprungs zu finden.
-- Berliner Zeitung, 31.12.2004

In seinem lesenswerten Buch „Planet der Algorithmen“ greift Sebastian Stiller die Popularisierung und postmoderne Interpretation des Begriffs „Algorithmus“ zunächst auf: „*Algorithmen haben einen schlechten Ruf. Man nennt sie in einem Atemzug mit Gleichmacherei, Grosskonzernen, Bespitzelung und Bedrohung.*“ Und an anderer Stelle schreibt er: „*Algorithmus ist ein Modewort. Es steht für »irgendetwas mit Computern«. Im Talkshow-Vokabular ersetzt es heute das, was in den 1980ern »Computerprogramm« hiess. Der Algorithmus dient als Leerstelle für alles, was man nicht so genau verstanden hat. Ähnlich umschwärmt ist wohl nur der traditionelle Liebling der Populärwissenschaft, die Formel. Der Algorithmus wirkt jedoch aktiver und bedrohlicher, deutet ein dunkles Geschehen an, das sich uns entzieht, weil wir nicht eingeweiht sind, nicht genug Fachwissen haben oder nicht so denken wie diejenigen, die mit Algorithmen arbeiten.*“



Bevor er selbst auf Algorithmen im Informatik-Sinne sowie deren Bedeutung eingeht, setzt er Algorithmen in den richtigen Bezug zum Computer: „*Algorithmen brauchen keine Computer. Der Mensch kennt Algorithmen spätestens, seit er rechnen kann. Ein Algorithmus ist ein Teil unseres Denkens, den wir so gut verstanden haben, dass wir ihn getrost auslagern können. Wir lassen denken. Dafür sind dann die Computer gut.*“



Algorithmus → Logarithmus

2 4 3 1

Süddeutsche Zeitung, 8. Dez. 2017

KORREKTUREN

»» In „Nonstop“ vom 5. Dezember auf Seite 18 war fälschlicherweise die Rede von Logarithmen, mit deren Hilfe automatisch Ticketpreise für Flugreise und Expresszüge ermittelt würden. Es handelt sich natürlich um Algorithmen.

Ein Anagramm (oder „Schüttelwort“) entsteht, wenn man die Buchstaben eines Wortes „schüttelt“, d.h. in eine andere Reihenfolge bringt. Genauer: Ein Anagramm ist ein Wort, das aus einem anderen Wort durch Permutation seiner Buchstaben gebildet wird. *Logarithmus* ist daher ein Anagramm von *Algorithmus*. Es gibt im Deutschen erstaunlich viele Anagramme, wo sich gelegentlich dann eben doch Verwechslungen oder Druckhelfer~~helfer~~ fehler auftun. Beispiele:

Das wohl bekannteste Palindrom: SATOR AREPO TENET OPERA ROTAS (auch senkrecht lesbar!) – eine alte magische Formel, die man u.a. bei Ausgrabungen in Pompeji fand.

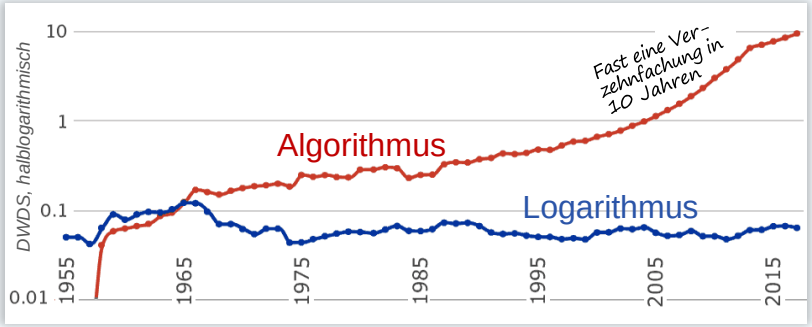
Angel – Nagel; Mietshaus – Atheismus; Hasen – Sahne; Bauschutt – Staubtuch; Gras – Sarg; Geburt – Erbgut – Betrug; Lehm – Mehl – Helm; Maus – Saum; Leertaste – Leseratte; Ableger – Gelaber; Anbieter – Antriebe – Arbeiten; Beil – Blei – Leib; Bürste – Brüste; Düsen – Süden – Sünde; Edelstein – Sendeteil; Eifersucht – Schufterei; Endgehalt – Heldentag; entschlief – feilschten – schleiften; Galerist – Lagerist; Gehirn – Hering; geschwinde – schweigend; Ladentisch – Nadelstich; latschen – schalten – stacheln; Leitwert – Tierwelt; löchern – röcheln; Mieterschutz – Zuchtmeister; Orangensaft – Osteranfang; Tenor – Toner – Toren – Orten; Patente – Tapeten; servierter – verreister – versierter; Restposten – Testperson; Rosine – Senior; Sportarten – Transporte; Strohmatte – Thermostat; unversichert – verunsichert; vereiteln – verleiten – verteilen; Vergaser – Versager; wachsen – waschen; Weizenbier – Zweibeiner; Beifahrer – Haferbrei; Differenz – Endziffer; Donner – Dornen – Norden; Klone – Onkel; lutschen – tuscheln; resolut – treulos; Lampe – Ampel – Palme; Atlas – Salat; Kamel – Makel; Angstbude – Bundestag; Asche – Achse – Sache; Eichel – Leiche; Reifen – Ferien – Feiern; Bier – Brei – Brie; Lager – Regal; Nebel – Leben; Rot – Tor – Ort; Torte – Toter; Regen –

2 4 3 1

Logarithmus

Wenn wir schon wegen eines „Druckfehlers“ vom Algorithmus zum Logarithmus geführt werden, dann reden wir doch kurz über diese wichtigen & interessanten Logarithmen!

Logarithmus, aus griech. *λόγος* (*lógos*) „Verhältnis, Berechnung“ und *ἀριθμός* (*arithmós*) „Zahl“; der neulateinische Begriff wurde erstmals 1614 vom schottischen Mathematiker John Napier verwendet. Die „Verhältniszahl“ drückt die Beziehung zwischen der arithmetischen und der geometrischen Reihe aus. Der Schweizer Jost Bürgi hatte zwar schon früher eine Logarithmentafel erstellt, aber erst 1620 veröffentlicht. Da darin die Logarithmen in roter Schrift ausgeführt sind, nannte er seine Logarithmen einfach „rote Zahlen“.



Kleines Feuilleton.

= [Die Dreihundertjahrfeier der Logarithmen.] In das Jahr 1914 fällt die 300. Wiederkehr des Tages, an dem Lord Napier seine „Mirifici Logarithmorum Canonis descriptio“ erscheinen ließ, das erste Druckwerk, in dem der Begriff des Logarithmus erörtert wird. Die „Royal Society“ in Edinburgh veranstaltet zur Erinnerung an dieses Ereignis am heutigen Tage einen Kongreß, zu dem eine Reihe von Fachleuten des In- und Auslandes eingeladen sind. John Napier, Laird of Merchiston, hat mit seinem Buche zweifellos die Grundlage zu allen mathematischen Verfahren gelegt, die eine Vereinfachung des Rechnens zum Ziele haben, und auf die Tabellen seines Werkes gehen die heutigen Logarithmentafeln zurück. Professor Max Simon (Straßburg) hat bereits in der „Frankfurter Zeitung“ (Zweites Morgenblatt vom 7. Juli 1913) eine ausführliche geschichtliche Darstellung der Entwicklung des logarithmischen Rechnens und den weittragenden Folgen für die mathematische und astronomische Wissenschaft gegeben. In diesen Tagen der Feiern zur Erinnerung an den großen englischen Mathematiker sollte man aber nicht vergessen, daß der Schweizer Joost Bürgi, der sich aus eigner Kraft vom Uhrmachergesellen zum Astronomen vom Range Tycho de Brahes erhoben, der vor Galilei den Proportionalzirkel erfunden hat, der gleichzeitig mit Stevin die Dezimalbruchrechnung und als erster die abgekürzte Multiplikation ersann, die Logarithmen mindestens fünf Jahre vor Napier gefunden hat. Seiner allzu großen Bescheidenheit wegen versäumte er jedoch, seine Erfindung rechtzeitig in die Oeffentlichkeit und damit ihre Priorität zur Anerkennung zu bringen.

Frankfurter Zeitung (Zweites Morgenblatt vom 24. Juli 1914)

Kernidee eines Algorithmus für den Logarithmus:

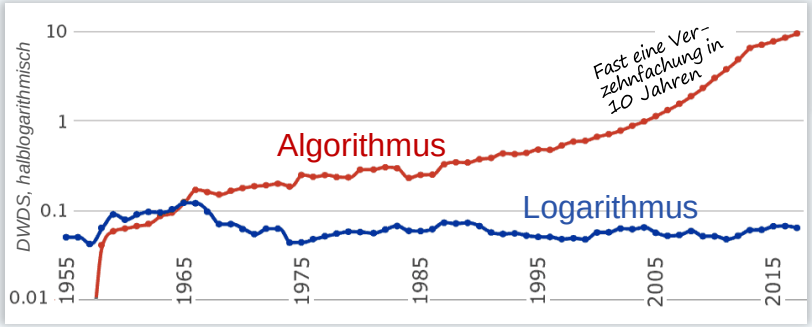
$$\ln x = 2\left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \ldots\right)$$

2 4 3 1

Logarithmus

Wenn wir schon wegen eines „Druck-fehlers“ vom Algorithmus zum Loga-rithmus geführt werden, dann reden wir doch kurz über diese wichtigen & interessanten Logarithmen!

Logarithmus, aus griech. *λόγος* (*lógos*) „Verhältnis, Berechnung“ und *ἀριθμός* (*arithmós*) „Zahl“; der neulateinische Begriff wurde erstmals 1614 vom schottischen Mathematiker John Napier verwendet. Die „Verhältniszahl“ drückt die Beziehung zwischen der arithmetischen und der geometrischen Reihe aus. Der Schweizer Jost Bürgi hatte zwar schon früher eine Logarithmentafel erstellt, aber erst 1620 veröffentlicht. Da darin die Logarithmen in roter Schrift ausgeführt sind, nannte er seine Logarithmen einfach „rote Zahlen“.



Kleines Feuilleton.

= [Die Dreihundertjahrfeier der Logarithmen.] In das Jahr 1914 fällt die 300. Wiederkehr des Tages, an dem Lord *Napier* seine „Mirifici Logarithmorum Canonis descriptio“ erscheinen liess, das erste Druckwerk, in dem der Begriff des Logarithmus erörtert wird. Die „Royal Society“ in *Edinburgh* veranstaltet zur Erinnerung an dieses Ereignis am heutigen Tage einen *Kongress*, zu dem eine Reihe von Fachleuten des In- und Anstandes eingeladen sind. John Napier, Laird of Merchiston, hat mit seinem Buche zweifellos die Grundlage zu allen mathematischen Verfahren gelegt, die eine Vereinfachung des Rechnens zum Ziele haben, und auf die Tabellen seines Wertes gehen die heutigen Logarithmentafeln zurück. Professor Max *Simon* (Straßburg) hat bereits in der „Frankfurter Zeitung“ (Zweites Morgenblatt vom 7. Juli 1913) eine ausführliche geschichtliche Darstellung der Entwicklung des logarithmischen Rechnens und den weittragenden Folgen für die mathematische und astronomische Wissenschaft gegeben. In diesen Tagen der Feiern zur Erinnerung an den grossen englischen Mathematiker sollte man aber nicht vergessen, dass der Schweizer Joost *Bürgi*, der sich aus eigner Kraft vom Uhrmachergesellen zum Astronomen vom Range Tycho de Brahes erhoben, der vor Galilei den Proportionalzirkel erfunden hat, der gleichzeitig mit *Stevin* die Dezimalbruchrechnung und als erster die abgekürzte Multiplikation ersann, die Logarithmen mindestens *fünf Jahre vor Napier gefunden* hat. Seiner allzu grossen Bescheidenheit wegen versäumte er jedoch, seine Erfindung rechtzeitig in die Oeffentlichkeit und damit ihre Priorität zur Anerkennung zu bringen.

Frankfurter Zeitung (Zweites Morgenblatt vom 24. Juli 1914)

Kernidee eines Algorithmus für den Logarithmus:

$$\ln x = 2\left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \ldots\right)$$

Simplifier les effroyables calculs numériques

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$$

$$\log_a(x^m) = m \cdot \log_a(x)$$

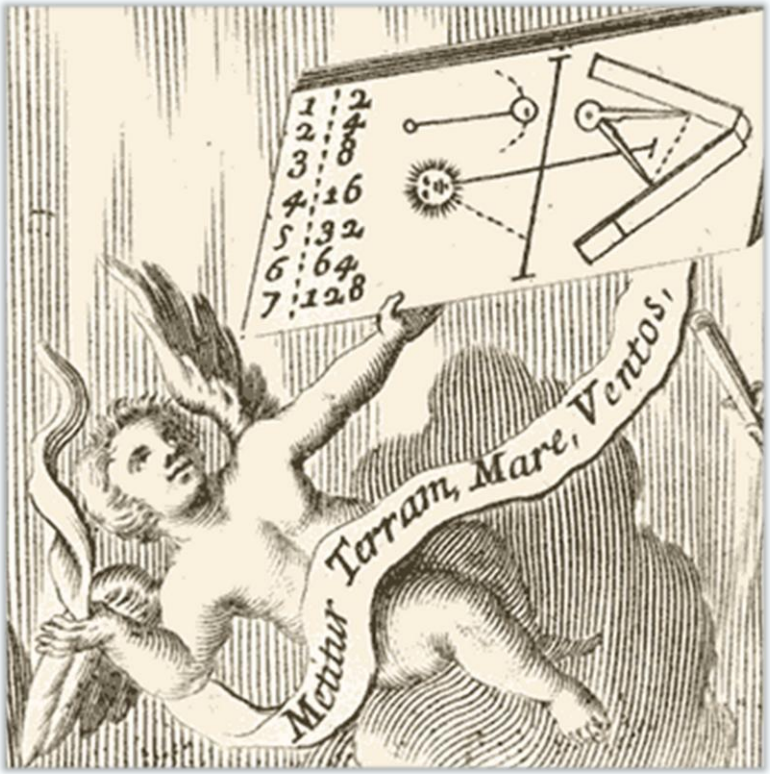
$$\log_a\left(\sqrt[n]{x^m}\right) = \frac{m}{n} \cdot \log_a(x)$$

Vorrede an den Treuherzigen Leser: Betrachtendt derowegen die Aigenschafft und Correspondenz der Progressen als der Arithmetischen mit der Geometrischen, das was in der ist Multiplizieren ist in jener nur Addieren, und was ist in der dividieren, in Jehner Subtrahieren, und was in der ist Radicem quadratam Extrahieren, in Jener ist nur halbieren, Radicem Cubicam Extrahieren, nur in 3 dividieren, Radicem Zensi in 4 dividieren, Sursolidam in 5. Und also fort in Anderen quantitaten, so habe Ich nichts Nützlichres erachtet, dan dise Tabulen. [Jost Bürgi: Kurzer Bericht der Progress Tabulen wie dieselbige nützlich in Allerley Rechnung zugebrauchen.]

Tous les mathématiciens, tous les astronomes, et ils étaient alors en grand nombre, sentaient à chaque instant le besoin de trouver quelque invention qui simplifiât les effroyables calculs numériques auxquels ils étaient sans cesse contraints de se livrer pour la résolution des triangles célestes, seule application des mathématiques que l'on connût alors. [...] Et en effet, lorsque l'on songe à ce que devait être le calcul numérique des Tables de sinus et de tangentes naturels, pour un rayon exprimé par un million, ou même par dix millions de parties, comme on en construisait alors, quand on songe que tout cela exigeait de continuelles divisions et multiplications, qui devaient impitoyablement s'exécuter au complet, sans faire grâce d'aucun chiffre sur les plus grands nombres, on comprend très bien que tous les vœux des mathématiciens tendissent à se délivrer d'un si lourd fardeau. [Jean-Baptiste Biot]

The invention of logarithms was admirably timed, for Kepler was then examining planetary orbits, and Galileo had just turned the telescope to the stars. [Florian Cajori]

Lobeshymne auf die Logarithmentafel

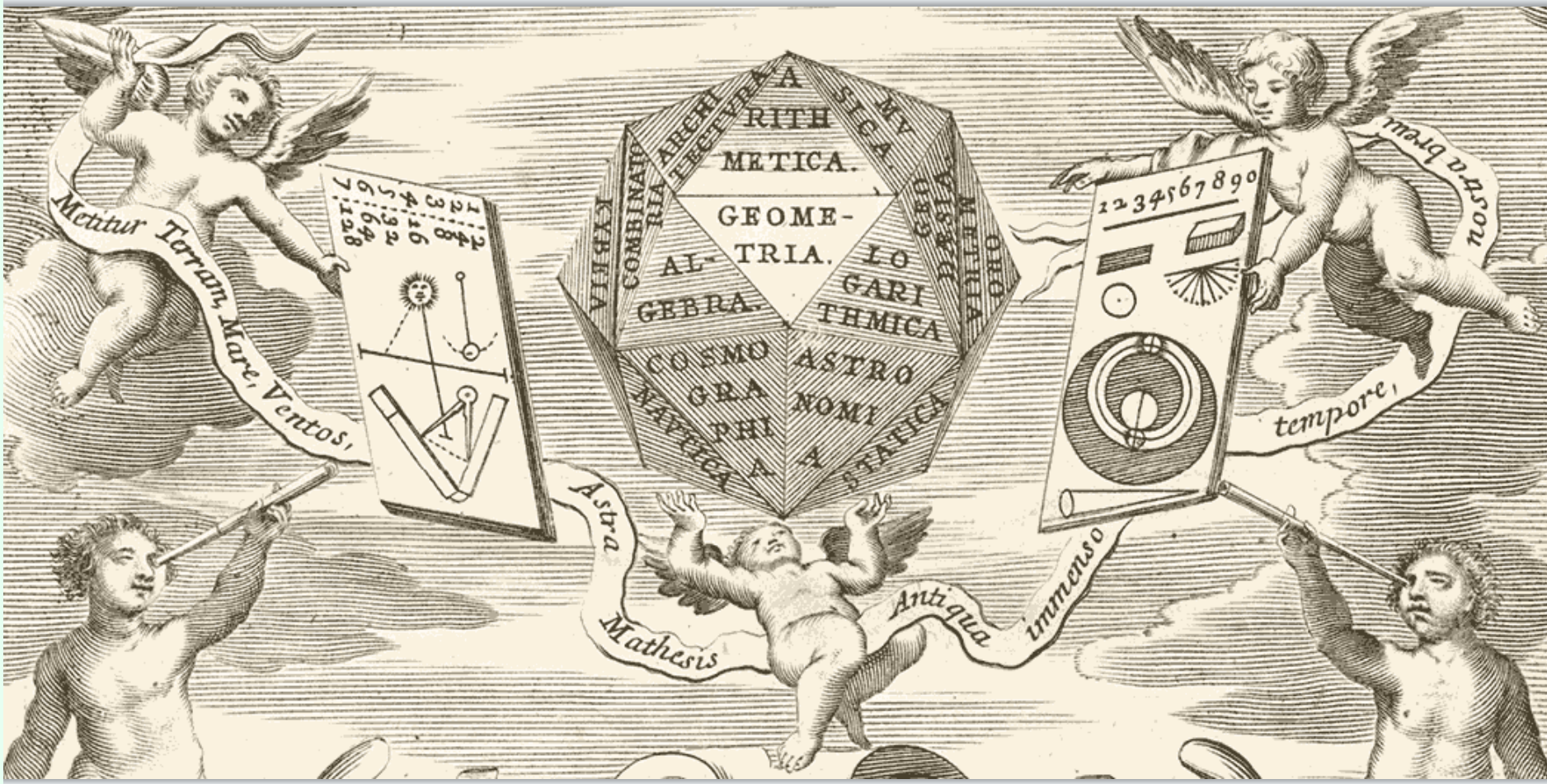


← Ausschnitt aus dem Titelbild des Mathematik-Buches „Mathesis biceps" von Juan Caramuel Lobkowitz aus dem Jahr 1670.

Ein Engel hält eine Logarithmentafel und den Anfang des Spruchbandes „*Metitur Terram, Mare, Ventos, Astra Mathesis. Antiqua immenso tempore, nostra brevi*." Der Spruch spielt dabei auf die Logarithmen an, welche die mathematischen Methoden zur Vermessung der Welt extrem beschleunigt haben. Die Vermessung des Kosmos ist neben den Logarithmen ikonenhaft dargestellt.

Juan Caramuel Lobkowitz wurde 1606 in Madrid geboren. Zu seiner Herkunft schrieb er: „Matre Bohema et patre Lutzelburgensi natum" – seine Mutter kam aus einer böhmischen Adelsfamilie, sein Vater, ein Ingenieur und Artillerist, stammte aus Luxemburg. Er war Mathematiker und Astronom, aber noch viel mehr: „Theologe, Philosoph, Natur- und Sprachforscher, Jurist, Diplomat, Soldat, Ingenieur und Architekt: Juan Caramuel de Lobkowitz, königlicher Ratgeber, Zisterziensermönch und Bischof von Vigevano, ist zweifellos die Verkörperung des universellen Menschen des Barock. Er beherrschte mehr als 20 Sprachen, war ein begabter Prediger und Autor vieler Bücher über ein weites Themenspektrum." [www.westfaelische-geschichte.de/tex495]

Metitur Terram, Mare, Ventos, Astra Mathesis. Antiqua immenso tempore, nostra brevi.



Ein grösserer Ausschnitt aus dem Titelbild der Mathesis biceps.

Gauß und die Logarithmentafeln

Tatsächlich revolutionierte das logarithmische Rechnen die angewandte Mathematik. Ein Bedürfnis nach Logarithmentafeln bestand z.B. bei den Geodäten, den Seefahrern bzw. Navigatoren sowie beim Militär (das oft auch vermessungstechnische Aufgaben übernahm; gute Karten waren schliesslich die Voraussetzung für erfolgreiche militärische Operationen). Aber auch die Zinseszins- und Rentenrechnung, und damit der Kern des Versicherungswesens, wären ohne Logarithmen nicht praktisch durchführbar.

Wie kaum ein anderer Mathematiker verarbeitete Carl Friedrich Gauß (1777 – 1855) Unmengen von Beobachtungsdaten, zunächst in der Astronomie, dann auch in der Geodäsie. Das einzige damals zur Verfügung stehende Rechenhilfsmittel waren die Logarithmentafeln; die damaligen mechanischen Rechenmaschinen waren keine Alternative – sie stellten erst kunstvolle Prototypen dar und waren insbesondere für Multiplikationen noch nicht praxistauglich.

Worauf Gauß bei Logarithmentafeln besonderen Wert legte, beschrieb er in seiner Besprechung der Tafel von Charles Babbage von 1827: „Dieser neue Abdruck der Logarithmentafeln zeichnet sich vor andern durch eine geflissentlichere Beachtung kleiner Nebenumstände aus. Wer nur von Zeit zu Zeit einmal veranlasst wird, einige Logarithmen in den Tafeln aufzusuchen, verlangt von ihnen hauptsächlich nur möglich grösste Correctheit. Allein für andere, denen die Tafeln ein tägliches Arbeitsgeräth sind, bleiben auch die geringfügigsten Umstände, die auf die Bequemlichkeit des Gebrauchs Einfluss haben können, nicht mehr gleichgültig. Farbe, Stärke und Schönheit des Papiers; Format; Grösse, Schärfe und gefälliger Schnitt der Typen; Beschaffenheit der Druckerschwärze; Anordnung der Zahlen, um das was man sucht ohne Ermüdung des Auges schnell und sicher zu finden; Vorhandenseyn von allem, was man braucht, aber auch Abwesenheit von allem, was man nicht brauchen mag, und was sonst die leichte Uebersicht nur stören würde, alle diese Umstände erhalten eine gewisse Wichtigkeit bey einem Geschäfte, das man täglich hundert mal wiederholt.“

Jost Bürgi (1552–1632) und die Logarithmen

Der im obigen Zeitungsartikel erwähnte „eigentliche Erfinder" der Logarithmen, Jost Bürgi – Uhrmacher, Instrumentenbauer, Astronom und Mathematiker – ist eine sehr interessante und oft unterschätzte Person. Bürgi stammt aus Lichtensteig im Toggenburg, erhielt nur eine einfache Schulausbildung und konnte daher kein Latein und schrieb schlecht Deutsch – ein grosses Handicap in seiner späteren wissenschaftlichen Karriere. Das Uhrmacherhandwerk lernte er als fahrender Geselle an verschiedenen Orten; seine mathematischen Kenntnisse erwarb er wohl zu einem guten Teil autodidaktisch.

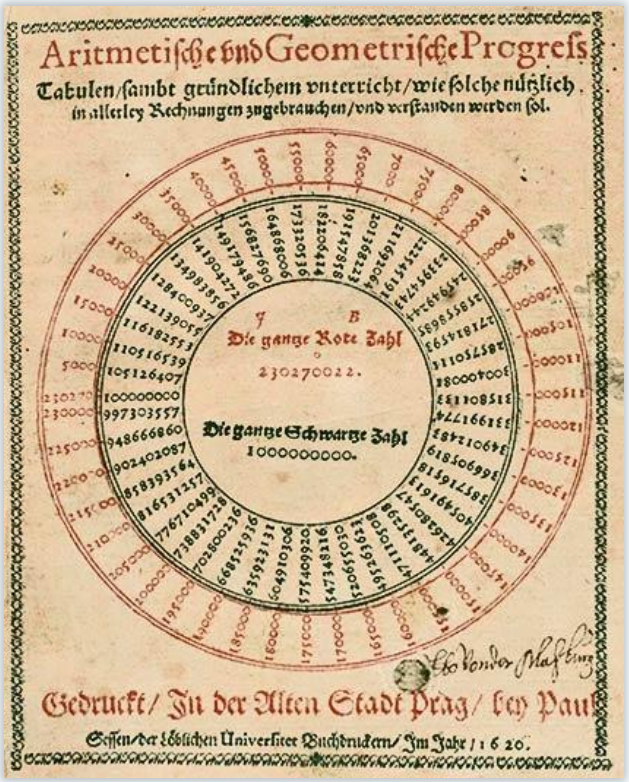
Jost Bürgi, „der Schweizer Leonardo da Vinci" (St. Galler Tagblatt)

Kupferstich (Ausschnitt) des niederländischen Künstlers Egidius Sadeler, ein Freund Bürgis

1579, im Alter von 27 Jahren, wurde Bürgi als Hofuhrmacher und Astronom bei Landgraf Wilhelm IV. von Hessen-Kassel (genannt „der Weise") angestellt. 1585 baute er die erste Uhr mit Sekundenzeiger – zu einer Zeit, in der noch kaum jemand eine Vorstellung von einer Sekunde hatte. Nun konnte man die Zeit buchstäblich vergehen sehen! Das Uhrwerk variiert in 24 Stunden um höchstens eine Minute – bisher ist man bei den besten Uhren eine Abweichung von einer Viertel-

stunde gewohnt. Mit Bürgi wird die Uhr daher zum wissenschaftlichen Messinstrument, insbesondere für die Astronomie. Dank seiner Präzisionsinstrumente konnte Bürgi die Durchgangszeit und Distanz von Fixsternen, Planeten und anderen Himmelskörpern weit genauer bestimmen, als dies zuvor möglich gewesen war. Bürgi arbeitet mit den berühmten Astronomen Tycho Brahe und Johannes Kepler zusammen, die von seinen präzisen Instrumenten und seinen Mathematikkenntnissen und praktischen Rechenmethoden stark profitierten. Berühmt über die engere Fachwelt hinaus wurde er vor allem durch seine Himmelsgloben. Auf seiner Globus-Uhr von 1594 kann man die aktuellen Positionen von über 1000 Sternen ablesen – dabei hat die Kugel mit kompliziertem mechanischem Innenleben nur 14.2 cm Durchmesser.

Bürgis Korrespondenztafel wurde 1620 gedruckt, nachdem John Napier bereits 1614 ein Buch über Logarithmen veröffentlicht hatte. Entstanden ist Bürgis Tafel allerdings schon Jahre früher, und offensichtlich auch von ihm und Vertrauten wie Johannes Kepler praktisch genutzt worden. 1620 tobte allerdings bereits der Dreissigjährige Krieg, die Druckauflage war klein, vielleicht handelte es sich bei den wenigen erhaltenen Exemplaren auch erst nur um Probedrucke. Denn die im Titel angekündigte Nutzungsanleitung („Unterricht") ist von Bürgi zwar verfasst, aber offenbar nie gedruckt worden. Und ohne eine solche Anleitung ist die Ta-



Aritmetische und geometrische Progress-Tabulen, sambt gründlichem unterricht, wie solche nützlich in allerley Rechnungen zugebrauchen und verstanden werden sol. Gedruckt, in der Alten Stadt Prag, bey Paul Sessen, der Löblichen Universitet Buchdruckern, Im Jahr, 1620.

belle höchstens für Mathematiker, die mit dem Prinzip bereits vertraut waren, nützlich. Auch insofern ging der Ruhm bezüglich der Logarithmen an John Napier, Bürgi geriet später fast in Vergessenheit.

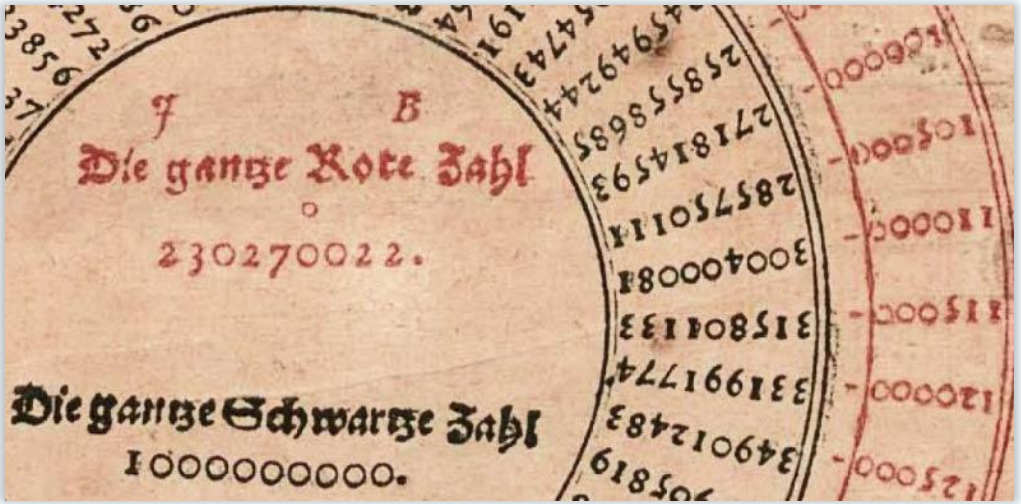
„Heute würde man sagen, Bürgi hatte ein Marketing-Problem." – Jost Schmid

Unabhängig vom Erfinder waren seinerzeit allerdings die Logarithmen sowie genaue (und möglichst fehlerfreie) Logarithmentafeln entscheidend für Fortschritte in der Astronomie. Denn die Bestimmung von Sternpositionen, Planetenbahnen und (für die Nautik wichtige) Ephemeriden beruht auf der sphärischen Trigonometrie. Deren praktische Anwendung erforderte aber langwierige Berechnungen, darunter insbesondere viele Multiplikationen mit langen Zahlen. Bei Multiplikationen entsteht ein Aufwand, der quadratisch mit der Zahl der Ziffern wächst, im Unterschied zum nur linearen Aufwand bei der Addition. Multiplikationen dauern daher lange, vor allem aber stellen sie aufgrund der hohen Zahl von Elementaroperationen auch eine bedeutende Quelle von Rechenfehlern dar. Dadurch, dass ab dem 16. Jahrhundert der Schiffsverkehr auf hoher See zunahm und die Nachfrage nach genauen nautischen Tafeln antrieb, aber auch dadurch, dass präzisere astronomische Instrumente mehr Messwerte mit mehr signifikanten Ziffern lieferten, wurde das astronomische Rechenproblem drängend. Eine Methode wie die Logarithmen, die es gestattet, Multiplikationen auf Additionen zurückzuführen (und es auch ermöglicht, das Wurzelziehen und Potenzieren wesentlich zu erleichtern), stellte daher eine aus heutiger Sicht kaum zu überschätzende Erleichterung für die menschlichen Rechner dar.

« L'invention des logarithmes, en réduisant le temps passé aux calculs de quelques mois à quelques jours, double pour ainsi dire la vie des astronomes. » -- Pierre-Simon Laplace

Nun war es seinerzeit unökonomisch und praktisch kaum durchführbar, den Logarithmus (oder Anti-Logarithmus) als Funktionswert erst bei Bedarf (und jedes Mal neu) zu berechnen. Gleiches galt auch für die schon wesentlich länger verwendeten trigonometrischen Funktionen (wie beispielsweise die Sinusfunktion). Indem die Werte „ein für alle Mal" berechnet und tabelliert wurden, konnten aktuelle Rechnungen durch Nutzung dieses wertvollen konservierten Wissens wesentlich beschleunigt werden. Rechentafeln hat es daher bereits früh in der Geschichte

gegeben, und die Tabulierung der Logarithmen war ein logischer Schritt, der sich aufgrund des wissenschaftlich-technischen Fortschrittes im 17. Jahrhundert ergab, um Astronomen, Landvermessern, Navigatoren etc. als Rechenhilfsmittel zur Verfügung zu stehen. Logarithmentafeln und Tafeln für trigonometrische und ähnliche Funktionen waren dann bis in die 1970er-Jahre in Gebrauch. Erst mit dem Aufkommen von elektronischen Taschenrechnern (sowie von Software-Bibliotheken – „libraries" –, die Unterprogramme zur Berechnung der Funktionen auf Computern enthielten) war es möglich, diese Funktionswerte „just in time" zu berechnen. An der expliziten Verwendung von Logarithmen als Hilfsmittel zur Abkürzung und Beschleunigung von Rechnungen bestand auch kein Bedarf mehr, sodass die Tafeln, ihr Gebrauch, aber auch ihre ehemals grosse Bedeutung praktisch in Vergessenheit geriet.



Bürgis Tafel umfasst 58 Seiten und enthält 23023 Korrespondenzen zwischen roten Zahlen, einer arithmetischen Folge, und schwarzen Zahlen, einer geometrischen Folge – daher auch die Bezeichnung „Progress-Tabulen". Die roten Zahlen stellen damit die Logarithmen der entsprechenden schwarzen Zahlen dar; den Dezimalpunkt muss man sich aber jeweils geeignet hinzudenken. Bürgi schien, im Unterschied zu Napier, das mathematische Konzept einer Logarithmusfunktion samt Basis noch gar nicht wirklich realisiert zu haben; man kann aber leicht rekonstruieren, dass die (implizite) Basis seiner Logarithmen 2.71814593 ist; die Ziffernfolge der Zahl taucht im Titelbildausschnitt im schwarzen Ring auf. Diese Basis ist fast e (2.71828183), Bürgi wählte wohl aus rechenpraktischen Gründen für die Erstellung seiner Tabelle einen leicht anderen Wert – für den Zweck und die praktische Anwendung der Tabellen

als Rechenhilfsmittel ist der Wert der Basis sowieso unerheblich. (Setzt man bei der im Zentrum des Titelblatts aufgeführten „ganzen Schwarzen Zahl" den Dezimalpunkt so, dass 10.0 entsteht, und berechnet man „naiv" den natürlichen Logarithmus davon, dann erhält man mit 2.30258509 fast die Ziffernfolge der „ganzen Roten Zahl" – der Unterschied bei den hinteren Dezimalstellen ist dabei seiner leicht von e abweichenden Basis geschuldet.)

In den folgenden Jahrzehnten und Jahrhunderten wurden Tafeln für Logarithmen und trigonometrische Funktionen immer wieder neue berechnet – meist mit mehr signifikanten Stellen und um Rechen- und Druckfehler früherer Tabellen zu korrigieren. Interessant sind in dieser Hinsicht die 1911 von Julius Bauschinger, Direktor der Kaiserlichen Sternwarte in Strassburg, und Jean Peters, Observator des Königlich-Astronomischen Recheninstituts in Berlin, herausgegeben „Logarithmisch-Trigonometrische Tafeln mit 8 Dezimalstellen enthaltend die Logarithmen aller Zahlen von 1 bis 200000 und die Logarithmen der trigonometrischen Funktionen für jede Sexagesimalsekunde des Quadranten". Das Besondere dieser Tafeln war, dass sie nach der Differenzenmethode mit einer speziell dafür gebauten mechanischen Rechenmaschine berechnet und auch gleich ausgedruckt wurden – dies sollte viele potentiellen Fehlerquellen vermeiden.

Wie kam nun aber Bürgi auf das Prinzip der Vereinfachung von Operationen wie der Multiplikation durch Addition mittels Logarithmen? Man kann vermuten, dass ihm als Motivation dafür eine andere Methode diente, die Anfang des 16. Jahrhunderts unter dem Begriff „Prosthaphärese" (aus dem Griechischen πρόσθεσις für Addition und ἀφαίρεσις für Subtraktion) im Kreise der rechnenden Astronomen, welche naturgemäss Experten auf dem Gebiet der sphärischen Trigonometrie waren, bekannt wurde. Es basiert auf trigonometrischen Identitäten, die in heutiger Formelschreibweise etwa so notiert werden können:

- $\cos(\alpha) \times \cos(\beta) = ½ [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$
- $\sin(\alpha) \times \sin(\beta) = ½ [\sin(90° - \alpha + \beta) - \sin(90° - \alpha - \beta)]$

Für die Zwecke der Astronomie und Nautik, die an sich viel Sinus und Kosinus zu multiplizieren haben, eine gar nicht üble Methode; und doch umständlich. -- Otto Toeplitz

Dies bedeutet, dass man ein Produkt mittels Nachschlagens in Sinus- oder Kosinustafeln und einfachen Operationen (Addition, Subtraktion, Halbierung) berechnen konnte! In seiner Schrift Fundamentum Astronomiae schreibt Bürgi in etwas eigenwilliger Orthographie dazu:

„Multipliciren vnd Diuidiern [...] vf eine viell leichttere vnnd behendere artt durch die prosthaphaeresin, Nemlich durch addiern vnd Subtrahiern durch hilff der Sinuum wie volgtt […]".

Bei der Anwendung benötigt man zusätzlich zum Tabellennachschlagen mindestens vier (einfache) arithmetische Operationen. Dies noch weiter zu vereinfachen, war sicherlich ein Ziel von Bürgi. Mit seinen „Progress-Tabulen", also der Logarithmentafel, schaffte er es dann tatsächlich, dies auf eine einzige solche Operation zu reduzieren! (Schon 1544 wies Micheal Stifel allerdings darauf hin, dass Multiplikationsoperationen in einer geometrischen Reihe durch Additionen in einer zugeordneten arithmetischen Reihe abgebildet werden können.)

Nun beruht die Rechengenauigkeit bei Anwendung der Prosthaphärese stark auf der Genauigkeit der verwendeten Sinustafel. Ferner spielen die Winkelfunktionen natürlich ganz generell eine fundamentale Rolle in der sphärischen Trigonometrie und damit der Astronomie. (Wegen $\cos(x) = \sin(x + 90°)$ und $\tan(x) = \sin(x) / \cos(x)$ sowie $\sec(x) = 1/\cos(x)$ genügt im Prinzip die Tabellierung des Sinus, um daraus die Werte der anderen Winkelfunktionen zu gewinnen.) Bevor Bürgi sich den Logarithmen zuwandte, galt sein Bemühen daher der effizienten Berechnung einer Sinustafel, dem „Canon sinuum".

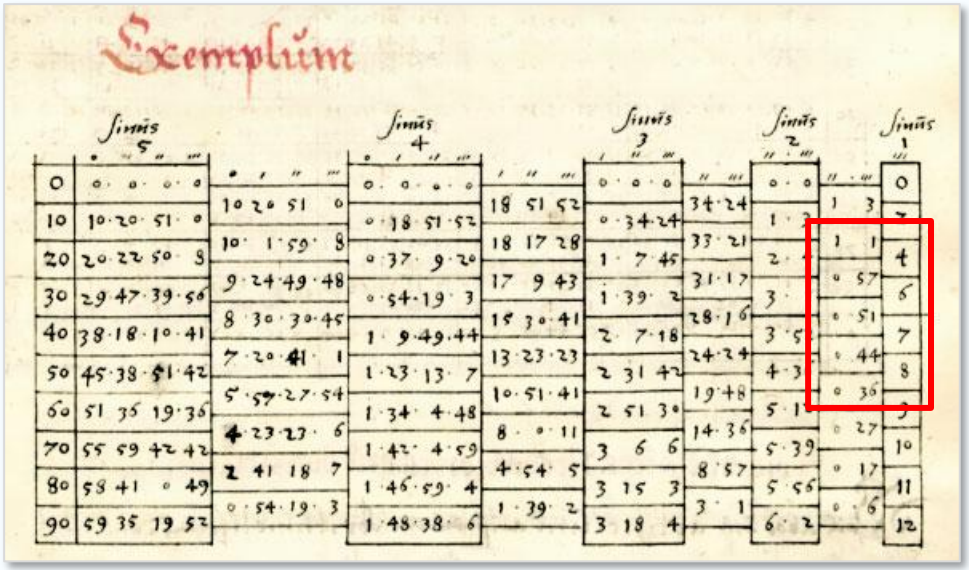
Zur Berechnung von Sinuswerten wurde jahrhundertelang ein geometrisches Verfahren verwendet, das der griechische Mathematiker und Philosoph Ptolemäus beschrieb (aber schon vor ihm verwendet wurde und um 820 von Muhammed al-Chwarizmi in Babylon tradiert wurde). Die Methode nutzt ineinander geschachtelte Polynome, die zugehörigen Berechnungen waren allerdings langwierig und mühsam.

Bürgi fand nun einen innovativen und schnell konvergierenden Algorithmus, der einfach anzuwenden ist und nur die Grundoperationen Addition und Halbierung verwendet. Dazu wählt er statt des klassischen geometrischen Prinzips einen effizienter anzuwendenden arithmetisch-

algebraischen Ansatz, der auf Differenzenfolgen beruht. (Bürgi selbst schreibt, dass „diß artificium auß einem Arithmetischen vnd nicht auß einem Geometrischen grunde herfleußet".) Ohne komplizierte Divisionen und Interpolationen ermöglicht Bürgis Methode eine auf beliebig viele Stellen genaue Bestimmung der Sinuswerte. Zu einer Zeit, da Divisionen sehr zeitraubend und fehleranfällig waren, bedeutete diese Vereinfachung einen enormen Fortschritt. Bürgis damit erstellter „Canon sinuum" führt in Schritten von jeweils zwei Bogensekunden 81000 Sinuswerte zwischen 0 und 45 Grad auf. Früher hätte eine solche Arbeit ein Jahrzehnt gedauert.

Bürgi hält seinen Algorithmus, von ihm als „Kunstweg" bezeichnet, allerdings geheim. Nur in seinem frühneuhochdeutschen Manuskript „Fundamentum Astronomiae", das er 1592 in Prag Kaiser Rudolph II übergibt, beschreibt er ihn und charakterisiert den Fortschritt mit einem gewissen Stolz – im Vergleich zur unsicheren, fehleranfälligen, mühsamen und arbeitsreichen klassischen Methode sei sein Algorithmus besser, sicherer, leichter und auch lustiger: „welchs Mathematisch Kunststuck [...] von vnnß ist excogitiert vnd außgesinnett wordenn. [...] Vnnd wirdt also auff solche weiße mitt beschwerlicher muhe vnd arbeitt der ganze Canon vermachett, mitt welcherer weiß sich die alttenn biß auff dieße vnsere Zeitt In soviell hundertt Jahrenn beholffenn. Weil sie es nicht beßer habenn erfindenn konnen, welchere weiß aber eben so vngewiß vnnd bauefellig, also muheselig vnd arbeitsam, ist. Wollen derhalbenn die sache auf eine andere beßere vnd richtiger, auch sowoll leichter vnd lustiger, weis numehr fur die handt nehmen."

Ohne den Algorithmus zur Ermittlung der Sinustafel hier vollständig beschreiben zu wollen (siehe dazu weiter unten die Literaturangaben), seien nachfolgend einige kürzere Passagen aus Bürgis Beschreibung aufgeführt. Im Wesentlichen baut man schematisch eine Zahlentabelle auf. (Mit einem Tabellenkalkulationsprogramm wie Excel lässt sich heutzutage eine entsprechend „selbstausfüllende Tabelle" leicht programmieren.) Erstaunlich erscheint schon die Initialisierung des Algorithmus: „Anfenglich setze etzliche Zallen deines gefallens vber einander" – man beginnt also mit willkürlichen (nicht-negativen) „Zufallszahlen", die in eine Spalte gesetzt werden. Sodann erzeugt man iterativ neue halbversetzte Spalten, im Wesentlichen durch Addieren von zwei Zahlen der Spalte rechts davon. („Umgekehrt" gelesen ergeben



Exemplum

…
36 + 8 → 44
44 + 7 → 51
51 + 6 → 57
57 + 4 → 61
61 sexagesimal → 1 1
…

sich auf diese Weise dann Differenzen, die die mathematische Rechtfertigung des Verfahrens induzieren!) „Vnd je lenger vnnd mehr du" rechnest, desto „scherffer vnnd gewißer daraus die verhaltung" der Ergebniswerte, „biß sie entlich [...] schier vnuerenderlich pleiben. Welchs den eine eigentliche vnnd gewiße anzeigung wirdt geben", dass die gewünschte Approximation des Ergebnisses erreicht wurde.

Die Idee hinter dem erstaunlichen Verfahren (das man erst vor wenigen Jahren enträtseln konnte, als das verschollene Manuskript nach 427 Jahren wiederentdeckt wurde) kann man als Umkehrung der Berechnungsmethode der zweiten Differenzenfolge begreifen. Bei der Sinusfunktion sind diese zweiten Differenzen ein konstantes (negatives) Vielfaches des Funktionswertes an derselben Stelle (für die zweite Ableitung gilt sin"(x) = -sin(x)). Da die Differenzbildung von nahezu identischen Werten zu Auslöschungen und numerischen Instabilitäten führt, konnte Bürgi hoffen, dass der umgekehrte Weg stabil und konvergent ist. Ob ihm dies aber explizit bewusst war?

Lesenswert im Zusammenhang mit dem Algorithmus zur Konstruktion der Sinustafel ist der NZZ-Artikel „Ein «Kunstweg» zur Berechnung von Sinuswerten" vom 26.1.2016 (online: „Jost

Bürgi oder die Kunst der Trigonometrie", 29.1.2016) oder auch der wissenschaftliche Aufsatz „Jost Bürgi's method for calculating sines" von M. Folkerts, D. Launert, A. Thom [Historia Mathematica 43(2), 2016, 133-147] und „How Bürgi computed the sines of all integer angles simultaneously in 1586" von Grégoire Nicollier [Math. Semesterber. 65(1), 2018, 15-34].

Etsi homo cunctator et secretorum suorum custos foetum in partu destituit, non ad usus publicos educavit. (Allerdings hat der Zauderer und Geheimnistuer das neugeborene Kind im Stich gelassen, statt es zum allgemeinen Nutzen grosszuziehen.)

-- Kepler über Bürgi und dessen „Kind", die Logarithmen. (Tab. Rud., cap. 3)

Der Pionier der Astronomie in der Schweiz, Rudolf Wolf, urteilte in einem Vortrag am 4. Januar 1872 im Rathaus in Zürich über Bürgi so: „Sein mathematisches Talent endlich liess Bürgi zu Gunsten der mühsamen Berechnungen, welche die damaligen Beobachtungsmethoden erforderten, in denkwürdiger Weise leuchten, und für den praktischen Rechner der Jetztzeit, der sich bequemer Rechnungsvorschriften, Hülfstafeln und dergleichen erfreut, gehört unser Toggenburger entschieden zu den Heiligen: Nicht nur verdankt man ihm nämlich das immense Werk einer nach ihm eigenthümlichen Methode berechneten Tafel, welche für jede zweite Sekunde den Sinus auf acht Stellen gab und nach Keplers Urtheil damals alle ähnlichen Tafeln an Genauigkeit weit überragte, — sondern namentlich auch die Erfindung, oder zum allerwenigsten die Miterfindung, der Logarithmen."

Und weil mir auß mangel der sprachen die thür zu den authoribus nit alzeitt offen gestanden, wie andern, hab jch etwas mehr, als etwa die glehrte vnd belesene meinen eigenen gedanckhen nachhengen vnd newe wege suechen müessen. -- Jost Bürgi

Rudolf Wolf (1816 – 1893) war Professor für Astronomie an der ETH und von 1864 bis 1893 Direktor der von ihm gegründeten Eidgenössischen Sternwarte (Semper-Sternwarte der ETH in der Schmelzbergstrasse). Er amtierte zudem als erster Direktor der Meteorologischen Zentralanstalt der Schweiz.

Die heutige Sicht ist: Bürgi und Napier erfanden die Logarithmen unabhängig voneinander; Napier veröffentlichte seine Tafel aber vor Bürgi. Wer das Konzept zuerst erfand ist unklar; Bürgi konnte seine Tafel vermutlich schneller als Napier berechnen.

Zum Wort „Algorithmus“

Algorithmen im Sinne von Rechenverfahren gab es allerdings schon vor al-Chwarizmi (z.B. euklidischer Algorithmus; Euklid lebte im 3. Jh. v. Chr.); al-Chwarizmi ist Namenspatron, nicht aber Erfinder des Algorithmen-Begriffs.

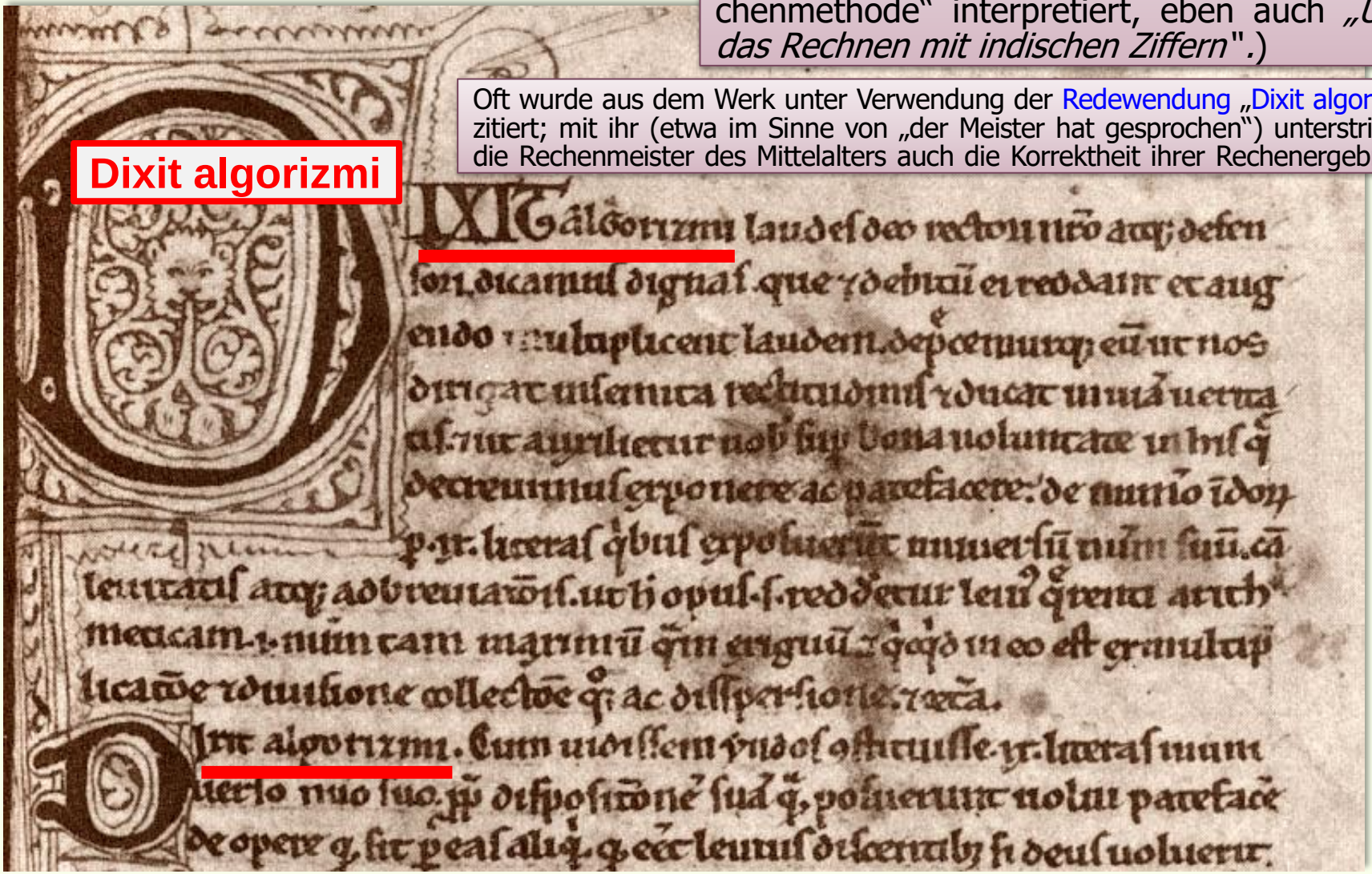
- Muhammed al-Chwarizmi (oder Al-Hwarizmī), ca. 780–850, persisch-arabischer Mathematiker, Astronom und Geograph, lebte in Bagdad.
- Beiname al-Chwarizmi → Herkunft aus Choresmien bzw. Xorazm: Landschaft südlich des Aralsees (heute zu Usbekistan und teilweise Turkmenistan gehörend)
- Sein auf Arabisch verfasstes Buch *Über das Rechnen mit indischen Ziffern* erläutert das Rechnen mit Dezimalzahlen, gibt Rechenregeln an und führt die Ziffer 0 aus dem indischen ins arabische Zahlensystem ein.

- In lateinischer Übersetzung des Werkes wird der Autor al-Choarismi oder algorizmi bzw. latinisiert Algorismus genannt; daraus entstand schliesslich die Bezeichnung „Algorithmus“, zunächst aber für die Kunst des Rechnens mit Dezimalzahlen („arabischen Ziffern“). In Webster’s New World Dictionary wurde letzteres bis 1957 mit „algorism“ bezeichnet.
- Aus dem Wort „al-dschabr“ im Titel eines seiner anderen Bücher, *Al-kitāb al-muchtasar fi hisab al-dschabr wa-l-muqabala* („Das kurzgefasste Buch vom Rechen durch Ergänzung und Ausgleich“, الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة), entstand „Algebra“ als Begriff. („Ergänzung“ meint, negative Werte auf die andere Seite einer Gleichung zu bringen, „Ausgleich“ das Eliminieren gleicher Grössen auf beiden Seiten).

Dixit Algorizmi – Also sprach Algorizmi

Lateinische Übersetzung und Bearbeitung aus dem Mittelalter des (im Original verschollenen) Buches *Algoritmi de numero Indorum* („*al-Chwarizmi über die indischen Zahlen*" oder, wenn man das „i" am Wortende als Pluralform eines Wortes „Algoritmus" mit der Bedeutung „Rechenmethode" interpretiert, eben auch „*Über das Rechnen mit indischen Ziffern*".)

Oft wurde aus dem Werk unter Verwendung der Redewendung „Dixit algorizmi" zitiert; mit ihr (etwa im Sinne von „der Meister hat gesprochen") unterstrichen die Rechenmeister des Mittelalters auch die Korrektheit ihrer Rechenergebnisse



Transliteration und Übersetzung ins Deutsche

Dixit Algorizmi: laudes Deo rectori nostro atque defensori dicamus dignas, que et debitum ei reddant, et augendo multiplicent laudem. Deprecemurque eum ut nos dirigat in semita rectitudinis et ducat in viam veritatis, et ut auxilietur nobis super bona voluntate in his que decrevimus exponere ac patefacere de numero Indorum per .ix. literas quibus exposuerunt universum numerum suum, causa levitatis atque a[d]breviationis, ut hoc opus s[cilicet] redderetur levius querenti arithmeticam, id est numerum tam maximum quam exiguum et quicquid in eo est ex multiplicatione et divisione, collectione quoque ac dis[s]persione et cetera.

Dixit Algorizmi: Cum vidissem Yndos constituisse .ix. literas in universo numero suo propter dispositionem suam quam posuerunt, volui patefacere de opere quod fit per eas aliquid quod esset levius discentibus, si Deus voluerit.

Algorizmi sprach: Wir wollen Gott, unserem Herrn und Beistand, das ihm zukommende Lob aussprechen, das ihm das Geschuldete abstattet und durch Vermehren sein Lob vervielfältigt. Und wir wollen ihn bitten, dass er uns auf den Pfad der Geradlinigkeit und auf den Weg der Wahrheit führt und dass er uns hilft bei unserer guten Absicht hinsichtlich dessen, was wir beschlossen haben darzulegen und zu erörtern über die Rechenweise der Inder mit Hilfe von 9 Symbolen, mit denen sie jede einzelne Zahl um der Leichtigkeit und abgekürzten Form willen darstellen, damit nämlich dieses Verfahren leichter wird für denjenigen, der sich um die Arithmetik bemüht, d.h. sowohl um eine grosse als auch eine sehr kleine Zahl und um all das, was mit ihr geschieht an Multiplikation und Division, Addition und Zerlegung, und um die übrigen Dinge.

Algorizmi sprach: Als ich sah, dass die Inder 9 Symbole für jede ihrer Zahlen aufgestellt hatten, um sie nach ihrem System darzustellen, da wollte ich von dem Verfahren, das mit jenen [Symbolen] geschieht, etwas offenkundig machen, was leichter für die Lernenden sein würde, so Gott will.

Al-Chwarizmi ➔ „Algorithmus“

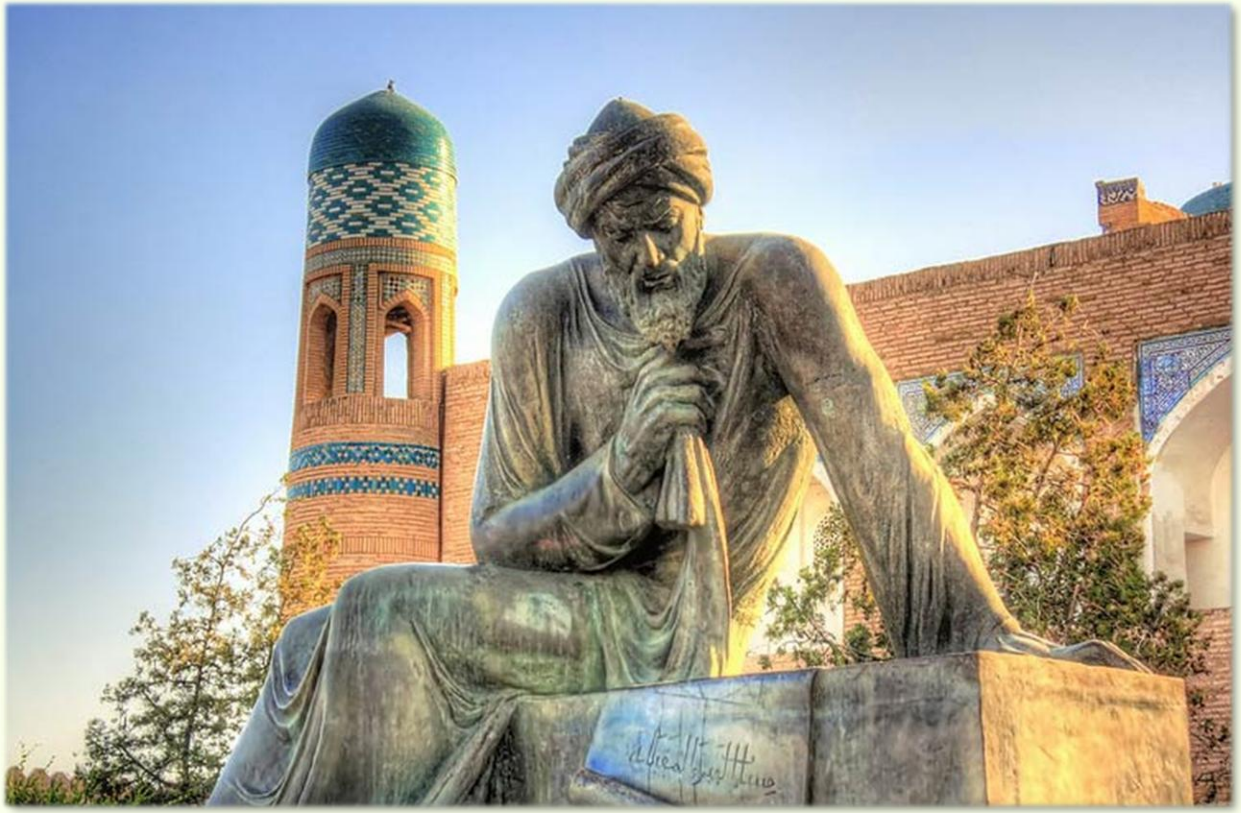
By the time of the Renaissance, the origin of this word was in doubt. And early linguists attempted to guess at its derivation by making combinations like *algiros* [painful] + *arithmos* [number]. – Donald Knuth

Oft wird statt „Dixit Algorizmi“ auch „Dixit Algoritmi“ oder „Dixit Algorismi“ geschrieben. Zur Namensschreibung merkt der Orientalist und Wissenschaftshistoriker Julius Ruska (1867 – 1949), Professor in Heidelberg und Direktor des Berliner Forschungsinstituts für Geschichte der Naturwissenschaften (in „Zur ältesten arabischen Algebra und Rechenkunst. Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse, Jahrg. 1917, Carl Winter’s Universitätsbuchhandlung, 1917“), folgendes an:

„Man kann eine ganze Musterkarte von Umschreibungen dieses Namens zusammenstellen; so schreibt COLEBROOKE (1817) Khuwárezmí, ROSEN (1831) of Khowarezm, WOEPCKE (1863) Alkhârizmî, MARRE (1865) Al Khârezm, RODET (1878) Al-Khârizmi, HANKEL (1874) al Ḫovārezmī, CANTOR (1880) Alchwarizmî, VAN VLOTEN (1895) Al-Khowarezmi, SUTER (1900) el-Chowâresmî oder Chwâresmi, BJÖRNBO (1905) Alkwarizmi, WIEDEMANN (1906) al Châriz̆mî, BOSMANS (1906) El-Chowārizmī, KARPINSKI (1910) Al-Khowarizmi, SMITH (1911) Al-Khowārazmī, ENESTRÖM Alkhwarizmi und Alkwarismi. Dazu kommen die alten Formen Alchoarismi in der Übersetzung des Gerhard von Cremona, Alghuarizim, Alguarizin, Algaurizm, Algaurizin in den Handschriften der Übersetzung des Robert Castrensis (Bibl. Math. 3. F., Bd. 11, 1910/11, S. 130; die Formen mit *in* und *im* sind offenbar aus den Formen mit *m* und *mi* entstanden, die mit *au* aus *ua*), Alghoarismi, Algoarismi, Algorismi in der Pratica Arismetrice des Johannes Hispalensis, Algoritmi im Traktat de numero Indorum, Volkstümliche Weiterbildung führt von Algorismus zu *augorisme* und *augrim* (SMITH-KARPINSKI, The hindu-arabic numerals, Boston 1911, S. 120, 121).
Alle Formen mit Khwa- und Chwa- beruhen auf buchstäblicher Umschreibung der Zeichengruppe خوا, die der persischen Sprache eigentümlich ist und etwa *khō* gesprochen wird (vgl. Χωρασμία, Χοράσμιοι). Da der zweite Vokal von خوارزم Ḫwārazm nach VULLERS (S. 736) ein Fatḥa ist, lautet die genaue Umschreibung der Nisbe al-Ḫwārazmī oder Alḫwārazmī. Die Wiedergabe von خ durch k, von ز durch s ist falsch, die Umschreibung von خ durch ch oder kh ist nicht eindeutig genug, der allgemeinen Verwendung von Ḫ und ḫ stehen typographische Schwierigkeiten gegenüber. [...] Will man die geschichtlichen Zusammenhänge betonen, so wird man besser Algoritmi oder Algorithmus schreiben.“

Al-Chwarizmi

Julius Ruska gibt in seiner Abhandlung noch einige Einblicke in das Leben von al-Chwarizmi, soweit dies überhaupt bekannt ist bzw. sich aus seinen Schriften und dem Zeitkontext ermitteln lässt:



www.flickr.com/photos/danielmennerich/40142689844

Al-Chwarizmi: Denkmal in Xiva (Usbekistan)

„Daß [al-Chwarizmi] eine wissenschaftliche Persönlichkeit von starker Eigenart war, beweisen seine wirklich für „Fachleute“ verfaßten astronomischen und geographischen Werke, soweit sie uns ein glücklicher Zufall erhalten hat. [...] ...einer Erdkarte, und zwar höchst wahrscheinlich zu dem großen Kartenwerk, das [der Kalif] Alma’mun durch eine Gesellschaft von Gelehrten herstellen ließ, die sich wohl aus allen Provinzen des Kalifats zusammenfanden. Es scheint die besondere Aufgabe des Astronomen [al-Chwarizmi] gewesen zu sein, den Inhalt des Kartenwerks in ähnlicher Weise in Buchform zu bringen, wie dies vorher Ptolemaeus für griechische Karten getan hatte. →

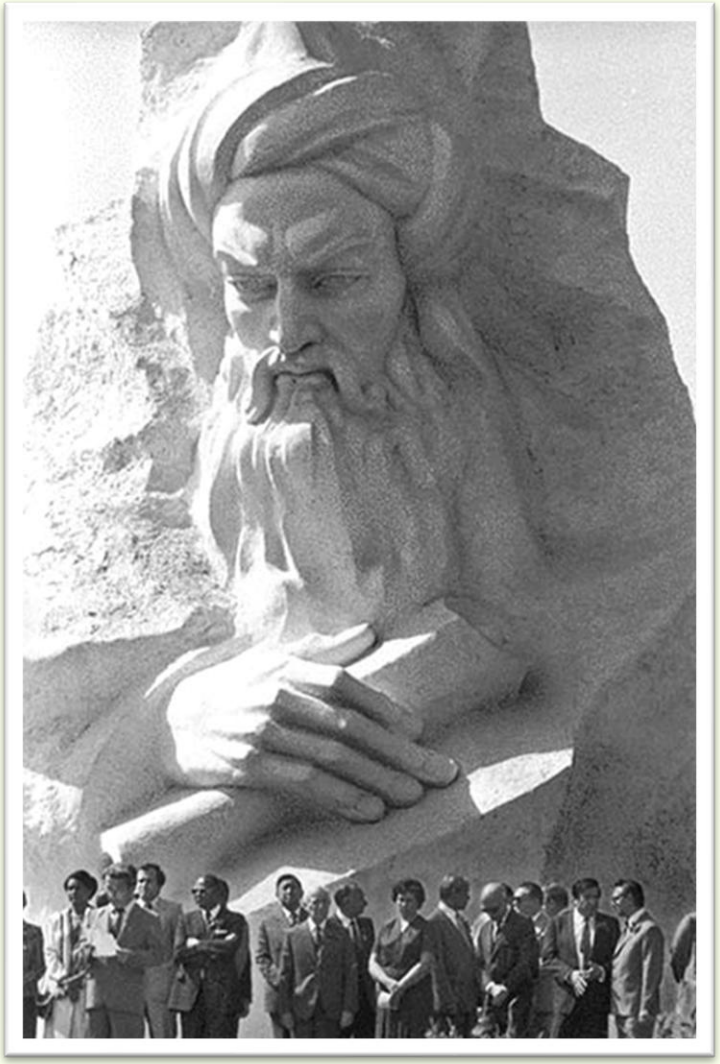
Al-Chwarizmi (2)

So gewinnt das Bild, das wir von [seinem] wissenschaftlichem Lebenswerk erhalten, mehr und mehr an Inhalt. Wir sehen unsern Autor inmitten einer hochstrebenden, von allen Seiten wissenschaftliche Anregung suchenden und empfangenden Gelehrtenwelt, als Mitglied einer Akademie, die in der von Harun al Rasid begründeten, von Alma'mun freigebig geförderten Bibliothek zu Bagdad ihren geistigen Mittelpunkt hatte. In erster Linie Astronom und Astrolog, stützte sich der einem altpersischen Geschlecht entstammende Gelehrte zunächst wohl auf persische und indische Überlieferung. Indische Werke über die mathematischen Hilfswissenschaften und persönlicher Verkehr mit indischen Astronomen mögen ihm die Anregung zur Abfassung der beiden Schriften über die indische Rechenkunst und über die wichtigsten Kapitel des angewandten Rechnens gegeben haben."

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a6/Khwarizmi_Amirkabir_University_of_Technology.png

Al-Chwarizmi: Denkmal in Teheran (Iran)

Al-Chwarizmi (3)

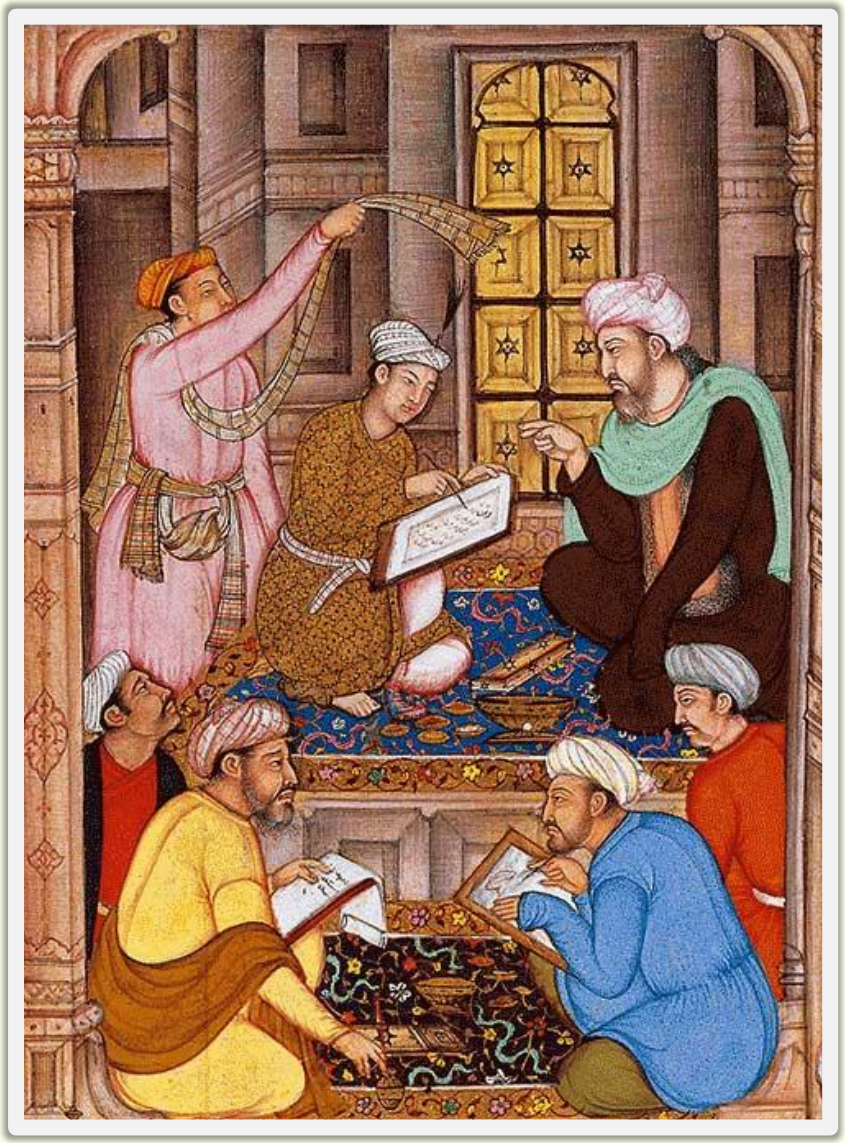


https://daryo.uz/static/2024/01/26/IMG_2355-qtbmdN-x.jpeg

https://t.co/qMbYAsdS1l

Ein Denkmal aus Gips in Taschkent, errichtet 1983 und zerbröckelt 1998, sowie ein Denkmal in der Ciudad Universitaria Madrid für „Al Juarismi, den Vater der modernen Algebra", eingeweiht 2020.

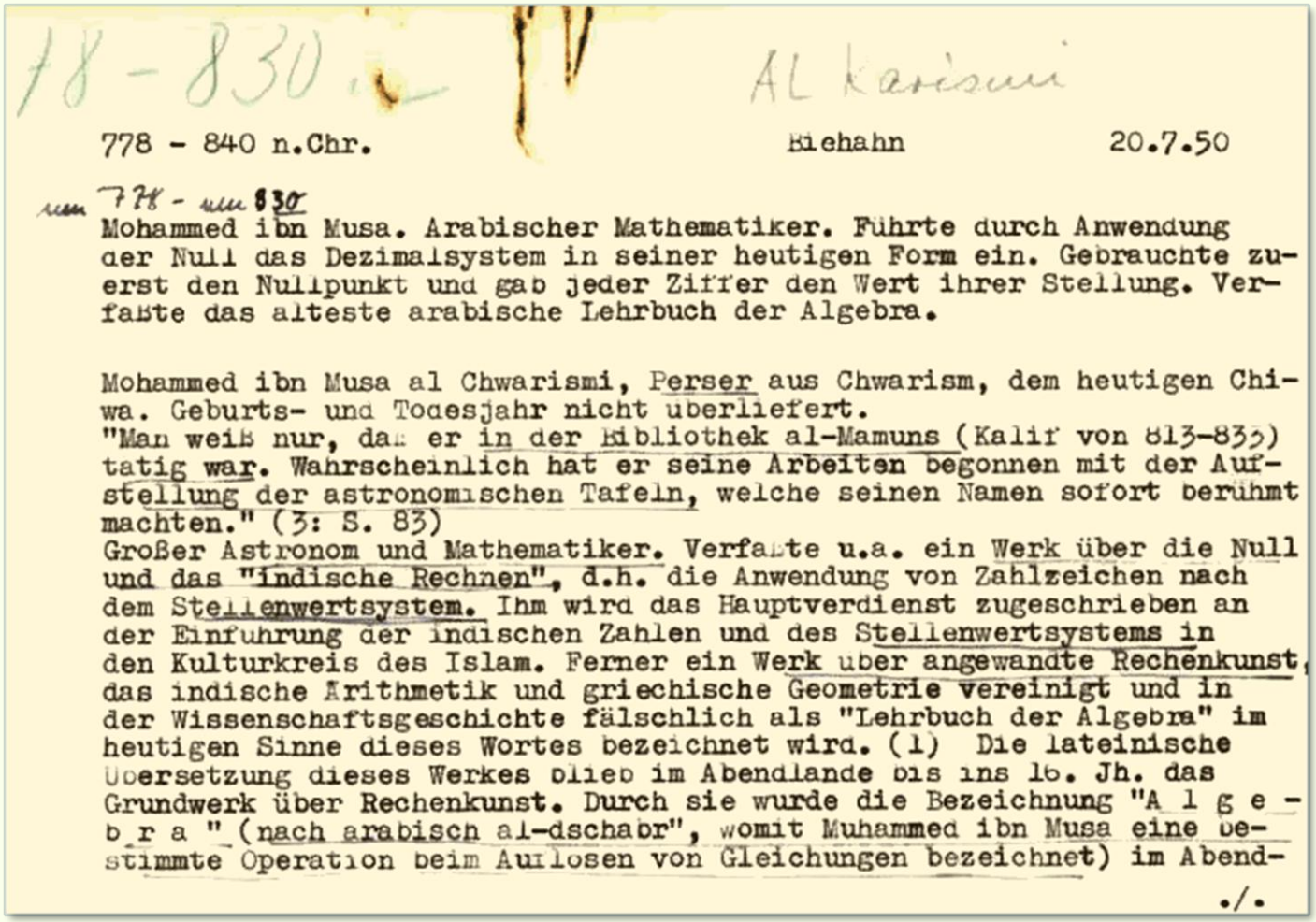
Bagdad im Jahre 800



www.muslimheritage.com/uploads/Mathematical_Works_of_Nasir_Al-Din_Al-Tusi_04.jpg

Um das Jahr 800, in Europa wurde Karl der Grosse gerade zum Kaiser gekrönt, blühten in Bagdad die Wissenschaften und Künste auf. Die Kalifen Harun ar-Raschid und sein Sohn und Nachfolger Al-Ma'mun förderten sehr die Entwicklung der Wissenschaft. Aus ihrer Bibliothek heraus wurde das „Haus der Weisheit" gegründet, eine Art Akademie mit zugehörigem Observatorium, die auch viele christliche und jüdische Wissenschaftler und Philosophen anzog. Al-Chwarizmi war Mitglied dieser illustren Gelehrtengemeinschaft. Zahlreiche griechische, aber auch persische und indische Werke zur Logik, Mathematik, Medizin und Astronomie wurden ins Arabische übersetzt. Begünstigt wurde dies durch die Entwicklung der Papierherstellung im arabischen Raum; in Bagdad baute man zu dieser Zeit eine Papiermühle.

Al-Chwarizmi auf einer Karteikarte



778 - 840 n.Chr. Biehahn 20.7.50

um 778 - um 830

Mohammed ibn Musa. Arabischer Mathematiker. Führte durch Anwendung der Null das Dezimalsystem in seiner heutigen Form ein. Gebrauchte zuerst den Nullpunkt und gab jeder Ziffer den Wert ihrer Stellung. Verfaßte das älteste arabische Lehrbuch der Algebra.

Mohammed ibn Musa al Chwarismi, Perser aus Chwarism, dem heutigen Chiwa. Geburts- und Todesjahr nicht überliefert.
"Man weiß nur, daß er in der Bibliothek al-Mamuns (Kalif von 813-833) tätig war. Wahrscheinlich hat er seine Arbeiten begonnen mit der Aufstellung der astronomischen Tafeln, welche seinen Namen sofort berühmt machten." (3: S. 83)
Großer Astronom und Mathematiker. Verfaßte u.a. ein Werk über die Null und das "indische Rechnen", d.h. die Anwendung von Zahlzeichen nach dem Stellenwertsystem. Ihm wird das Hauptverdienst zugeschrieben an der Einführung der indischen Zahlen und des Stellenwertsystems in den Kulturkreis des Islam. Ferner ein Werk über angewandte Rechenkunst, das indische Arithmetik und griechische Geometrie vereinigt und in der Wissenschaftsgeschichte fälschlich als "Lehrbuch der Algebra" im heutigen Sinne dieses Wortes bezeichnet wird. (1) Die lateinische Übersetzung dieses Werkes blieb im Abendlande bis ins 16. Jh. das Grundwerk über Rechenkunst. Durch sie wurde die Bezeichnung "A l g e b r a " (nach arabisch al-dschabr", womit Muhammed ibn Musa eine bestimmte Operation beim Auflösen von Gleichungen bezeichnet) im Abend-

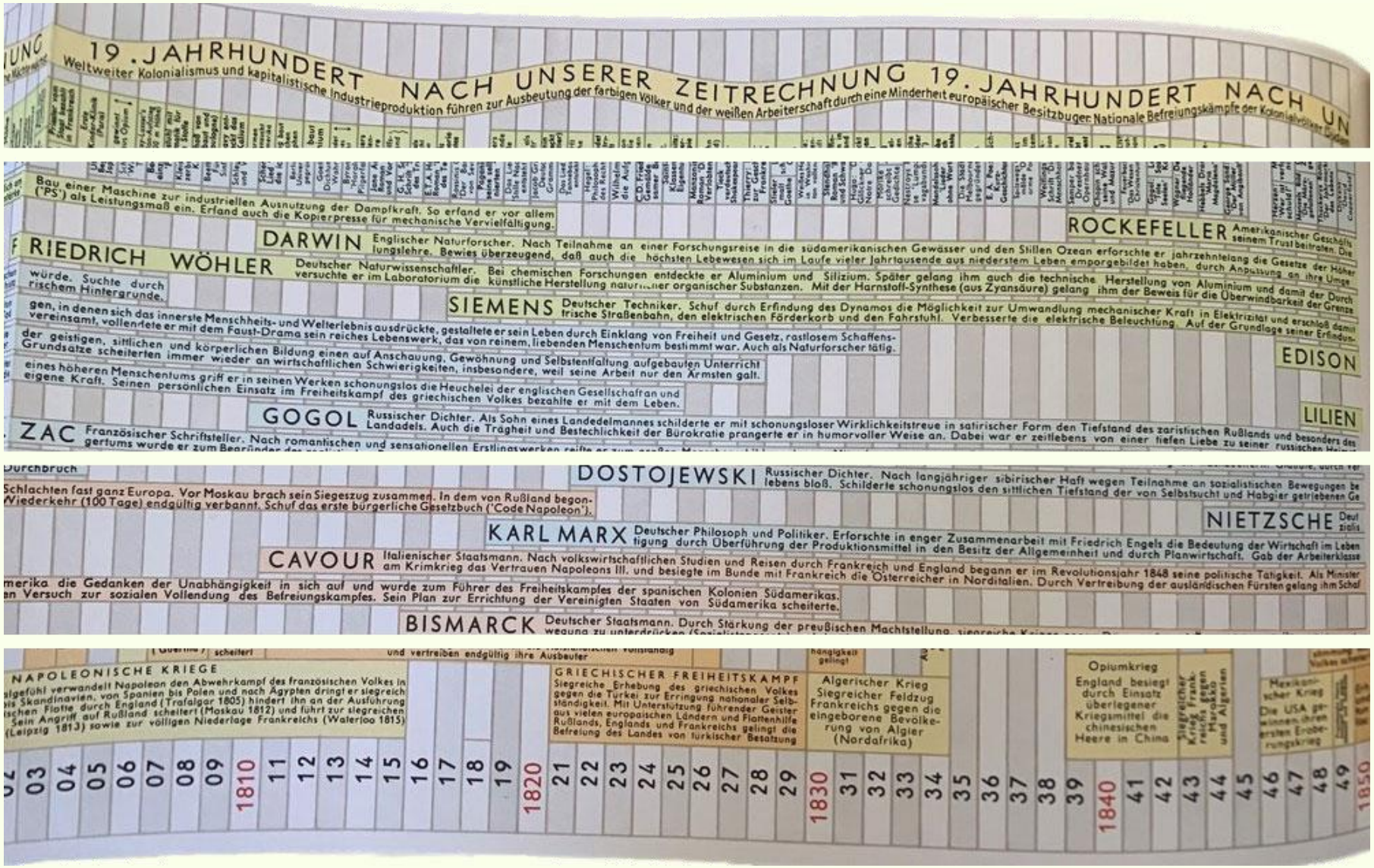
./.

http://derdigitalepeters.de/das-programm/die-bausteine/

Bevor es Computer, Datenbanken, Internet und Programme zur Textverarbeitung gab, war das Erstellen eines Nachschlagewerks und das dafür notwendige Zusammenführen von Information aus verschiedenen Quellen mühsame Handarbeit. Hier als Beispiel eine von ca. 34000 Karteikarten aus dem Jahr 1950 (es ist die erste von drei zum Stichwort *al-Chwarizmi*, im Buch dann mit „Al Karismi" umschrieben) für die „Synchronoptische Weltgeschichte" von Arno und Anneliese Peters, an der 80 Personen anderthalb Jahrzehnte arbeiteten.

Die „Synchronoptische Weltgeschichte" erschien 1952 zweibändig im Atlasformat; ausklappbare Doppelseiten stellen zeitgleich (synchron-) auf einen Blick (-optisch) die Geschichte der menschlichen Zivilisation dar, unterteilt in Sparten wie Persönlichkeiten, Wirtschaft und Technik, Geistesleben und Kultur, Politik, Kriege und Revolutionen.

Eine Beispielseite aus dem Atlas der synchronoptischen Weltgeschichte:



„Um Geschichte zu verstehen, muss man sie sehen." Das buchtechnisch kompliziert hergestellte und daher für damalige Verhältnisse sehr teure Werk fand 250000 begeisterte Leser. Die Autoren wollten vor allem zeigen, in welchem gleichberechtigten weltgeschichtlichen Kontext jedes historische Ereignis stattgefunden hat.

Zum Begriff „Informatik“

1968 war ein Schlüsseljahr

Wo wir schon Etymologie betreiben: Was ist mit „Informatik“?

- Karl Nickel (1924 – 2009) schreibt dazu 1971: *Wenn ich mich recht erinnere, war es während des von Prof. Lehmann (Dresden) einberufenen III. Internationalen Kolloquiums über aktuelle Probleme der Rechentechnik in Dresden vom 18.2. – 25.2.1968, daß dieser Name „erfunden" wurde. Während und außerhalb der Tagung wurden die verschiedensten Namen als Äquivalent für das englische „computer science" vorgeschlagen, wie etwa „Computer-Theorie" und „Komputor-Theorie", „Theorie der Informationsverarbeitung" („Informationstheorie" war schon für ein Spezialgebiet verbraucht), usf. Weil alle die vorgeschlagenen Namen nicht zweckmäßig erschienen (zu lang, nicht eindeutig genug,...), einigte man sich schließlich (wenn ich mich recht erinnere beim Frühstück am letzten Morgen der Tagung) auf „Informatik“. Von einem Germanisten wurde ich darauf aufmerksam gemacht, daß diese Wortbildung falsch sei, korrekt müsse es „Informatorik" heißen. Inzwischen hat sich jedoch diese „falsche" Bezeichnung nicht nur im durchsprachigen Raum schon durchgesetzt.*
- Der deutsche Forschungsminister Gerhard Stoltenberg brachte dann den Begriff „Informatik“ als Name für das neue Lehr- und Forschungsgebiet bei einer gemeinsamen Konferenz von MIT und TU Berlin im Juli 1968 in die Öffentlichkeit. (Vorher sollte das Wort „Informatik“, aus Rücksicht auf die Namensrechte der Firma Standard Elektrik Lorenz daran, nicht offiziell benutzt werden.) Die Presse stürzte sich nach Stoltenbergs Ankündigung einer substantiellen staatlichen Finanzierung des neuen Gebietes darauf und machte so den Begriff bekannt.

Zum Begriff „Informatik“ (2)

Die vom deutschen Forschungsministerium im Juli 1968 herausgegebenen „Empfehlungen zur Ausbildung auf dem Gebiet der Datenverarbeitung“ werden sofort mehrfach publiziert, oft schon direkt mit dem Titel „Studiengang INFORMATIK“:

...und seine Bedeutung

Der „Fachbeirat für Datenverarbeitung“, der das Bundesministerium für wissenschaftliche Forschung bei den Förderungsmaßnahmen auf dem Gebiet der Datenverarbeitung berät, hat Überlegungen über eine Verbesserung der akademischen Ausbildung auf dem Gebiet der Datenverarbeitung angestellt und Empfehlungen hierüber erarbeitet.

Diese Empfehlungen sind vom Bundesminister für wissenschaftliche Forschung dem Präsidenten der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland, dem Vorsitzenden des Wissenschaftsrates und dem Präsidenten der Westdeutschen Rektorenkonferenz zugeleitet worden.

Die „Empfehlungen zur Ausbildung auf dem Gebiet der Datenverarbeitung“ haben folgenden Wortlaut:

(1) Die rasche technische Entwicklung auf dem Gebiet der Informationsverarbeitung macht an mehreren Universitäten und Technischen Hochschulen die Einrichtung eines Studienganges

Informatik

Hier nun der Name!

erforderlich.

(2) Dieser Studiengang sollte sich an der Ausbildung im Computer Science orientieren, wie sie sich in den letzten Jahren an den US-amerikanischen Hochschulen entwickelt hat. Er dient der Heranbildung von Akademikern für folgende Tätigkeiten:

a) In der Datenverarbeitungsindustrie: Entwicklung von Datenverarbeitungssystemen (logischer Entwurf, Entwurf von Programmiersystemen für Betrieb und Anwendung von Datenverarbeitungsanlagen).

b) Benutzer von Datenverarbeitungsanlagen (Rechenzentren in allen Bereichen der Industrie, Handel und Behörden): Pflege und Weiterentwicklung von Betriebssystemen, Beteiligung an System- und Einsatzplanungsaufgaben, Entwicklung benutzerspezifischer Anwendungsprogrammsysteme.

c) Forschung: Vorbereitungen zu eigenen Arbeiten an der Weiterentwicklung von Datenverarbeitungssystemen und von neuen Datenverarbeitungsverfahren sowie an der Erschließung neuer Anwendungsgebiete für Rechner.

Gedacht ist an einen Studiengang, der nach 9 Semestern mit einem akademischen Grad (z.B. Diplom-Informatiker) abgeschlossen sein soll, der im Niveau dem Diplom-Mathematiker bzw. Diplom-Ingenieur ent-

Zum Begriff „Informatik“ (3)

Textquelle: Internat. Elektron. Rundschau, 1968, Nr. 8, S. 211

spricht. Er umfaßt u. a. folgende Ausbildungsgebiete:

1. Mathematische Grundlagen, speziell Einführungen in
   a) Mengenlehre, algebraische Strukturen, Kombinatorik, Graphentheorie, mathematische Logik
   b) Analysis, Differentialgleichungen
   c) lineare Algebra
   d) numerische Mathematik
   e) Wahrscheinlichkeitsrechnung
2. Programmierung algorithmischer Prozesse
3. Datenverarbeitungssysteme, Organisation
4. Schaltwerkentwurf
5. Datenstrukturen und Datenorganisation
6. algorithmische Sprachen und ihre Übersetzer
7. Systemprogrammierung
8. Automatentheorie
9. Turingmaschinen und rekursive Funktionen
10. Heuristische Programmierung ·

Ergänzend dazu Lehrveranstaltungen über Statistik, Systemsimulation, Unternehmensforschung, Spieltheorie, Codierungs- und Informationstheorie, mathematische Optimierung, Algebra und Impulstechnik.

Im Anschluß an das Diplom sollte im Rahmen eines Aufbaustudiums auch die Möglichkeit zur Promotion bestehen.

(3) Die Verwirklichung dieser Studieneinrichtung sollte dadurch gefördert werden, daß die auf diesem Gebiet bereits tätigen Institute durch die Einrichtung neuer Lehrstühle verstärkt werden. Es scheint zweckmäßig, diese Lehrstühle in einem gegebenenfalls interfakultativen Institut zusammenzufassen.

(4) Diesem Institut sollte im Rahmen des Forschungsprogramms eine eigene Großrechenanlage zur Verfügung gestellt werden, evtl. mit der Auflage, damit auch die Funktion des Hochschulrechenzentrums zu übernehmen.

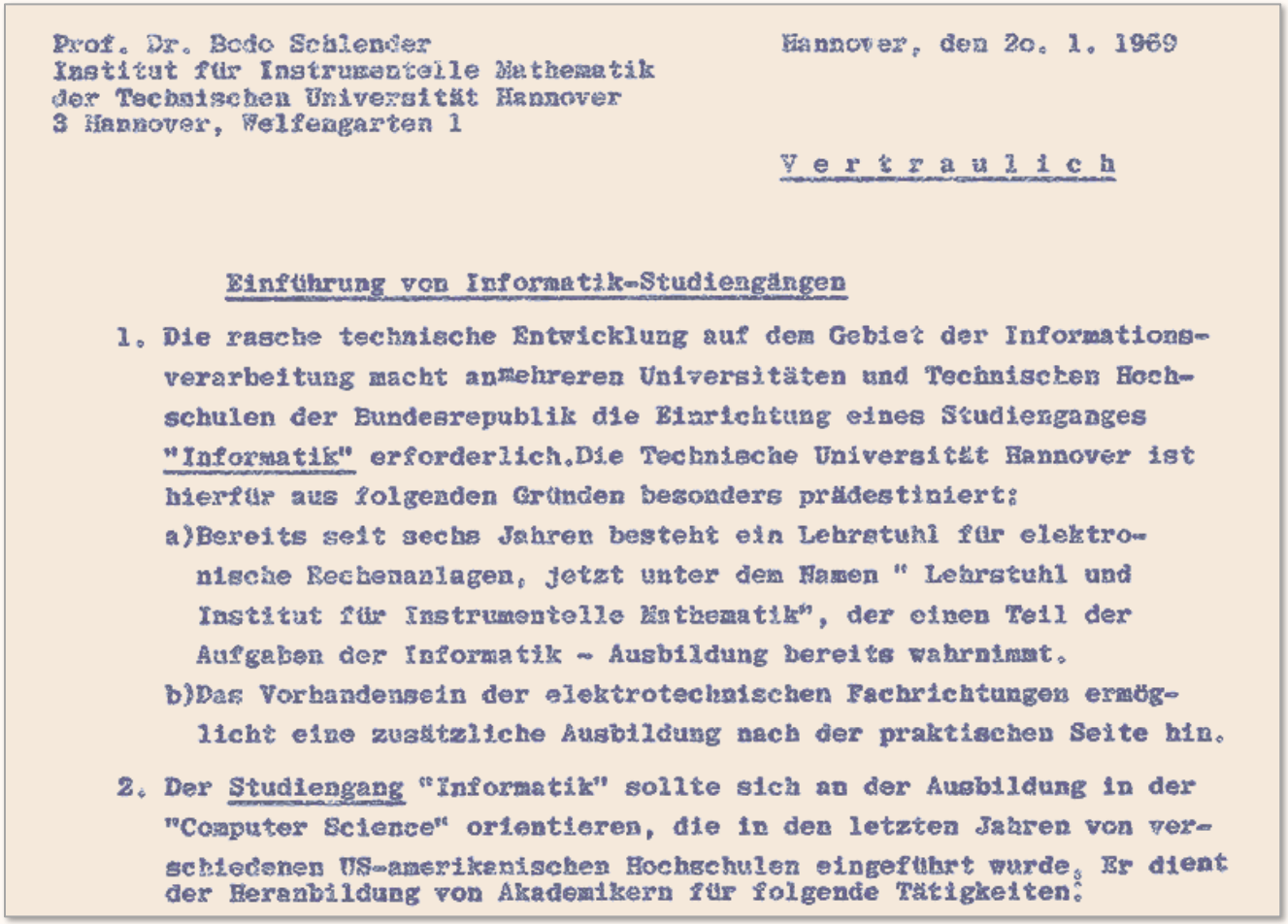
(5) Zur Förderung der Anwendungsmethoden auf den verschiedenen übrigen akademischen Disziplinen (Betriebswirtschaft, Medizin, Rechtswissenschaft usw.) sollen

a) von den Informatik-Lehrstühlen Lehrveranstaltungen zur Einführung in die Datenverarbeitung für Nichtinformatiker geboten werden.

b) Informatiker die Möglichkeit haben, im Rahmen ihrer Ausbildung in Wahlfächern Einführungen in die verschiedenen Anwendungsgebiete zu hören, die von den entsprechenden Fakultäten geboten werden.

c) Gemeinschaftsforschungsprojekte zwischen Informatik-Lehrstühlen und Lehrstühlen aus anderen Fakultäten gefördert werden. □

Zum Begriff „Informatik“ (4)
Erste Studiengänge



Prof. Dr. Bodo Schlender
Institut für Instrumentelle Mathematik
der Technischen Universität Hannover
3 Hannover, Welfengarten 1

Hannover, den 2o. 1. 1969

V e r t r a u l i c h

Einführung von Informatik-Studiengängen

1. Die rasche technische Entwicklung auf dem Gebiet der Informationsverarbeitung macht an mehreren Universitäten und Technischen Hochschulen der Bundesrepublik die Einrichtung eines Studienganges "Informatik" erforderlich. Die Technische Universität Hannover ist hierfür aus folgenden Gründen besonders prädestiniert:
   a) Bereits seit sechs Jahren besteht ein Lehrstuhl für elektronische Rechenanlagen, jetzt unter dem Namen " Lehrstuhl und Institut für Instrumentelle Mathematik", der einen Teil der Aufgaben der Informatik - Ausbildung bereits wahrnimmt.
   b) Das Vorhandensein der elektrotechnischen Fachrichtungen ermöglicht eine zusätzliche Ausbildung nach der praktischen Seite hin.
2. Der Studiengang "Informatik" sollte sich an der Ausbildung in der "Computer Science" orientieren, die in den letzten Jahren von verschiedenen US-amerikanischen Hochschulen eingeführt wurde. Er dient der Heranbildung von Akademikern für folgende Tätigkeiten:

Schon bald, nachdem das deutsche Forschungsministerium die Empfehlungen für die Einrichtung eines Studienganges „Informatik“ veröffentlicht hatte, brachten sich einige Universitäten in Stellung, um zu den ersten zu gehören, die von den erwarteten Fördermitteln profitieren sollten.

Hier als Beispiel ein Memorandum der TU Hannover. 1969 war dort Bodo Schlender (1931 – 1987) Professor und lobbyierte für seine Universität. 1971 wurde er allerdings als Professor an die Universität Kiel berufen, sein Dienstantritt am 2. Oktober 1971 gilt fortan als das Gründungsdatum des Kieler Instituts für Informatik und Praktische Mathematik.

Zum Begriff „Informatik“ (5)
Erste Studiengänge

Der neue Beruf des Rechenmaschinen-Mathematikers ist heute noch so schwach besetzt, dass Aufklärung und Werbung unerlässlich sind. – DFG-Mitteilungen (3) 1958

Kurt Mehlhorn (Jahrgang 1949) studierte von 1968 bis 1971 an der TU München und promovierte 1974 an der Cornell University. 1975 wurde er mit 26 Jahren Professor an der Universität des Saarlandes in Saarbrücken. 1990 wurde er Gründungsdirektor des Max-Planck-Instituts für Informatik; bis zu seiner Emeritierung im August 2019 leitete er dort die Arbeitsgruppe „Algorithmen und Komplexität“. Er erinnert sich, wie er als einer der Pioniere im Jahr 1968 zur Informatik kam:

Kurt Mehlhorn in jugendlicheren Jahren

„Mein Abitur machte ich 1968. Schon mit 14 war mir klar, dass ich später Mathematik studieren würde. Aber bereits an meinem ersten Tag an der Universität erwähnte ein Kommilitone, dass es ein neues Studienfach ‚Informatik‘ gäbe; er schlug vor, wir sollten uns zusammen ‚Informatik I‘ anhören – was wir dann auch taten. Die Informatik-Vorlesungen waren noch roh und ungeschliffen, und der Schwierigkeitsgrad der einzelnen Lektionen schwankte stark. Einige waren trivial, andere sehr schwierig. Unser Dozent war F.L. Bauer, einer der Gründungsväter der deutschen Informatik. Er verdeutlichte uns, dass wir eine neue Welt betreten würden. Er könne zwar nicht beschreiben, wie diese Welt aussehen würde, aber sie würde ganz bestimmt wunderbar sein.

Ich war fasziniert. Ich lernte, einer Maschine das Lösen geistig anspruchsvoller Aufgaben beizubringen, wie etwa das Berechnen kürzester Wege. Kleine Probleme konnte ich manuell lösen, aber nachdem ich eine Maschine instruiert hatte, wie man dabei vorgeht, konnte sie sehr viel grössere Probleme lösen. Ich begriff, dass Computer die Denkkraft verstärken.“

F.L. Bauer wollte übrigens schon ein Jahr früher einen Informatik-Studiengang in München gründen. Da die Firma Standard Elektrik Lorenz (SEL) das Namensrechte an „Informatik“ hielt (für ein System, welches für das Versandhaus Quelle realisiert wurde), etablierte er 1967 zunächst einen Studienzweig „Informationsverarbeitung“ innerhalb der Mathematik.

Zum Begriff „Informatik“ (6)

Die Situation in der Schweiz

Technik oder Wissenschaft?

Die größten Schwierigkeiten bereitet bei der Institutionalisierung eines neuen Fachgebietes jeweils die Festlegung eines bezeichnenden Namens. So wurde der eigentlich treffendste Ausdruck *Datenverarbeitung* erwogen, wegen einer bestimmten kommerziellen Konnotation jedoch verworfen. Im französischen Sprachgebiet hat sich das Wort *Informatique* durchgesetzt, in Dänemark wurde die Bezeichnung *Datalogi* erfunden, und im Land, welches diese Sparte unrivalisiert dominiert, ist heute *Computing Sciences* oder *Computer Science* allgemein angenommen. Was versteht man unter diesen Namen? Führende Leute sind manchenorts bemüht, eine klare Definition zu finden. Die auseinanderstrebenden Vorschläge lassen bereits auf die Vielfalt des neuen Wissensgebietes schließen; eine kleine Auswahl sei hier mitgeteilt:

Die Kunst oder Wissenschaft, Probleme mit Hilfe des Computers zu lösen.

Die Technik oder Wissenschaft, Systeme zu ermitteln, welche gegebene Probleme algorithmisch lösen.

Das Studium der Computer.

Ohne Zweifel paßt «Computerwissenschaft» ausgezeichnet zur letzten Definition.

Zuerst stellt sich offenbar die Frage, ob die Bezeichnung «Wissenschaft» überhaupt gerechtfertigt ist und ob dieses Fach als eigene Disziplin zu betrachten sei. Letztere Frage ist in Anbetracht der Schaffung einer eigenen *Fachgruppe an der ETH* besonders relevant. Es fehlt denn auch nicht an kritischen Stimmen, welche diesen Themenkreis aufgegriffen und negativ beantwortet haben. Wir wollen uns hier gleich einige von ihnen anhören:

1. Das Entstehen von «Computer Science Departments» an Universitäten ist ein Beispiel dafür, wie eine *Art von Maschine* in den *Rang* einer *akademischen Disziplin* erhoben wird. In gleicher Weise könnten Abteilungen eingeführt werden für Eisenbahnen, Automobile und Television, alle drei technische Neuerungen, die ebenfalls die Welt revolutionierten.

2. Der Computer ist nur ein *Werkzeug wissenschaftlicher Arbeitsmethoden*. Analog dazu gibt es zum Beispiel die Elektronenmikroskopie, die Röntgenstrahlenbrechung und die Dampfphasenchromatographie, für die es keine akademischen Abteilungen gibt.

3. Eine akademische Disziplin basiert auf einer *zusammenhängenden* und *widerspruchsfreien Theorie*, welche vervollständigt wird durch eine Sammlung von analytischen Werkzeugen zu ihrer Anwendung. Die Computerwissenschaften stellen aber nur eine Technik ohne dazugehörige geschlossene Theorie dar. Sie sind eine heterogene Anhäufung von Rezepten und Faustregeln, entliehen aus der Mathematik, der Logik, der Elektronik usw.

4. Die Ausbildung von Computerbenützern sollte von den Fachleuten der einzelnen Anwendungsgebiete vorgenommen werden und nicht einem Kader von Spezialisten überlassen bleiben

Bildarchiv ETH Zürich (Portr 6561)

Niklaus Wirth (ca. 1969)

In der Schweiz begann das akademische Zeitalter der Informatik im August 1968 mit vier Professuren für „Computerwissenschaften“ – eine an der Universität Zürich und drei an der ETH; letztere fanden als „Fachgruppe Computerwissenschaften“ in der Abteilung für Mathematik und Physik ihren Platz. Niklaus Wirth war einer der neuen Professoren. Er hielt am 14. Dezember 1968 seine Antrittsvorlesung in der Aula der Universität Zürich. Die NZZ berichtete am 7. Januar 1969 in ihrer Mittagsausgabe darüber, indem sie die Rede Wirths veröffentlichte. Sie zeigt, wie schwierig es die Informatik – die noch gar nicht so hiess – in der Anfangszeit mit Selbstverständnis und Anerkennung hatte. (Auszug)

Zum Begriff „Informatik“ (7)

Man sagte, Programmieren lerne ein Ingenieur nebenbei. Das sei keine akademische Disziplin. – N. Wirth

Hier noch ein zweiter Ausschnitt aus dem Beitrag von Niklaus Wirth von 1968/69. Im weiteren Verlauf kommt Wirth u.a. noch auf Verifikation, Realzeitsteuerung und künstliche Intelligenz, aber auch auf die Studieninhalte an Universitäten und die Erziehung zum algorithmischen Denken in den Schulen zu sprechen. Noch heute aktuelle Themen!

Und gegen Ende des Artikels doch auch eine Kritik:

Nun sollte man meinen, daß die mathematischen Wissenschaften sich mit Gier auf dieses neue, an theoretischen Problemen und praktischen Anwendungen reiche Gebiet gestürzt hätten. Nichts dergleichen geschah. Im Gegenteil: die Programmierung wurde seit ihrer Geburt als ein Kind der untersten Kaste betrachtet, mit dem sich kein Mathematiker mit minimaler Selbstachtung befaßt. Diese Tatsache erklärt sich daraus, daß die Computer von jeher stark auf zur Verfügung stehende Techniken ausgerichtet sind und äußerst kostspielige Geräte darstellen, bei deren Konstruktion keine Mühe gespart wird, um mit einem Minimum von Bauelementen die gewünschten Effekte zu erzielen. Als Konsequenz dieser rein ökonomisch bedingten Lage entstanden Monstren mit derart inkonsequenten Strukturprinzipien und einem Satz von Befehlsregeln mit mindestens ebenso vielen Ausnahmeregeln, daß das Interesse eines systematisch denkenden Wissenschafters dafür kaum zu wecken war. Die verzwickte Programmierung dieser Maschinen zog hauptsächlich Leute mit Vorliebe für Rätsel, Denksportaufgaben und Zauberei an. Programmierung hatte nichts Gemeinsames mit sauberem, logisch aufbauendem Denken, sondern prosperierte durch Intuition und Geistesblitze.

Die wachsenden Anforderungen an Programme und Programmierer lassen aber nicht mehr daran zweifeln, daß sich die vorhin genannte Situation ändern muß. Nach den Anfängen des Computers wurden bald Anwendungen erschlossen, die immer kompliziertere Programme erforderten. Heutige *Betriebssysteme* zum Beispiel erreichen einen Umfang von Zehntausenden von Instruktionen. Ihre Entscheidungsstruktur ist derart komplex, daß es Jahrhunderte dauern würde, bis alle ihre möglichen Verhaltensweisen geprüft wären. Wie kann in diesem Fall garantiert werden, daß ein solches Programm sich auf jede mögliche Folge von Eingabedaten hin gemäß den gegebenen Spezifikationen verhält? Nur durch sauberen Programmaufbau, der gestattet, das Verhalten des Programms entweder einleuchtend zu demonstrieren oder sogar mit Hilfe lückenloser mathematischer Beweismethoden abzuleiten. Diese Denkart mit Betonung der *Systematik* ist relativ neu, und die erforderlichen mathematischen Beweismethoden sind erst noch zu entwickeln. Eine höchst wichtige und interessante Aufgabe stellt sich hiermit den Computerwissenschaftern, nämlich die Erstellung einer kohärenten, wohlfundierten Theorie der Programmierung, der Konstruktion von Algorithmen. Vom Erfolg dieser Bemühungen wird es abhängen, ob die Programmierung eine Technik bleibt oder eine Wissenschaft wird.

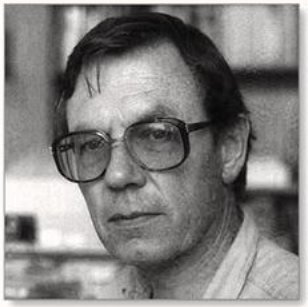
„Mit der Schaffung einer Fachgruppe Computerwissenschaften wurde von seiten der Behörden und der Fakultäten der Wille kundgetan, die Existenz des neuen Fachgebietes anzuerkennen. Traditionsgemäß wurde Behutsamkeit der Großzügigkeit allerdings vorgezogen, kam doch die Erstellung einer Fachgruppe mit drei Lehrkräften durch Umbenennung zweier bestehender Mathematikprofessuren und Neuernennung eines einzigen – dazu noch zwischen Universität und ETH halbierten – Professors eher als diplomatischer Kunstgriff denn als überzeugte Tat nach besserer Einsicht ausgelegt werden.“

Zum Begriff „Informatik“ (8)
Die Entwicklung an der ETH

Die erste Opposition kam aus der Mathematik und der Physik. Man sprach uns alles Mögliche ab, auch die Wissenschaft. – C.A. Zehnder

1968 wurde an der ETH Zürich innerhalb der Mathematik eine Fachgruppe „Computerwissenschaften“ gegründet Zu den Pionieren gehörten die Professoren Heinz Rutishauser, Peter Läuchli und Niklaus Wirth; ab 1970 auch Carl August Zehnder, ab 1972 Erwin Engeler und ab 1975 Jürg Nievergelt.


Heinz Rutishauser


Peter Läuchli


Niklaus Wirth


Carl August Zehnder


Erwin Engeler


Jürg Nievergelt

Diese Informatikprofessoren waren die Promotoren der langjährigen Bemühungen, die Informatik als eigenes Fach an der ETH Zürich zu etablieren. 1974 wurde die Fachgruppe „Computerwissenschaften“ umgewandelt in das „Institut für Informatik“; die bisherige Bezeichnung der Fachgruppe treffe ohnehin nicht genau zu, da sich diese Gruppe weniger mit dem Computer als Objekt, sondern mit der Aktivität des Computing befasse. 1981 kam es zur Schaffung eines eigenen Diplomstudiums für Informatik-ingenieure sowie zur Etablierung einer eigenen „Abteilung für Informatik“, losgelöst von der Mathematik (Abteilung IX). Die neue Abteilung wurde in die Nähe der Elektroingenieure (Abteilung für Elektrotechnik IIIB) gerückt und erhielt entsprechend das Kürzel IIIC. Nur die theoretische Informatik verblieb wegen ihrer Nähe zum Gebiet der Logik zunächst noch innerhalb der Mathematik. Für die Koordination der Forschung wurde 1989 ein Departement für Informatik (mit den vier Instituten für Computersysteme, Theoretische Informatik, Wissenschaftliches Rechnen und Informationssysteme) eingerichtet; 1996 ging im Rahmen einer Reorganisation der ETH-Struktur die Abteilung für Informatik als Lehrorganisation im Forschung und Lehre umfassenden Departement Informatik (D-INFK) auf.

Zum Begriff „Informatik“ (9)

Es ist sicher unstrittig, dass Informatik mit Computern zu tun hat. – Ulrik Brandes

VORLESUNGEN IN COMPUTERWISSENSCHAFTEN

Lehrveranstaltungen der Fachgruppe für Computer-Wissenschaften im SS 1971

Diese Lehrveranstaltungen umfassen:

- propädeutische Lehrveranstaltungen:

  90-180 V+U Einsatz von Rechenanlagen (Wirth)
  90-860 P Praktikum im Programmieren (Schild)

- Aufbaufächer:
  - Numerische Mathematik

    90-814 V+U Numerische Methoden I (Henrici)
  - Datenverarbeitung

    90-856 V+U Technik der Datenverarbeitung (Zehnder)
    90-887 V Theorie der Graphen (Läuchli)
    90-873 V Computer-Betriebssysteme (Engeli)
    90-868 V+U Automatic Information Organization and Retrieval (Salton)
  - Kolloquien und Seminare

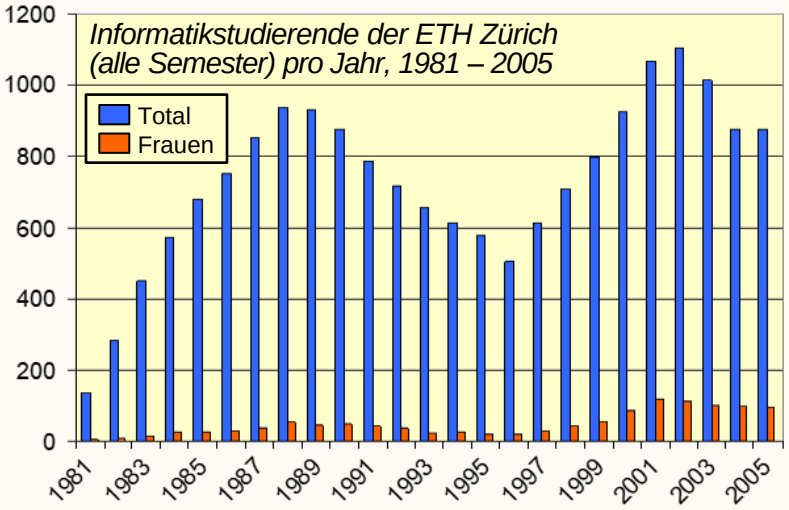
    90-870 K Kolloquium über Computer-Wissenschaften
    90-869 K Kolloquium für Computer-Benützer
    90-878 S Seminar (Praktikum) AK Computer-Wissenschaften (Läuchli)
    80-876 S Seminar über Computer-Systeme (Wirth)

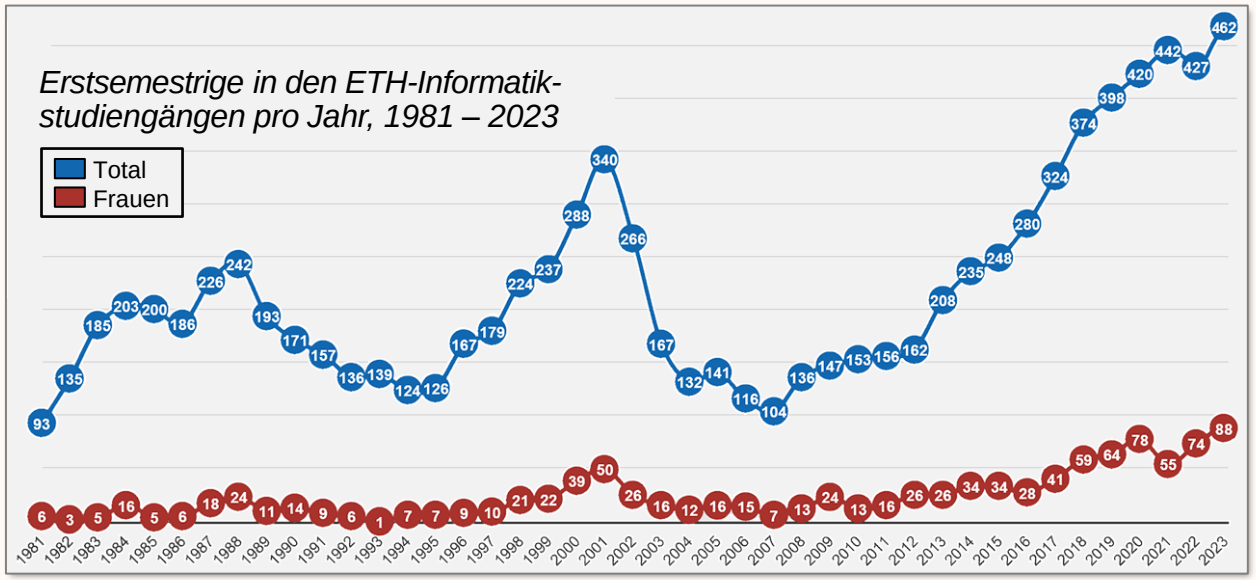
Grundsätzlich wird für sämtliche Aufbaufächer der Besuch der propädeutischen Lehrveranstaltungen vorausgesetzt (welche übrigens in jedem Semester (SS+WS) abgehalten werden). Dabei lernt der Anfänger im "Einsatz von Rechenanlagen" elementar programmieren, während das "Praktikum im Programmieren" daran anschliessend den Gebrauch der Programmelemente illustriert.

An der ETH Zürich wurde zunächst der Begriff „Computerwissenschaften“ verwendet; eine Gruppe von Professoren hielt Vorlesungen dazu

Zum Begriff „Informatik“ (10)

Die ETH Zürich hat die Informatik 1981 zwar relativ spät als eigenständige Studienrichtung eingeführt, die Studierendenzahlen stiegen jedoch schnell. Nach Platzen der → Dotcom-Blase im Jahr 2000 wurde 2001 ein vorläufiger Höhepunkt bei der Zahl der Erstsemestrigen erreicht; von 2012 bis 2023 ist aber erneut ein steiler Anstieg zu verzeichnen. Der Frauenanteil ist leider niedrig, wenn auch typischerweise etwas höher als im Maschinenbau und der Informations- und Elektrotechnik. Die Tendenz zeigt aber nach oben, im Jahr 2023 waren 19% der Erstsemestrigen Frauen.





Zum Begriff „Informatik“ (11)

Bald nachdem der Schulrat Ende Januar 1981 den neuen Diplomstudiengang „Informatik“ genehmigt hatte, orientierte die ETH die Gymnasien am 16.2.1981 darüber – schliesslich wollte man nun schnell auch Studentinnen und Studenten dafür gewinnen.

Das vierseitige Informationsblatt klärte auf, wie das Informatikstudium organisiert ist, was Informatik überhaupt sei („zur Informatik gehören verschiedene Teilbereiche wie ‚Elektronische Datenverarbeitung (EDV)‘, ‚Computerwissenschaften‘ und ‚Programmieren‘“, vor allem aber umfasse die Informatik die Informations- und Datentechnik, „wobei der Computer und seine Anwendungen eine zentrale Rolle spielen“). Ferner wird erläutert, was das Berufsbild eines „sachkundig und konstruktiv geschulten“ Informatikingenieurs ausmache, wie glänzend die Berufsaussichten seien, und dass die Informatik ein chancenreiches Zukunftsfach sei, da sich die Industrie in Richtung einer dematerialisierten Wirtschaftsform entwickeln würde: „Die Zukunft verlangt vermutlich von unserer Industriegesellschaft immer mehr Überlegung beim Gebrauch der knapp gewordenen Grundlagen (Rohmaterialien, Energie etc.). Das bedeutet aber unter anderem den Einsatz besserer Informationsmittel, welche einerseits selber immer weniger Material und Energie benötigen, anderseits aber Träger sind für neue, umweltfreundlichere technische Verfahren.“

Eine „sehr geeignete“ Zielgruppe hatte man schon damals im Fokus:

Der Informatiker ist vor allem in Entwicklungen beschäftigt. Das heisst, dass er sich immer wieder mit Neuem, noch nicht Routine Gewordenem befasst. Er muss also aktiv sein, Ideen haben, weiterlernen wollen, gelegentlich auch Ueberzeit arbeiten können. Wer einen gemächlichen Beruf anstrebt, sollte nicht Informatiker werden. Anderseits hat diese Ingenieurrichtung wenig mit Werkstattbetrieb zu tun und erlaubt flexible Anstellungsformen, weshalb er auch für Frauen sehr geeignet ist.

Zum Begriff „Informatik“ (12)
Das Wort und seine Bedeutungsfacetten

"Computer science" is a terrible name. Astronomy is not called "telescope science", and biology is not called "microscope science". [Zitat oft Edsger W. Dijkstra zugeschrieben]

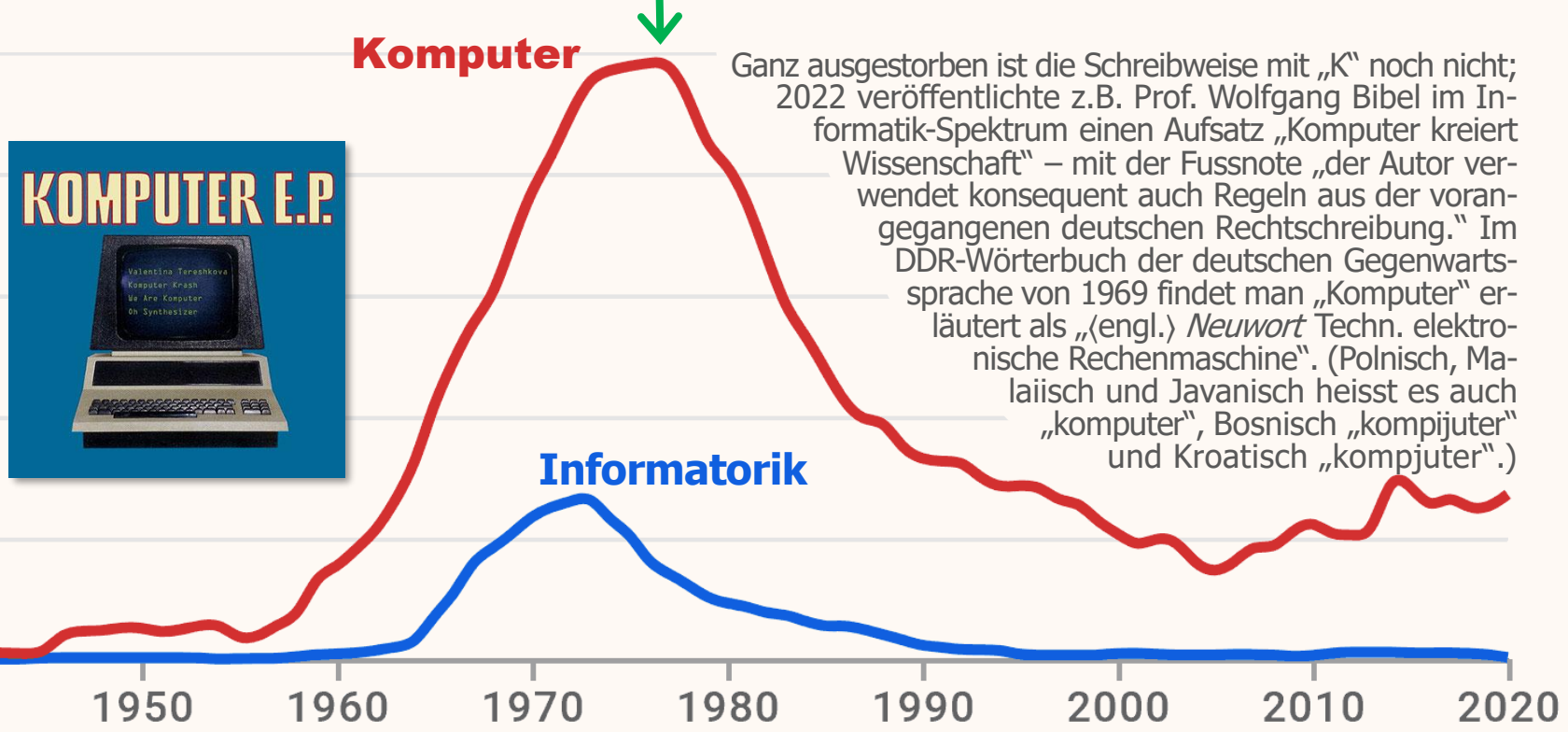
- Das Wort „Informatik“ (als Verschmelzung von *Information* und *Automatik*) wurde von Karl Steinbuch (1917 – 2005) allerdings bereits 1957 in seinem Beitrag „Informatik: Automatische Informationsverarbeitung“ in den SEG-Nachrichten (der Standard Elektrizitäts-Gesellschaft, 1957 bereits umbenannt in Standard Elektrik AG, Stuttgart) eingeführt. Steinbuch prägte Mitte der 1960er-Jahre auch den Begriff der „Informationsgesellschaft“; er war damals schon überzeugt, dass man nach dem Jahr 2000 Texte, Bilder und Filme auf tragbaren „Rechnern“ betrachten könne und Telefon und Datentechnik zusammenwachsen würden.
- In Frankreich wurde der Begriff „informatique“ 1966 durch die Académie française legitimiert (nachdem dort bereits seit 1962 ein von Philippe Dreyfus gegründetes Unternehmen unter dem Namen „Société d'informatique appliqué“ firmierte) und so definiert: *«Science du traitement rationnel, notamment par machines automatiques, de l'information considérée comme le support des connaissances humaines et des communications dans les domaines techniques, économiques et sociaux».* Dort, und dann auch in der Schweiz, wird im Unterschied zu Deutschland (wo damit nur die Wissenschaft im Sinne von „computer science“ bezeichnet wird), „Informatik“ vor allem auch für die kommerzielle (elektronische) Datenverarbeitung und für EDV-Systeme gebraucht – eine Quelle häufiger Missverständnisse.

Informatorik? Komputer?

Feministinnen sahen in der Telearbeit eine neue Masche, Frauen nach dem Motto „Kinder, Küche und **K**omputer" wieder an Heim und Herd zu binden. – Die Zeit, 4. Apr. 1986

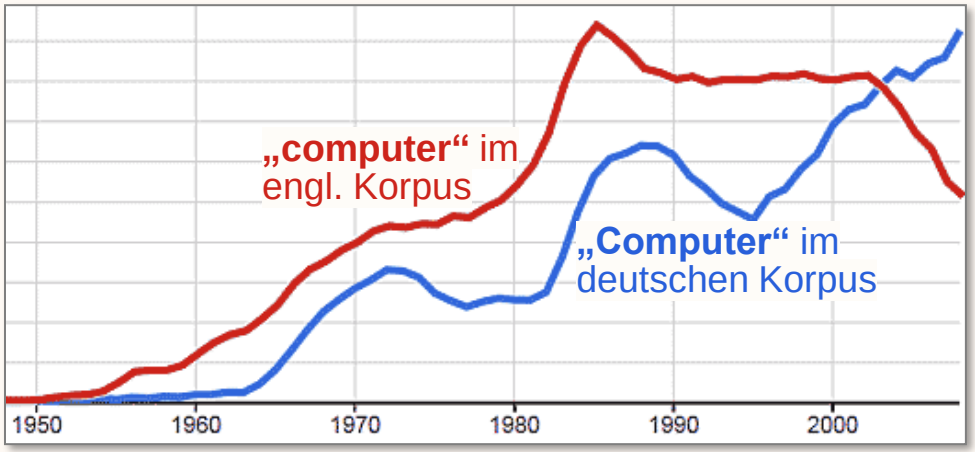
Da haben wir nochmal Glück gehabt – sonst würden wir jetzt „**Informatorik**" mit „**Komputern**" machen!

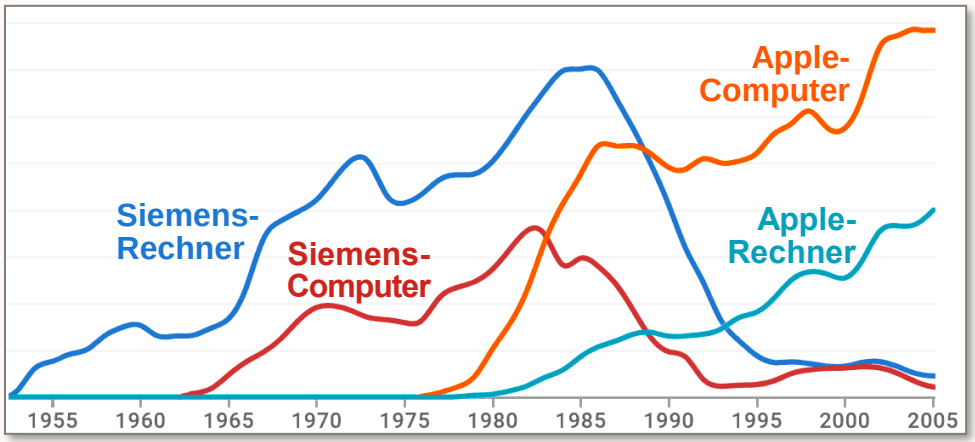
Relative Häufigkeit des Wortgebrauchs über die Zeit nach books.google.com / ngrams



Ganz ausgestorben ist die Schreibweise mit „K" noch nicht; 2022 veröffentlichte z.B. Prof. Wolfgang Bibel im Informatik-Spektrum einen Aufsatz „Komputer kreiert Wissenschaft" – mit der Fussnote „der Autor verwendet konsequent auch Regeln aus der vorangegangenen deutschen Rechtschreibung." Im DDR-Wörterbuch der deutschen Gegenwartssprache von 1969 findet man „Komputer" erläutert als „⟨engl.⟩ *Neuwort* Techn. elektronische Rechenmaschine". (Polnisch, Malaiisch und Javanisch heisst es auch „komputer", Bosnisch „kompijuter" und Kroatisch „kompjuter".)

Informatik? Computer?





Klar, Informatik hat viel mit dem Computer zu tun. Die akademische Disziplin heisst im Amerikanischen ja auch „computer science“. „Computer“ bedeutet auf Deutsch „Rechner“ – und bis ca. 1940 bezeichnete man damit Menschen, die rechnen (darauf gehen wir an anderer Stelle ausführlich ein) oder auch mechanische bzw. elektromechanische Rechenmaschinen, im Englischen auch „calculator“ oder anfangs „calculating machine“ genannt.

Als die ersten (amerikanischen und britischen) elektronischen Computer Ende der 1940er-Jahre auftauchten – stromfressende Ungetüme mit Elektronenröhren – wurde „Computer“ im Deutschen bestenfalls als Fremdwort aufgefasst. So wie in den USA diese neuen Maschinen (deren einziger Zweck das automatische, programmierte schnelle Rechnen war) nach dem Vorbild der Menschen benannt wurden, die rechneten, nannte man sie im Deutschen „Rechner“. Die Firma Siemens war ein früher Hersteller solcher „Rechenautomaten“ – niemand nannte sie anfangs „Computer“. Aber als Mitte der 1970er-Jahre die amerikanische Firma Apple mit ihren Heimcomputern auftauchte, wurde „Computer“ gegenüber „Rechner“ im Deutschen dominierend.

„Rechenzentrum“ analog zu Rechen-aufgabe, -meister, -fehler, -werk, -operation, -heft, -buch, -art etc.

Rechner? Rechnen? Rechen?

In einem Rechenzentrum (auf Engl. ab Mitte der 1960er-Jahre eher „data center“ anstatt „computing center“) stehen viele Rechner bzw. Computer. Hängt sprachlich das Rechnen mit dem Rechen zusammen?

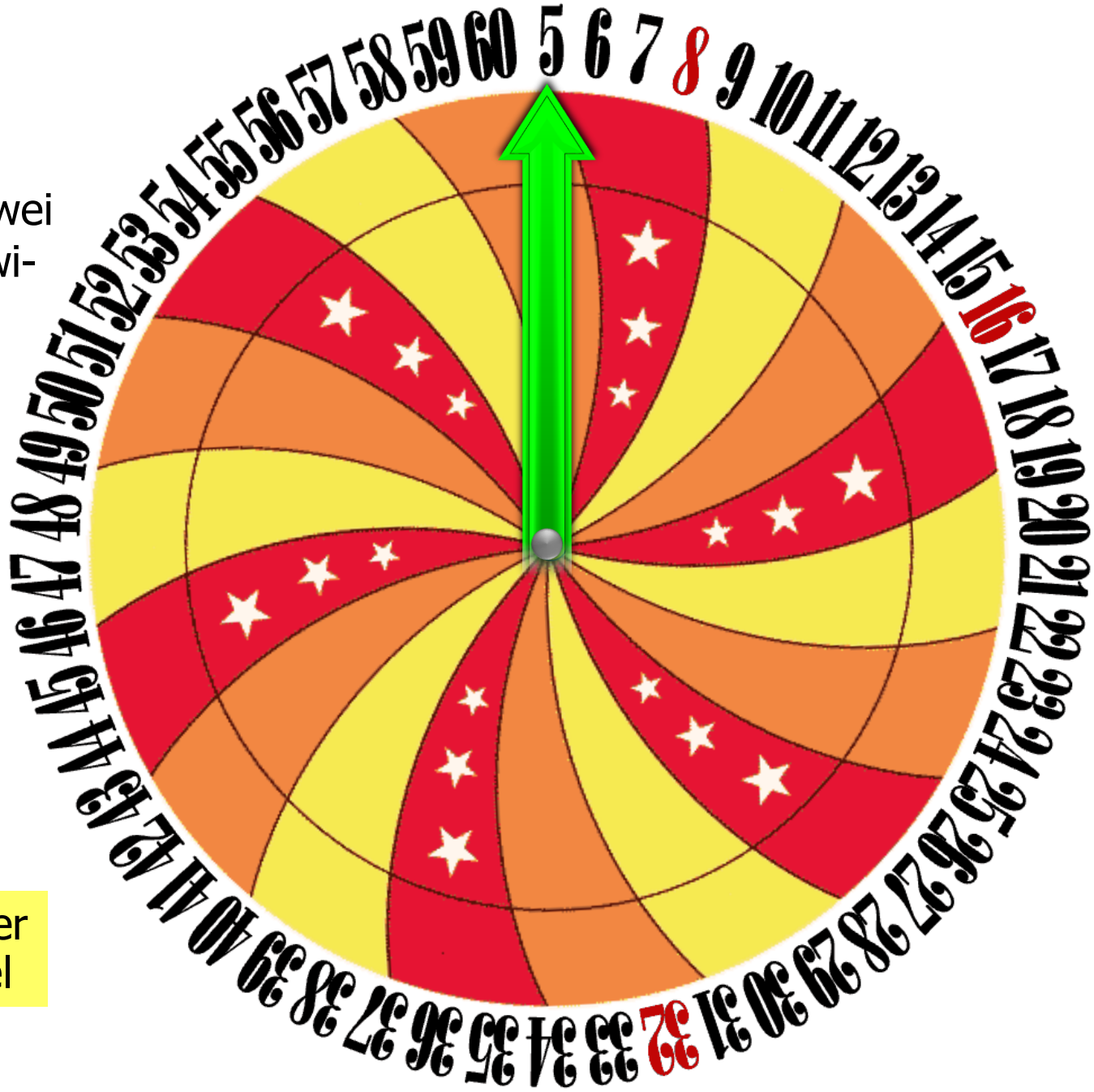
https://x.com/realsci_DE/status/1554400110028668929

Der Duden schreibt zu „rechnen“: Das westgermanische Verb mittelhochdeutsch *rechenen*, *rechen*, niederländisch *rekenen*, engl. *to reckon* ist eine Ableitung von einem untergegangenen Adjektiv mit der Bedeutung »ordentlich«. Dieses Adjektiv ist eine alte Partizipialbildung der indogermanischen Wurzel *regƆ-, »aufrichten, recken, gerade richten« (vgl. rechter Winkel, Rechteck, senkrecht etc.), dann auch »richten, lenken, führen, herrschen«, vgl. etwa lat. *rectus* »gerade, geradlinig; richtig, recht; sittlich gut« (auch z.B. rex, Rektor, Regie, gerecht, korrekt, rechts). Das abgeleitete Verb *rechnen* bedeutete demnach ursprünglich »in Ordnung bringen, ordnen«. „Rechen“ dagegen gehöre zu dem heute veralteten starken Verb früh- und mittelhochdeutsch *rechen*, »zusammenscharren, kratzen, raffen«. Im Ablaut zu diesem starken Verb stehen mittelniederdeutsch *raken* »umwühlen, scharren, graben«, schwedisch *raka* »scharren, kratzen, stochern«, man beachte dazu die Substantivbildungen mittelniederdeutsch (bzw. englisch) *rake* »Harke«. – OK, aber wieso heisst es „Rech**en**zentrum“ und nicht „Rech**ner**zentrum“ (oder „Rech**nen**zentrum“)?

Genug (vorläufig) zur Historie – weiter geht es mit einem spannenden Algorithmus! →

Glücksrad

Wir ermitteln zwei Zufallszahlen zwischen 5 und 60



Multiplikation der Zahlen → Tafel

Das „altägyptische Multiplikationsverfahren“
– einer der ältesten Algorithmen

Wird auch als abessinische oder russische Bauernmethode bezeichnet

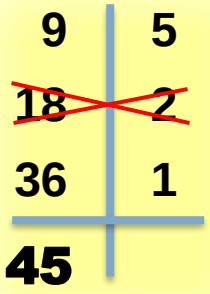
„Wenn ihr nur duplieren und halbieren könnet, so könnet ihr das übrige ohne das Eins mal Eins multipliciren.“
Christian von Wolff, 1679 – 1754

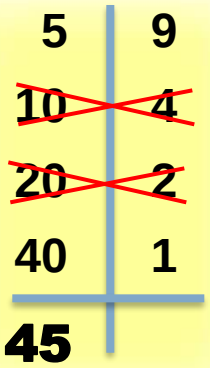
„Der Multiplikand wird ständig verdoppelt, der Multiplikator (unter Wegwerfen des Restes) ständig halbiert.

Aufaddiert werden sogleich oder schlussendlich – ganz wie man will – diejenigen Vielfachen, bei denen in der Multiplikatorhalbierung ein Rest weggeworfen wurde.“

-- F. L. Bauer

Beispiel: 9 × 5 beziehungsweise 5 × 9:



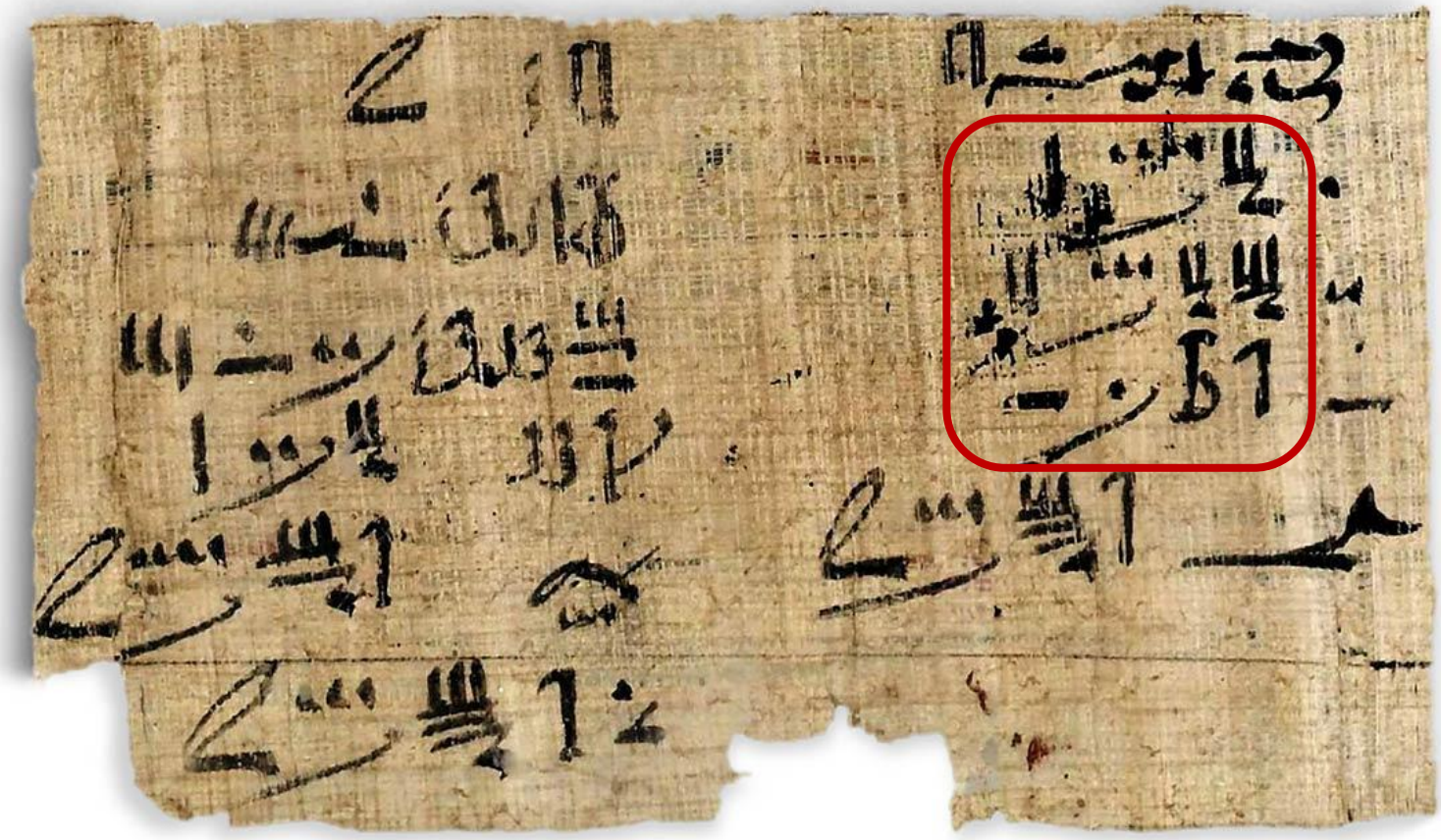


- Zeilenweise: Verdoppeln (Spalte links) bzw. ganzzahliges Halbieren (rechts)
  - Stopp, wenn rechts 1 erreicht wird
- Zeilen streichen, bei denen rechts eine gerade Zahl steht
- Übrig gebliebene Zahlen der linken Spalte aufaddieren

Multiplikation im Papyrus Rhind (16. Jh. v. Chr.)

Computer Science should have existed long before the advent of computers. In a sense, it did; the subject is deeply rooted in history. – Donald Knuth

In etwas verkappter Form wird die altägyptische Multiplikation bereits auf dem Papyrus Rhind um 1550 v. Chr. angewandt; hier wird 2801×7 = 19607 berechnet als 2801 + 5602 + 11204:



www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10057

2801

5602

11204

Multiplikation im Papyrus Rhind (16. Jh. v. Chr.)

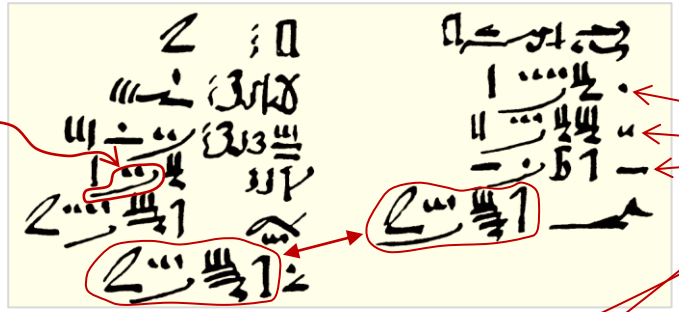
Dietmar Herrmann schreibt in seinem Buch „Mathematik im Vorderen Orient" aus dem Jahr 2019 zu diesem Papyrus (gekürzt):

„Der Papyrus wurde in Theben in den Ruinen eines kleinen Gebäudes in der Nähe des Ramesseums bei einer Raubgrabung gefunden. Er wurde 1858 von dem schottischen Anwalt Henry Rhind in Luxor gekauft. Rhind war ein Kenner von ägyptischen Fundstücken. Nach seinem Tod 1865 verkaufte sein Testamentsvollstrecker den Papyrus an das Britische Museum. Der Papyrus stammt von dem Schreiber Ahmose (früher Ahmes gelesen). Das Werk stellt ein Kompendium der mathematischen Kenntnisse dar, über die ein Schreiber und Hofbeamter um 1550 v. Chr. verfügen sollte."

Das 79. Problem im Papyrus („Ein Hausinventar") lautet so (Rand links: Übersetzung der linken Spalte):

7	Häuser
49	Katzen
343	Mäuse
2301	Kornähren
16807	*Heqat*
19607	Total

Schreib-fehler! Es sollte 2401 heissen!



Im Alten Ägypten wurden Katzen verehrt; es gab sogar eine Katzengöttin. Katzen hielten Mäuse (Schädlinge des Getreidevorrats!) im Zaum.

Für das Ergebnis summiert man die Siebenerpotenzen 7 + 49 + 343 + 2401 links zu **2800** und berechnet in der rechten Spalte 2801×7 = 19607. Tatsächlich gilt ja für $S_n = 7^1 + 7^2 + 7^3 + \ldots + 7^n$ die Rekursion $S_{i+1} = (1+S_i)\times 7$; dies aufgrund der generellen Eigenschaft $a + a^2 + a^3 + \ldots + a^n = a\,(1 + a + a^2 + \ldots + a^{n-1})$. In der rechten Spalte wird nun **2801×7 = 19607** berechnet als **2801 + 5602 + 11204** (d.h. 1×2801 + 2×2801 + 4×2801).

Die implizite Aufgabenstellung kann so interpretiert werden (wobei „Heqat" eine Volumeneinheit bezeichnet): *Es gibt 7 Häuser, in jedem leben 7 Katzen. Jede Katze fängt 7 Mäuse, von denen jede 7 Kornähren gefressen hat. Jede Ähre liefert 7 Heqat Getreide. Von wie vielen Dingen ist hier die Rede?*

Multiplikation im Papyrus Rhind (Die Rätselaufgabe)

Innerhalb der ca. 90 Probleme, die der Papyrus beschreibt, fällt das 79. Problem etwas aus dem Rahmen: Es scheint eine Art „Lückenbüsser" zu sein, niedergeschrieben am unteren Rand in etwas hellerer Tinte als der Rest, wo auf dem Papyrus gerade noch Platz war. Vor allem aber ist es thematisch ein Aussenseiter: Es wird kein praktisches Problem beschrieben und gelöst, sondern in etwas absurder Weise eine heterogene Menge von Dingen addiert. Das Beispiel greift vermutlich eine damals allgemein bekannte Geschichte auf, und eine mathematisch bewanderte Person hatte Freude daran, anhand dieser Nonsense-Story Berechnungsprinzipien für geometrische Reihen zu illustrieren.

Dass die Geschichte seit Urzeiten in diversen Kulturen populär war, lässt sich auch daran erkennen, dass im Jahr 1202 Leonardo von Pisa (Fibonacci) im 12. Kapitel („De solutionibus multarum positarum questionum quas erraticas appellamus") seines „Liber Abaci" ein analoges Problem aufführt:

Septem vetulae vadunt Romam; quarum quaelibet habet burdones 7; et in quolibet burdone sunt sacculi 7; et in quolibet sacculo panes 7; et quilibet panis habet cultellos 7; et quilibet cultellus habet vaginas 7. Quaeritur summa omnium praedictorum. (Sieben alte Weiber gehen nach Rom; jede von ihnen führt sieben Esel mit sich; auf jedem Esel sind sieben Säckchen; in jedem Säckchen sind sieben Brote; und jedes Brot hat sieben Messerchen; und jedes Messerchen hat sieben Scheiden. Es wird nach der Summe aller erwähnten Dinge gefragt.)

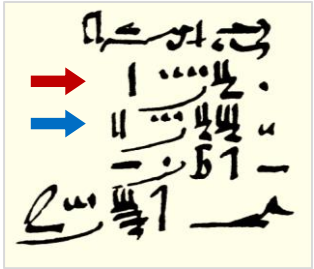
Und schliesslich greift auch ein bekannter englischer Kinderreim aus dem 18. Jahrhundert das Thema auf, auch wenn die Antwort bei dieser speziellen Ausführung der Geschichte etwas „tricky" ist:

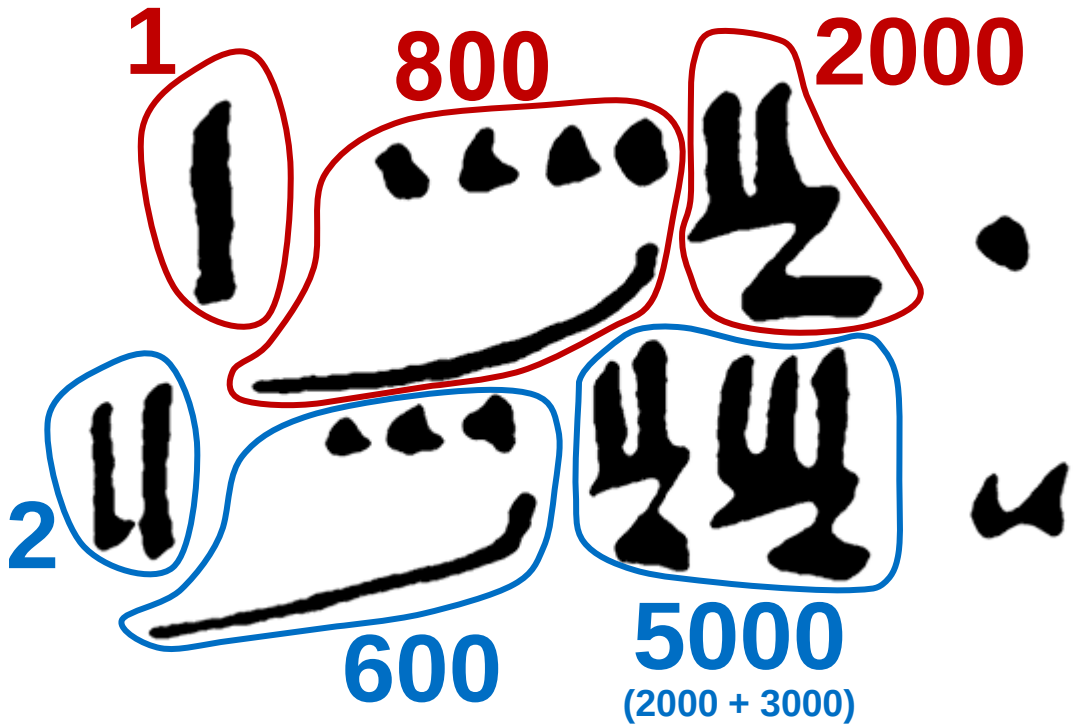
As I was going to St. Ives,
I met a man with seven wives;
Every wife had seven sacks,
Every sack had seven cats,
Every cat had seven kits.
Kits, cats, sacks and wives,
How many were going to
St. Ives?

Die Ägyptologin und Mathematikhistorikerin Annette Warner (geb. Imhausen) weist darauf hin, dass sich in Handschriften aus dem Kloster St. Emmeram in Regensburg, die im 14. Jahrhundert entstanden sind, ebenfalls diese geometrische Reihe findet, und zwar illustriert anhand von Fürsten, Besitztümern, Städten, Häusern, Betten und Soldaten.

Multiplikation im Papyrus Rhind
(Zahlenschrift)

Die Zahlen auf dem Papyrus sind in hieratischer Schrift notiert; am Beispiel der zweiten (2801) und der dritten (5602) Zeile der rechten Spalte hier aufgeschlüsselt:





1		10		100		1000	
2		20		200		2000	
3		30		300		3000	
4		40		400		4000	
5		50		500		5000	
6		60		600		6000	
7		70		700		7000	
8		80		800		8000	
9		90		900		9000	
						10000	

Im Papyrus Rhind verstümmelt als horizontaler Strich.

Eine Ziffer O gibt es nicht; sie wird (für die Darstellung von Zahlen > O) nicht benötigt.

Das hieratische Zahlensystem ist kein Positionssystem; Zahlen können daher von links nach rechts oder umgekehrt (bzw. in beliebiger Anordnung) geschrieben werden. Die hieratische Schrift auf Papyri unterscheidet sich von den Hieroglyphen; letztere wurden in Stein gemeisselt.

Der Papyrus Rhind – ein Mathelehrbuch

Der Papyrus Rhind behandelt auf 200 x 32cm mathematische Themen (u.a. Arithmetik, Bruchrechnung, Algebra, Geometrie, Trigonometrie, Rauminhalte und Flächeninhalte unterschiedlicher Figuren, darunter auch die Kreisfläche) in Form von ca. 90 Problemen mit beispielhaften Lösungen, darunter auch praktische Rechenaufgaben für die Herstellung von Brot und Bier sowie die Fütterung von Geflügel und Rindern. Die oben beschriebene „Rätselaufgabe" fällt dabei etwas aus dem Rahmen. Mit „Heqat" ist vermutlich die Getreidemenge gemeint, die bei der Aussaht des Samens gewonnen würde, wenn die Mäuse nichts aufgefressen hätten; es zeigt, wie wertvoll Katzen sind. Der Erfinder der Aufgabe hatte wohl auch Spass am Lösungsweg: Statt alles sukzessive aufzuaddieren, kann man die Summenformel anwenden und spart damit, auch wenn die Multiplikation nach dem „altägyptischen Verfahren" auf einige Additionen zurückgeführt wird, insgesamt doch Rechenaufwand – nett genug, um es den Lesern und Schülern mitzuteilen.

Ein Teilstück des doppelseitig beschriebenen Papyrus; Bild: Wikipedia

Duplieren

Beides wird beim altägyptischen Multiplizieren als Elementaroperation verwendet und galt in früherer Zeit als Grundrechenart

- Verdoppeln (und auch Halbieren) einer Zahl ist einfach, oder?
- Im Dualsystem geht es jedenfalls besonders einfach und schnell
  - Daher ist das für Computer keine Kunst
- Der Rechenmeister Adam Ries (1492 – 1559), der mit seinen auf deutsch verfassten Rechenbüchern wesentlich dazu beitrug, dass das römische Zahlensystem durch das praktischere indisch-arabische Stellenwertsystem mit den 10 Ziffern („Figuren", inklusive der 0) abgelöst wurde, beschreibt den Algorithmus dafür so:

Lehret wie du ein zahl zweyfaltigen solt [Rechenbuch, 1574]
Thu jhm also: Schreib die zahl vor dich / mach ein Linien darunter / heb an zu forderst / Duplir die erste Figur. Kompt ein zahl die du mit einer Figur schreiben magst / so setz die unden. Wo mit zweyen / schreib die erste / Die ander behalt im sinn. Darnach duplir die ander / und gib darzu / das du behalten hast / und schreib abermals die erste Figur / wo zwo vorhanden / und duplir fort bis zur letzten / die schreibe gantz auff.

„Figur" bedeutet „Ziffer"; vgl. Engl. „figure"

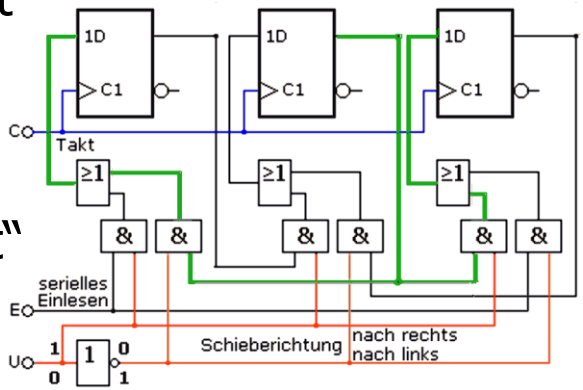
Vorteile der altägyptischen Multiplikationsmethode

- Beschreibung ist kurz
- Einfach in der Anwendung
- Effizient für Computer im Dualsystem
  - Verdoppeln → „left shift“

    0 0 1 0 1
    0 1 0 1 0
  - Halbieren → „right shift“

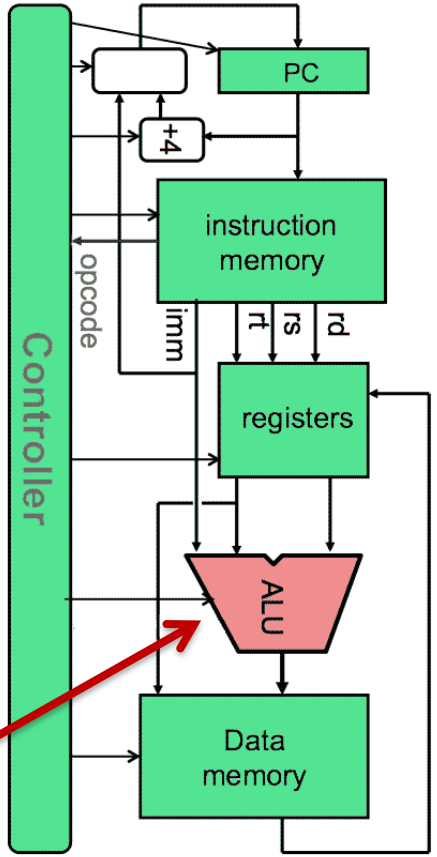
    („ganzzahlig“, d.h. abgerundet)

    0 0 1 0 1
    0 0 0 1 0



Schieberegister

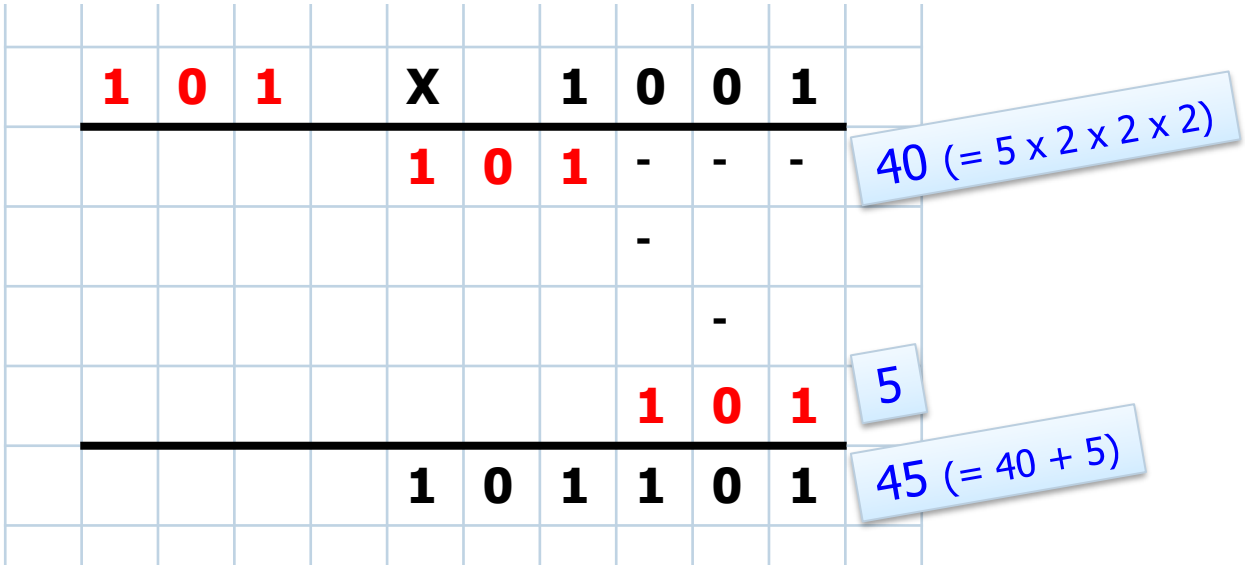
- Algorithmus wird daher im Kern mancher CPUs verwendet, der „arithmetic logic unit“ (ALU)

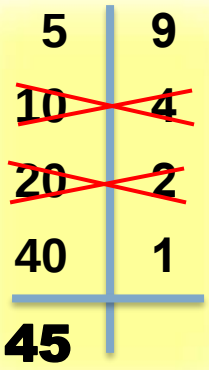


CPU-Blockdiagramm

Analogie zur Multiplikation im Dualsystem

- 5 × 9 „schriftlich“ im Dualsystem multipliziert:





- Man erkennt: Die Zweierpotenz-Vielfachen (einfach, zweifach, vierfach, achtfach etc.) des Multiplikanden 5 (≙101) werden entweder hinzugezählt oder nicht, je nachdem, ob die jeweilige Stelle des Multiplikators 9 (≙1001) eine 1 oder eine 0 in Dualdarstellung aufweist
- Bei der altägyptischen Multiplikation wird also implizit (aber eigentlich viel eleganter) eine „schriftliche Multiplikation“ im Dualsystem durchgeführt

Leibniz und das Dualsystem
(1646 – 1716)

Zu Leibniz eine längere historische Notiz →

Gottfried Wilhelm Leibniz vor der Académie Royale des Sciences, Paris, 1703

EXPLICATION
DE L'ARITHMÉTIQUE
BINAIRE,

Qui ſe ſert des ſeuls caracteres 0 & 1 ; avec des Remarques ſur ſon utilité

On n'a point beſoin non-plus de rien apprendre par cœur icy, comme il faut faire dans le calcul ordinaire, où il faut ſçavoir, par exemple, que 6 & 7 pris enſemble font 13 ; & que 5 multiplié par 3 donne 15, ſuivant la Table *d'une fois un eſt un*

Car ici, c'eſt comme ſi on diſoit, par exemple, que 111 ou 7 eſt la ſomme de quatre, de deux & d'un.

100	4
10	2
1	1
111	7

Et que 1101 ou 13 eſt la ſomme de huit, quatre & un. Cette propriété ſert aux Eſſayeurs pour peſer toutes ſortes de maſſes avec peu de poids, & pourroit ſervir dans les monnoyes pour donner pluſieurs valeurs avec peu de piéces.

1000	8
100	4
1	1
1101	13

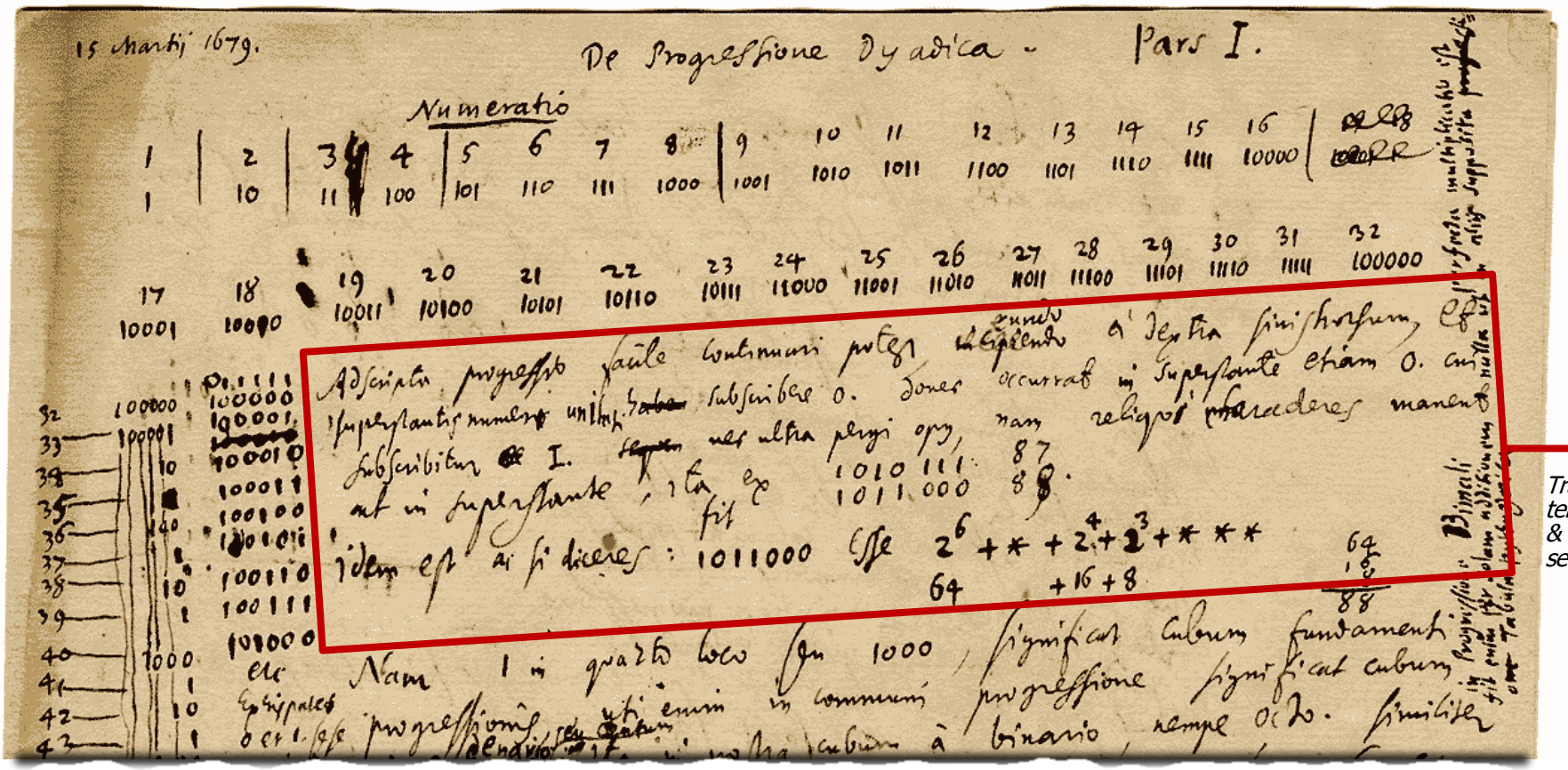
Cette expreſſion des Nombres étant établie, ſert à faire très-facilement toutes ſortes d'opérations.


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.
Année M. DCC. III.
Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.
Tirés des Registres de cette Académie.
Seconde Edition, revûe, corrigée & augmentée.
A PARIS,
M. DCC. XX.
AVEC APPROBATION, ET PRIVILEGE DU ROI.

Die „Histoire de l'Académie royale des sciences" war eine der angesehensten wissenschaftlichen Zeitschriften des 17. und 18. Jahrhunderts. (Artikel von Leibniz: Seiten 85-89 der Ausgabe zum Jahr 1703, gedruckt 1705 in Paris).

De Progressione Dyadica (Leibniz, 1679)

Leibniz erkannte schon 1679, dass im Dualsystem arithmetische Operationen viel einfacher durchgeführt werden können; er beschreibt die Grundrechenarten und gibt sich überzeugt, dass eines Tages eine „Machina Arithmeticae Dyadicae" dieses System nutzen würde.



Transli-teration & Über-setzung

De Progressione Dyadica – Transliteration & Übersetzung

15 Martii 1679 De Progressione Dyadica. Pars I.

Adscripta progressio facile continuari potest eundo a dextra sinistrorsum, et superstantis numeri unitati subscribere 0 donec occurat in superstante etiam 0 cui subscribitur 1 nec ultra pergi opus, nam reliqui caracteres manent ut in superstante, ita ex 1010111 87
fit 1011000 88
idem est ai si diceres: 1011000 esse $2^6 + * + 2^4 + 2^3 + * * *$
64 +16 + 8

---

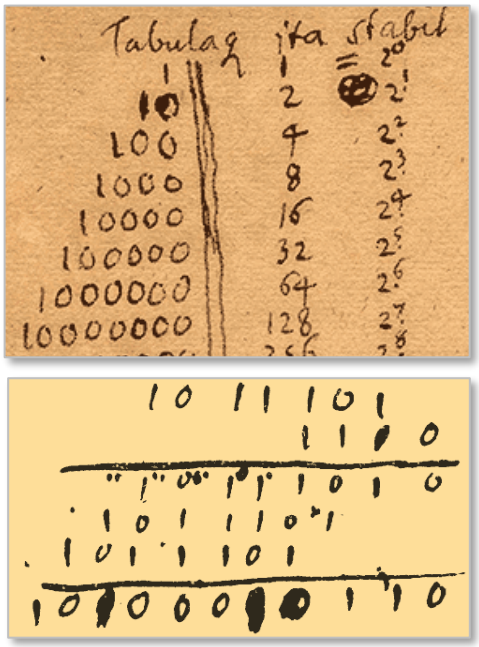
15. März 1679 Die dyadische Entwicklung. Teil I.

Nebenstehende Folge kann leicht fortgesetzt werden, wenn man, von rechts nach links gehend, unter die 1 der oberen Zahl jeweils 0 schreibt, bis bei der oberen auch 0 vorkommt, worunter man dann 1 schreibt; weiter braucht man nicht zu gehen, da die übrigen Ziffern gleichbleiben wie bei der oberen Zahl; aus 1010111 87
entsteht so 1011000 88.
Das ist dasselbe, als ob man sagte, 1011000 sei $2^6+*+2^4+2^3+ * * *$ ...

Wunderliche Vortheile der Dualzahlen

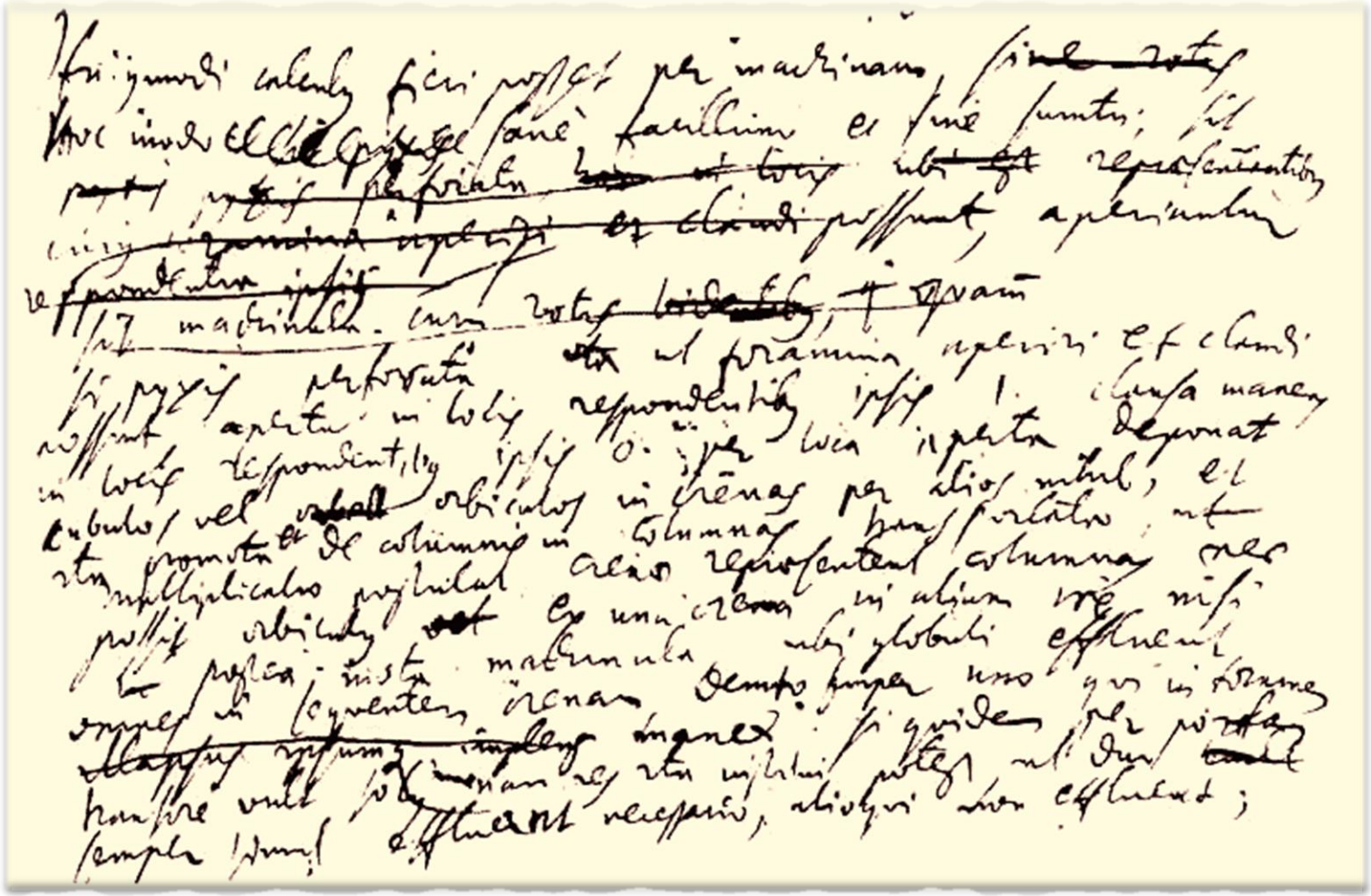
Leibniz versucht verschiedentlich, seine Zeitgenossen von den Vorteilen des Dualsystems zu überzeugen. Nachfolgend ein Ausschnitt eines Briefes von ihm an Rudolph August, Herzog von Braunschweig-Wolfenbüttel, vom 2. Januar 1697. Verbunden mit Neujahrsglückwünschen („... in beständiger Gesundheit alle selbst verlangende hohe Fürstliche Ersprießlichkeit zu gemeinem und Dero Lande besondern Besten, aus treuem Herzen anwünsche...“) und unterzeichnet mit „unterthänigster, treugehorsamster Gottfried Wilhelm Leibnitz“ schreibt er zu den Dualzahlen:

Das Schreiben wäre leicht, weilen man nur in gewisser Ordnung 0 und 1 aus dem Kopfe hinschreiben darf, also eben so geschwind und noch geschwinder, als wenn man etwas abschreibet. Eine Zahl, nach dieser Art geschrieben, wird nicht über viermal länger, als nach der gemeinen Weise. Es stecken aber, wie gedacht, noch so viel wunderbare und auch nützliche Observationen zur der Wissenschaft Vermehrung darin... ich sehe, daß sich aus dieser Schreibart der Zahlen wunderliche Vortheile ergeben werden, die hernach auch in der gemeinen Rechnung zu statten kommen würden, davon einsmals ein Mehreres erwähnet werden könnte.



Machina Arithmeticae Dyadicae (Leibniz, 1679)

Leibniz ersann auch eine Rechenmaschine, die nach dem Dualprinzip funktioniert.
Hier zunächst das lateinische Manuskript; Übersetzung auf der nächsten slide.



GWLB Hannover, LH XXXV 3B, 2, Bl. 1-2

Es genügt nicht, Latein und Französisch zu können, um die Texte von Leibniz zu verstehen; bei den Manuskripten muss man auch seine Handschrift entziffern können!

(Die 1. Zeile lautet: *„Huiusmodi calculus fieri posset per machinam sine rotis“.* Aber wieso ist „ohne Räder“ durchgestrichen? Eine zahnräderlose Rechenmaschine ist doch toll!)

„Leibniz strich viel durch. Meistens aber so, dass es noch lesbar blieb. Für alle Fälle.“ (Kathrin Zinkant)

Transkription:

Huiusmodi calculus fieri posset per machinam ~~sine rotis~~.
Hoc modo potest sane facillime et sine punctis; sit
~~x x~~
si pyxis perforata ita ut foramina aperiri et claudi
possint, aperta in locis respondentibus ipsis 1 clausa manens
in locis respondentibus ipsis 0. Per loca aperta deponat
cubulos vel orbiculos in crenas per alios nihil, et
ita promota et de columnis in columnas transportata, ut
multiplicatio postulat crenae repraesentent columnas nec
possit orbiculum ex una crena in aliam ire nisi
postea mota machinula ubi globuli effluent
omnes in sequentem crenam, demto semper uno qui in foramine
~~x x~~ manet. Si quidem per portam
transire vult solum nam res ita institui potest, ut dum
semper simul effluant necessario, alioqui non effluent.

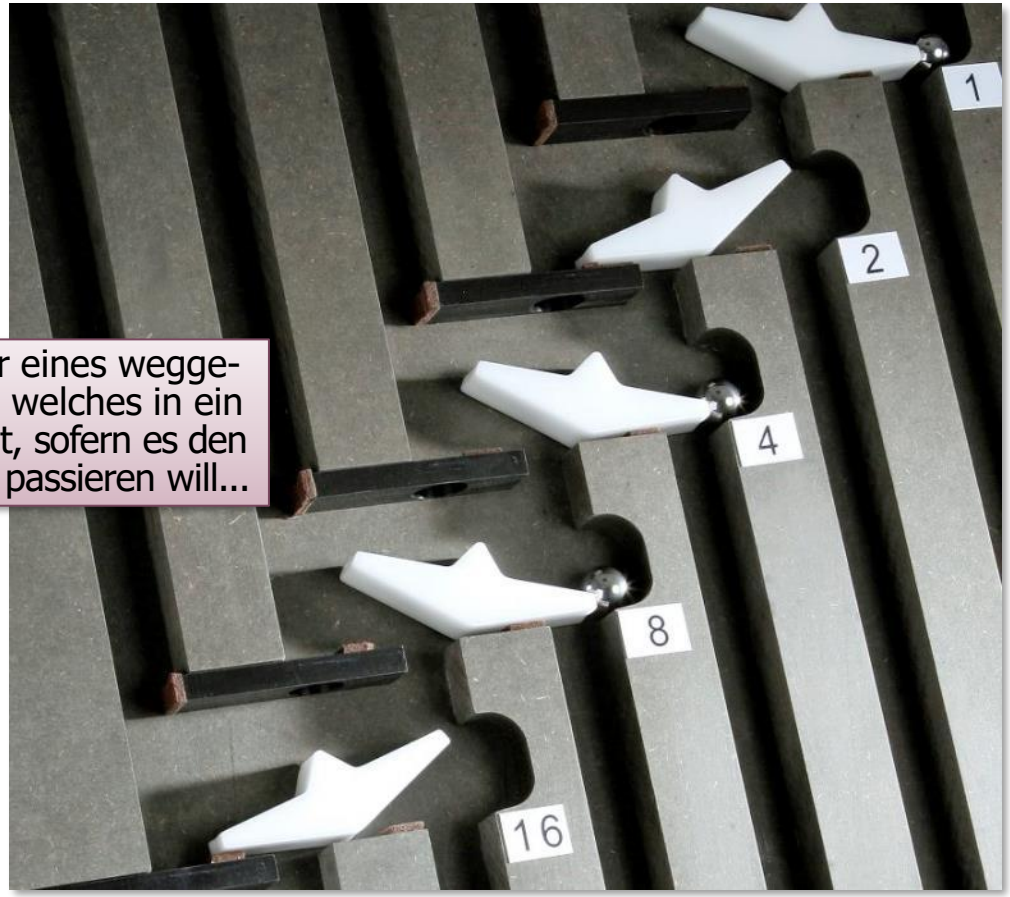
Übersetzung:

Diese Art Kalkül könnte auch von einer Maschine ~~ohne Räder~~ ausgeführt werden. Bestimmt sehr leicht und mühelos auf folgende Weise: Eine Büchse soll so mit Löchern versehen sein, dass diese geöffnet und geschlossen werden können. Sie sei offen an allen Stellen, die „1" entsprechen, und bleibe geschlossen an denen, die „0" entsprechen. Durch die offenen Stellen lasse sie kleine Würfel oder Kugeln in Rinnen fallen, durch die anderen nichts. Sie werde so bewegt und von Spalte zu Spalte verschoben, wie die Multiplikation es erfordert. Die Rinnen sollen die Spalten darstellen, und kein Kügelchen soll aus einer Rinne in eine andere gelangen können, es sei denn, nachdem die Maschine in Bewegung gesetzt ist. Dann fliessen alle Kügelchen in die nächste Rinne, wobei immer eines weggenommen wird, welches in ein leeres Loch fällt, sofern es den Ausgang allein passieren will. Denn die Sache kann so eingerichtet werden, dass notwendig immer zwei zusammen herauskommen, sonst sollen sie nicht herauskommen.

Bei den letzten beiden Sätzen handelt es sich um die Beschreibung des „Zweierübertrags": Ein solcher muss stattfinden, wenn zwei oder mehr Kügelchen in einer Rinne sind. Dann müssen zunächst zwei Kügelchen austreten. Von diesen beiden fliesst das eine in „ein leeres Loch" und das andere in die nächste Rinne. Wenn nötig, muss dieser Vorgang mehrmals stattfinden; schliesslich befindet sich dann in jeder Rinne nur eine oder überhaupt keine Kugel.

Machina Arithmeticae Dyadicae (Modell 21. Jh.)

...wobei immer eines wegge-nommen wird, welches in ein leeres Loch fällt, sofern es den Ausgang allein passieren will...



Das Herzstück der dyadischen Maschine, Addition mit Übertrag: Jede Wippe zeigt eine Binärzahl an: Eine Neigung nach links bedeutet 0, ist die rechte Seite unten, haben wir eine 1. Im ersten Fall wird eine Murmel, die von oben kommt, nach rechts abgelenkt und die Wippe umgestellt. Im zweiten Fall stellt die Murmel die Wippe ebenfalls um, rollt aber nach links zur nächsten Wippe.

Heinz Nixdorf MuseumsForum, Paderborn: http://blog.hnf.de/herr-leibniz-und-sein-dualzahlenrechner/

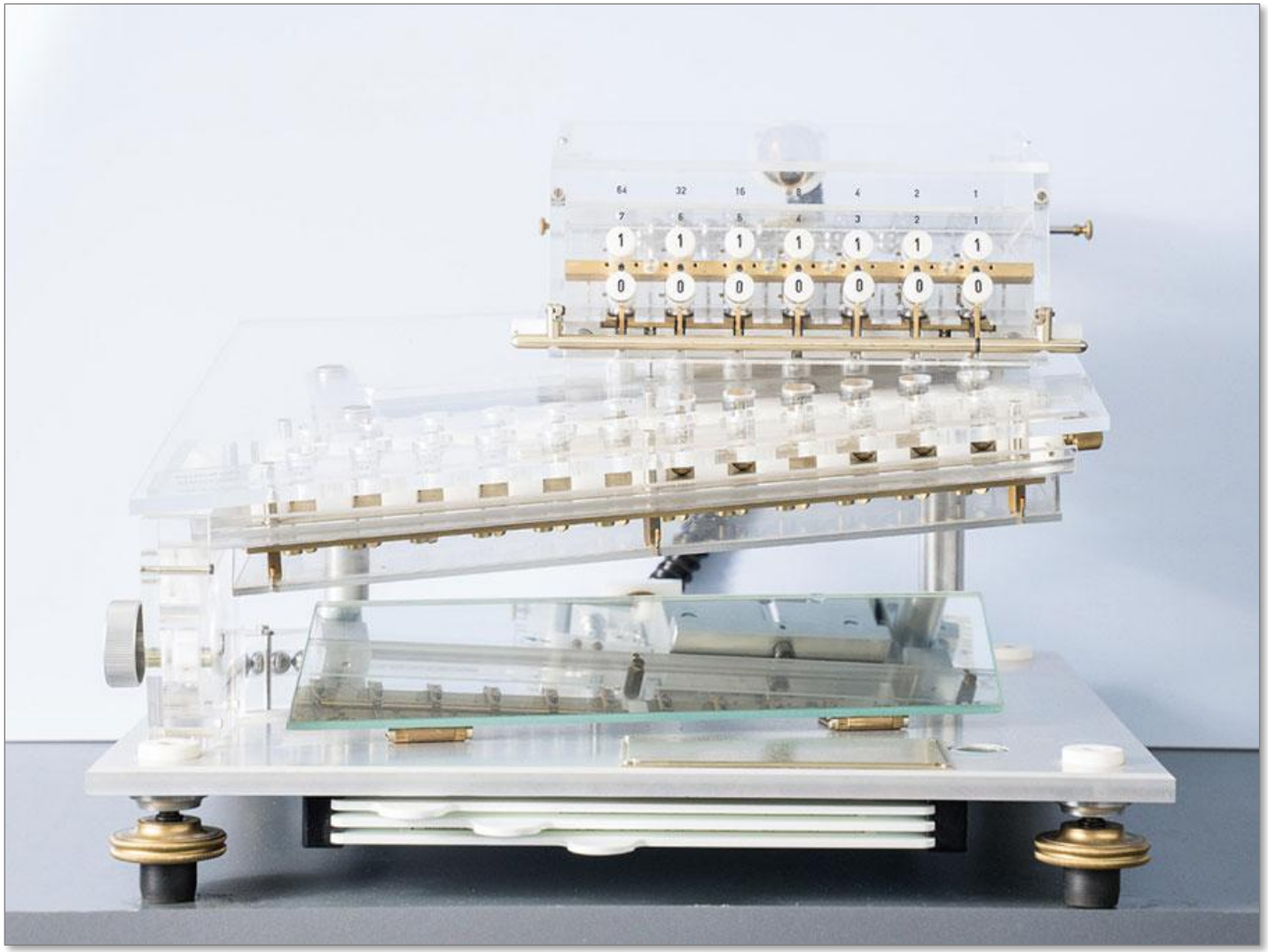
Machina Arithmeticae Dyadicae (Modell von 1972)

Duale 12-stellige Rechenvorrichtung nach Leibniz, 1972. Inventar-Nr. 79895, Deutsches Museum München.

„Hier stellen wir den Maserati unter den Nachbildungen von Leibniz Rechenmaschinen vor. Hip, spektakulär, mit viel Charisma… ein wahrer Vertreter der wilden 1970er. Die Rekonstruktion wurde nach Angaben von Technikhistoriker Dr. Ludolf von Mackensen, bis 1975 am Forschungsinstitut des Deutschen Museums tätig, angefertigt.“

www.deutsches-museum.de/blog/blog-post/2015/04/10/depotfund-des-monats-1/

Machina Arithmeticae Dyadicae (Modell von 2003)

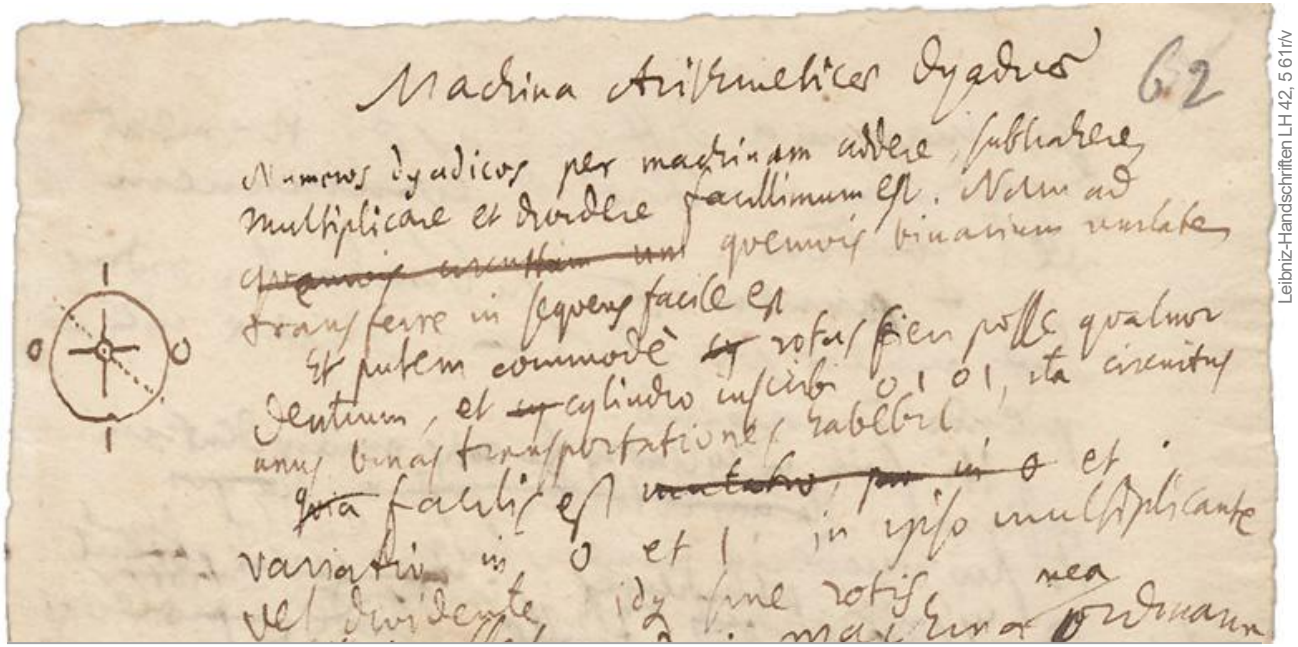


www.uni-hannover.de/fileadmin/luh/images/webredaktion/universitaet/leibniz/impressionen/Leibniz-Rechenmaschinen_17_web.jpg

Die oben gezeigte mackensensche Maschine hatte eine kleine Macke: sie ist bzgl. kleiner Neigungsänderungen sehr empfindlich, was zu zufälligen Fehlern führt, die aufgrund der geschlossenen Bauweise nicht erkennbar sind. Daher erfolgte 2003 eine Weiterentwicklung mit einem Mechanismus zum sicheren Auffangen der rollenden Kugeln in einem durchsichtigen Acrylgehäuse. (Entwurf: Erwin Stein, Konstruktion: Gerhard Weber unter Mitwirkung von F. O. Kopp, und J. Anton.)

Machina Arithmeticae Dyadicae – zweites Konzept

Zwischen 1679 und 1680 arbeitet Leibniz an einem zweiten Konzept einer „Machina Arithmeticae Dyadicae“. Dies beruht analog zu seinen dezimalen Rechenmaschinen auf einer Getriebemechanik, wobei die Zahnräder im Dualsystem jedoch „abgespeckt“ sind.



Leibniz-Handschriften LH 42, 5 61 r/v

Numeros dyadicos per machinam addere, subtrahere, multiplicare et dividere facillimum est. Nam ad quemvis binarium unitatem transferre in sequens facile est.

Et putem commode rotas fieri posse quatuor dentium, et cylindro inscribi 0 1 0 1, ita circuitus unus binas transportationes habebit. Facilis est et variatio in 0 et 1 in ipso multiplicante vel dividente idque sine rotis.

Effici posset, quod in machina mea ordinaria non procedit, ut tam multiplicans quam multiplicator initio designentur in machina, et inde propellatur tantum regula [...].

Sed maxima difficulats est numerum dyadicum mutare in communem vel contra. […]

Es ist sehr einfach, mit Hilfe einer Maschine Dualzahlen zu addieren, subtrahieren, multiplizieren und zu dividieren. Tatsächlich ist es für jede Binärstelle leicht, eine Einheit auf die nächste zu übertragen.

Ich meine auch, dass man Räder mit vier Zähnen bequem herstellen kann und 0 1 0 1 so in einen Zylinder einschreiben kann, dass eine Umdrehung zwei Überträge hat. Genauso einfach kann im Multiplikator wie im Teiler zwischen 0 und 1 gewechselt werden – ohne Räder.

Es kann so gemacht werden, was bei meiner gewöhnlichen Maschine nicht vorkommt, dass sowohl der Multiplikand als auch der Multiplikator anfangs in die Maschine eingegeben werden und von da an alles nur durch eine Regel vorangetrieben wird. [...]

Die grösste Schwierigkeit besteht jedoch darin, eine Dualzahl in die übliche Notation (bzw. andersherum) umzuwandeln. [...]

Binäre Rechenmaschinen in späteren Zeiten

Friedrich L. Bauer beschreibt in seinem Buch „Historische Notizen zur Informatik“ die eher langsame Adoption des Binärsystems in der Rechnertechnik:

„Die Idee des Rechnens im binären Zahlensystem bleibt nach Leibniz für 250 Jahre begraben [...]. Um 1930 bricht aber eine neue Zeit für das maschinelle Rechnen an. Um näher am binären Rechnen zu sein, verwendet Raymond Louis André Valtat Ziffernrädchen mit $2^3 = 8$ Positionen in einer französischen Patentschrift mit der Priorität 12.9.1931, er weist 1936 auf die Vorteile des binären Rechnens für den (mechanischen) Rechenwerksaufbau hin, gefolgt 1936 von Louis Couffignal in Frankreich und E. William Phillips in England. Letzterer führte ein mechanisches Modell zum Multiplizieren im Binärsystem vor und empfahl für Zahlentafeln das kompatible Oktalsystem.

Noch vor diesen entschied sich 1934 Konrad Zuse für die Verwendung des binären Zahlsystems (der früheste Beleg dafür ist eine Photographie des Versuchsaufbaus aus dem Jahr 1936) als einer natürlichen technischen Konsequenz der Verwendung von elektromagnetischen Relais, die zweier Zustände (angezogen, abgefallen) fähig sind. John von Neumann griff dann zusammen mit Herman Goldstine in dem Entwurf der ‚Princeton-Maschine‘, der 1946-48 als Bericht weite Verbreitung fand, das Binärsystem für eine elektronische Realisierung wieder auf.* Aber auch die in England von Alan Turing beeinflusste Entwicklung der Pilot ACE (James Hardy Wilkinson) war, auf Phillips Vorschlägen basierend, intern binär, extern oktal ausgelegt. Entsprechend waren auch alle anderen englischen Entwicklungen echt binär orientiert [...], während in den USA die von Howard Aiken [...] begonnenen Entwicklungen am Dezimalsystem klebten.“

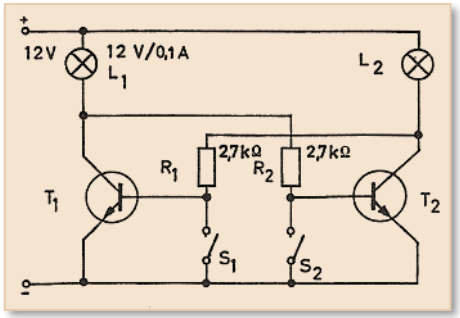
---

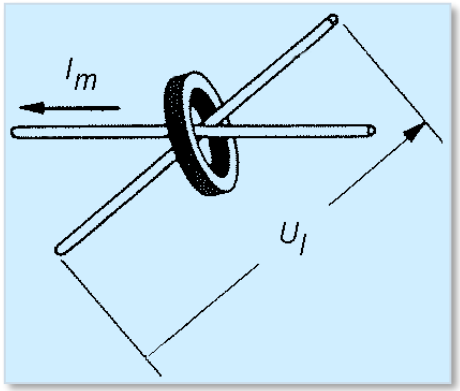
*) „In spite of the longstanding tradition of building digital machines in the decimal system, we feel strongly in favor of the binary system for our device.“

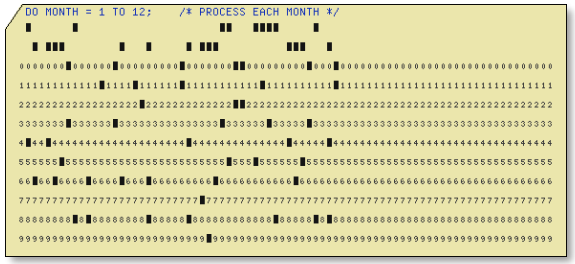
Dualsystem und digitale Rechentechnik

> Die Menschheit bleibt aber bei der Dezimaldarstellung, denn wir können uns eine siebenstellige Telefonnummer noch merken, aber nicht die entsprechende Binärdarstellung mit über 20 Bits.
>
> -- Jürg Nievergelt

Das Dualsystem ist geradezu prädestiniert für digitale Rechenmaschinen: Bei der Darstellung von Zahlen durch elektromagnetische Grössen bevorzugt man zwei leicht zu unterscheidende komplementäre Zustände wie Strom an / Strom aus oder Spannung deutlich über / unter einem Schwellwert, da auf diese Weise sehr fehlerresistente und einfache elektronische Schaltungen realisiert werden können. Bauelemente oder Schaltungen mit zwei stabilen Zuständen (z.B. Flip-Flop), die sich durch geeignet dimensionierte Impulse schnell in den jeweils anderen Zustand steuern lassen, bilden hierbei die Grundelemente. Aber auch schon rein elektromechanisch (mit Relais als ferngesteuerte Schalter) lassen sich Dualzahlen und Digitallogik implementieren. Auch die längerfristige Speicherung von Bits (als „Ziffern“ von Dualzahlen) ist relativ einfach mit diversen Technologien möglich, z.B. in der einen oder anderen Richtung magnetisierten Ringkernen (Ferritkernspeicher), Ladung in Kondensatoren oder Löchern in Lochkarten. Die Boolesche Algebra stellt in Form der Schaltalgebra zudem eine unmittelbar passende Methodik zur Realisierung der „logischen“ Steuerungen bereit.







Gottfried Wilhelm Leibniz
(1646 – 1716)

Wenn ich nach Betrachtung der Wissenschaftsgeschichte einen Schutzpatron für die Kybernetik zu wählen hätte, so würde ich Leibniz wählen. – Norbert Wiener

Gottfried Wilhelm Leibniz, Philosoph, Mathematiker, Diplomat, politischer Berater, Jurist, Historiker, Sprachforscher und höfischer Intellektueller, wurde 1646 in Leipzig geboren. Er fühlte sich in der Schule weit unterfordert und brachte sich daher vieles selbst bei. Als Achtjähriger lernte er anhand der umfangreichen heimischen Bibliothek autodidaktisch die lateinische und die griechische Sprache. Im Alter von 20 Jahren hatte er die damals gängigen Hauptwerke der Mathematik, Philosophie, Theologie und Rechtswissenschaft gelesen.

Er studiert Jura und Philosophie in Leipzig und Jena und promoviert 1667 an der Nürnberger Universität. 1672 / 73 reist er in diplomatischer Mission nach Paris und arbeitet dort an seiner mechanischen Rechenmaschine für die vier Grundrechenarten, die er (allerdings nicht ganz funktionstüchtig) der Royal Society in London vorstellt und so Mitglied dieser Gelehrtengesellschaft wurde. In dieser Zeit trifft er u.a. Huygens, Boyle und Newton. 1676 wird er Hofrat und Bibliothekar in Hannover.

Er befasst sich dann mit einer Vielzahl von Plänen und Projekten wie z.B. die Entwicklung der Infinitesimalrechnung und der Dualzahlen, die Entwässerung von Gruben mit Hilfe von Windkraft, der Perfektionierung seiner Rechenmaschine, der Entwurf einer Idealsprache und eines Logikkalküls, die Gründung einer Witwen- und Waisenkasse oder der Entwurf eines Unterseeboots. Er gilt als der historisch letzte Universalgelehrte.

An Gicht erkrankt, stirbt der „Königlich Preußische und Kurfürstlich Hannoversche Geheime Justitienrat" Leibniz 1716 in Hannover. Zu Lebzeiten erscheint nur ein kleiner Teil seiner Werke (u.a. die „Theodizee", eine Verteidigung Gottes gegen den Vorwurf, er sei ungerecht und grausam, mit der Folgerung, dass wir in der bestmöglichen Welt leben). Wichtige Manuskripte – meist lateinisch oder französisch geschrieben – werden erst nach seinem Tod publiziert, und noch immer ist vieles seiner hohen Schaffenskraft unveröffentlicht. Sein Nachlass umfasst über 15 000 Briefe an mehr als 1100 Adressaten, über 50 000 Abhandlungen, Aufzeichnungen, Exzerpte auf rund 200 000 Blättern und rund 100 Bände mit Anmerkungen.

Das Leibnizdenkmal in Leipzig

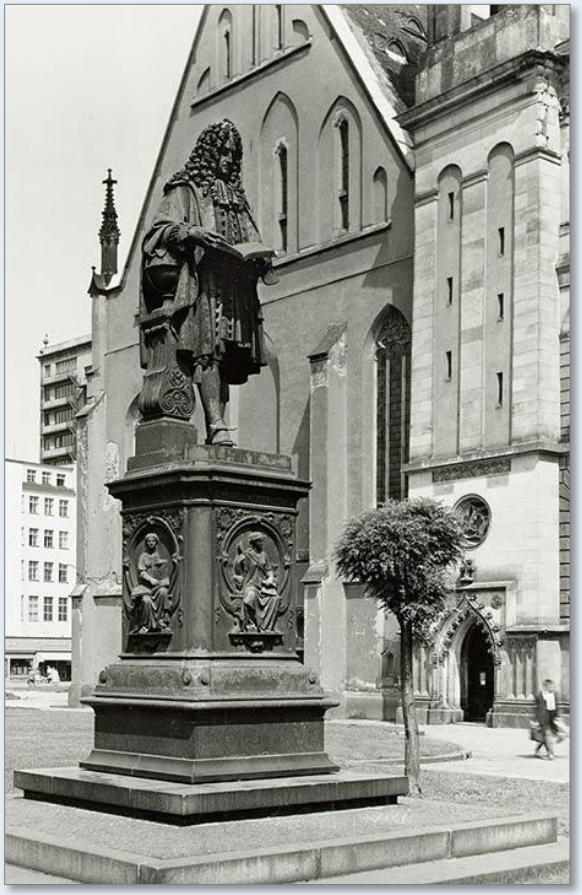
https://static.dw.com/image/17519876_905.jpg

Leibniz wurde 1646 in Leipzig geboren und studierte an der dortigen Universität; Bürger der Stadt liessen 1883 ihm zu Ehren ein Denkmal errichten. Bei einem grossen Bombenangriff im Zweiten Weltkrieg (rund 2000 Tonnen Spreng- und Brandbomben sowie Luftminen wurden am 4. Dezember 1943 aus Flugzeugen abgeworfen) wurden das Hauptgebäude der Universität

Das Leibnizdenkmal in Leipzig (2)

sowie 58 der 92 Universitätsinstitute getroffen und grösstenteils zerstört. Die Bilder unmittelbar nach dem Krieg zeigen das überlebende Leibnizdenkmal inmitten der Trümmer von Univer-

cdn.mdr.de/geschichte/mitteldeutschland/jahrestage/universitaet_leipzig-100-resimage_v-variantBig1xN_w-2176.jpg



https://fotothek.slub-dresden.de/fotos/df/hauptkatalog/0149000/df_hauptkatalog_0149478.jpg

Links: Der Hof der Universität Leipzig mit Leibnizdenkmal, dahinter die zerstörte Grimmaische Straße, rechts im Bild die Rückfront der unzerstörten Paulinerkirche. Rechts: Vor der Paulinerkirche, ca. 1962.

Das Leibnizdenkmal in Leipzig (3)

sitätsbauten in der Innenstadt. Ebenfalls unzerstört blieb die benachbarte Universitätskirche St. Pauli. Die sogenannte Paulinerkirche diente über Jahrhunderte vielen Professoren, Rektoren, Bürgermeistern sowie verdienten Leipziger Bürgern und ihren Familien als Grabstätte. Die ehemalige Klosterkirche stammt aus dem Jahr 1240, 1545 wurde sie von Martin Luther als evangelische Universitätskirche geweiht. Sie erlitt – vom Krieg unzerstört – 1968 ein schweres Schicksal: Die DDR-Führung verfügte, trotz Bürgerprotesten, ihre Sprengung, und das Leibnizdenkmal wurde für viele Jahre, bis zum Neubau der Universität, eingelagert.

Die Paulinerkirche war als Universitätskirche nicht nur ein traditionsreiches Gebäude, sie lag auch genau im Zentrum der Stadt; am Augustusplatz kamen fast alle Strassenbahnen zusammen. Die Empore fasste ca. 1600 Gläubige, die vom Prediger nicht durch Säulen getrennt waren.

www.paulinerkirche.org/tmp/s1968/vogel/vogel9.jpg

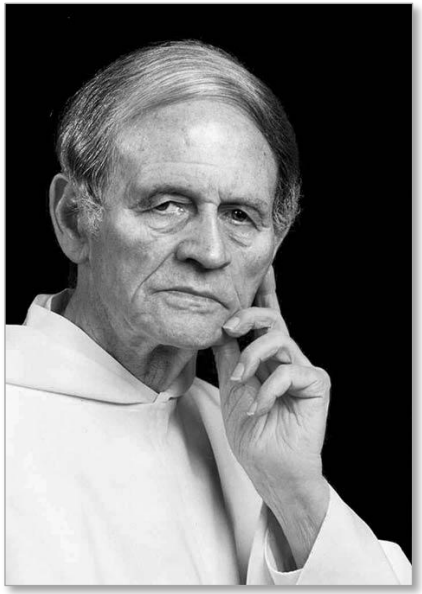
Als ohnmächtige Zuschauer geduldet, drängten sich am Tag der Sprengung einige Tausend Menschen hinter den Absperrungen.

Anlässlich der Eröffnung der Oper im Jahr 1960 besucht der DDR-Staatsratsvorsitzende Walter Ulbricht seine Geburtsstadt Leipzig. Einer populären Legende nach soll er vom Balkon der Oper den Rundblick über den Platz genossen haben und beim Anblick der Paulinerkirche bemerkt haben: „Wenn ich aus der Oper komme, will ich keine Kirche sehen", was das Todesurteil für die Kirche war. Tatsächlich herrschte in der SED-Führung die Meinung aber wohl schon länger vor.

Heimlich wird geplant, aber vieles sickert durch. In geheimer Sitzung informiert schliesslich am 22. Mai 1968 der Sekretär der SED-Bezirksleitung Leipzig seine Genossen über den Stand der Dinge: „Genossen, das Politbüro hat die Vorlagen der Bezirksleitung über den Aufbau des Zentrums der Stadt Leipzig bestätigt. Das bedeutet aber, dass die gesamte Altbausubstanz, also auch die Kirche, aus raum- und städtebaulichen Erwägungen keinen Platz mehr haben wird."

Das Leibnizdenkmal in Leipzig (4)

Dass dem Stadtaufbau und den Universitätsbauten die traditionsreiche Kirche geopfert werden sollte, behagte vielen Bürgern nicht. Widerspruch kam von der Kirche ebenso wie aus den Reihen der Studierenden. Einige Journalistik-Studenten zogen z.B. mit einem Schweigemarsch durch die Innenstadt; eine Gruppe von Theologiestudenten versuchte, die Stadtverordneten umzustimmen. Sie besuchten die Volksvertreter sogar zu Hause, wurden zum Teil aber schon auf der Treppe von der Stasi abgefertigt. In den Tagen vor der Sprengung kamen Abend für Abend 100 – 200 Leute auf dem Karl-Marx-Platz zusammen und demonstrierten gegen die vorgesehene Zerstörung der Kirche. Auf handgeschriebenen Flugblättern war zu lesen: „Leipziger! Die geplante Sprengung der Universitätskirche im Rahmen der Neugestaltung des Karl-Marx-Platzes ist eine Kulturschande. Richtet Euren Protest an den Oberbürgermeister!" Am 27. Mai, drei Tage vor der Sprengung, wurden mehr als 30 Personen verhaftet, gegen 13 von ihnen gab es später Verfahren.



www.dominikaner-leipzig.de/kloster/geschichte/

Einer der Anführer des öffentlichen Protestes war der Dominikanerpater Gordian Landwehr (1912 – 1998). Dieser war 1951 von Düsseldorf nach Leipzig gezogen, um in der DDR als Volksmissionar tätig zu werden. Jahrzehntelang hielt der wortgewaltige Pater Gottesdienste in der gesamten DDR (die Sächsischen Zeitung betitelte ihn als einen „Natoprediger im Jesuitengewand"); auch in der Paulinerkirche war er ein regelmässiger und beliebter Prediger. Wegen seiner Popularität wagte es das Regime nicht, ihn bei den Protesten gegen die Kirchensprengung zu verhaften.

Die Proteste halfen nicht; am 23.5.1968 (makabererweise am Himmelfahrtstag) besiegelte, wie die Staatspartei SED erwartete, die Stadtverordnetenversammlung das Schicksal der Kirche, nur ein Pfarrer stimmte dagegen. Explizit zur Kirchensprengung wurde allerdings nicht votiert, sondern es ging verhüllend „um die Perspektivkonzeption der Stadt Leipzig bis 1970".

Das Leibnizdenkmal… (5)

„Wir können zum geplanten Abbruch der Universitätskirche nur unmissverständlich Nein sagen. Aus diesem Grund kann ich hier im Senat auch nicht einer Willenserklärung zustimmen, in der der Neubau akzeptiert und begrüßt wird, der den Abbruch der Universitätskirche zur Voraussetzung hat.“ -- Prof. Ernst-Heinz Amberg

Wir zitieren den Leipziger Theologiehistoriker Christian Winter: „Noch während die Stadtverordneten tagten, wurde die Kirche abgesperrt. In der Nacht begannen die Abbruchvorbereitungen. Eine längere Phase des Protests sollte verhindert werden, indem möglichst schnell vollendete Tatsachen geschaffen wurden. Gerade im Protestjahr 1968 wollte die SED-Führung jeden aufkeimenden Widerspruch in der DDR und Entwicklungen wie in der Tschechoslowakei strikt unterbinden. [Bild- / Textzitat: „Universitätskirche St. Pauli: Vergangenheit, Gegenwart, Zukunft“ (Hg. P. Zimmerling), 2017.]

Im Hintergrund erkennbar die Chlorodont-Reklame auf dem Dach des 1930 fertiggestellten Europahauses jenseits des Augustusplatzes.

In Windeseile wurden Absperrgitter um die Kirche errichtet.

Ausschlaggebend für die Entscheidung zur Beseitigung der Kirche war […] die enge Verbindung von Universitätskirche und Universität. Die SED-Führung wollte nicht einmal eine räumliche Nähe zwischen einer Hochschule und einer Kirche bestehen lassen, zumal zwischen einer intensiv genutzten Kirche und einer Hochschule, die den Namen »Karl Marx« trug und in besonderem Maße die Lehre des Marxismus vertreten sollte.“

Auch die Universität musste der Sprengung indirekt beipflichten, indem sie das Neubauprojekt billigte. Der damalige Rektor schlug eine Erklärung des Senats vor, in der der Senat die „uneingeschränkte und freudige Zustimmung“ zum vorgelegten Neubauprojekt der Universität gab. Als einziges Senatsmitglied verweigerte der Dekan der Theologischen Fakultät, Prof. Ernst-Heinz Amberg (1927 – 2020), die Zustimmung dazu.

Das Leibnizdenkmal… (6)

Schlusszeile eines Briefes an Walter Ulbricht (in der DDR wegen seines Aussehens insgeheim auch „Spitzbart“ genannt, wobei für die DDR-Justiz diese Zuschreibung als Staatsverleumdung galt, die mit Gefängnis bestraft wurde): „Bitte Herr Staatsrat haben Sie Verständnis und erhalten Sie uns die Universitätskirche. Mit ergebener Hochachtung, Frieda Spitzbarth“

Wer offen kritisierte oder verbotenerweise die Proteste oder die Sprengungsvorbereitungen fotografierte, musste mit Verhaftungen und stundenlangen Verhören rechnen. Von Dietrich Koch stammt das heimlich gemachte Foto von der Bohrung der Sprenglöcher (unten), er erzählt:

„Am Abend des 23. Mai 1968, als der Abriss offiziell war, wurden die ersten Absperrgitter aufgestellt. In den folgenden Tagen war ich täglich vor der Unikirche. Immer wieder sammelten sich dort Menschen. Einer sah sich um und warf dann einen Blumenstrauss über die Absperrungen. Die Menschen hatten Angst. Fotografieren war natürlich verboten. Man riskierte seinen Fotoapparat, zumindest den Film, wenn man dabei erwischt wurde. Also war ich sehr vorsichtig beim Fotografieren. Hinter der Jacke blieb der Apparat versteckt, nur das Objektiv guckte hervor. Auf der Rückseite der Kirche lichtete ich vor allem Vopos ab, die zur Bewachung dort standen, eilig, öfter unscharf. Auf der Seite des Karl-Marx-Platzes gelang mir ein gutes Bild von der

www.mdr.de/geschichte/ddr/paulinerkirche100.html

Absperrposten der Volkspolizei kurz vor der Sprengung.

https://kirchensprengung.de/kirchensprengung-verhaftung

Bohrung der Sprenglöcher.

Das Leibnizdenkmal… (7)

riesigen Bohrmaschine auf Raupen, mit der die Sprenglöcher gebohrt wurden. Auch Menschenansammlungen fotografierte ich. Am 27. Mai wurde ich von plötzlich auftauchender Volkspolizei festgenommen, weil ich wegen einer akuten Knieverletzung nicht schnell genug weglaufen konnte. Vorher aber gelang es mir noch, die Aktentasche, wohl auch den Fotoapparat, an meine Freundin Bärbel zu geben, die schnell genug weglaufen konnte. Nach 19-stündigem Verhör bei der K1 wurde ich wieder freigelassen, aber die Sache wurde an meinen Arbeitgeber abgegeben. In einem von politischer Hysterie geprägten Disziplinarverfahren wurde ich durch mündliches Disziplinarurteil – schriftlich erhielt ich es nie – fristlos entlassen. Den Film mit etwa 30 Aufnahmen wagte ich nicht, zum Entwickeln zu bringen. Ich befürchtete, er würde an die Stasi weitergegeben. Also blieb er unentwickelt liegen. Bis zum April 1970, als die Stasi mich verhaftete. Den Film nahm die Stasi natürlich bei der Haussuchung mit, entwickelte ihn und hielt mir in der Vernehmung vom 22.3.1971 die Fotos vor." Die 31 Bilder erhielt Dietrich Koch erst nach der Wiedervereinigung bei der Akteneinsicht in seine Stasiunterlagen.

Textzitat: https://kirchensprengung.de/kirchensprengung-verhaftung

Pater Gordian Landwehr war Augenzeuge der Sprengung, wie er 1992 in einem Interview erzählt: „Die Universitätskirche hob sich einige Meter hoch und brach dann in sich zusammen und anschliessend war eine Wolke, eine riesige Staubwolke, die sich ausbreitete. Und es dauerte eine ganze Zeit, bis diese Staubwolke sich dann allmählich auflöste. Doch was die Leute dann erlebt haben, das ist für sie unvergesslich geworden, das ist für sie wie eine Vision gewesen – da stand plötzlich eine andere Kirche fast an ihrer Stelle, eine Kirche, die man bis dahin nicht gesehen hatte, nämlich die Nikolaikirche. Sie war bis dahin von der Universitätskirche verdeckt gewesen, und als jetzt die Universitätskirche beseitigt war, stand förmlich die Nikolaikirche an ihrer Stelle. Und wir wissen, welche Bedeutung die Nikolaikirche später gewonnen hat: Dort haben 1989 die Friedensgebete stattgefunden und von dort ist die friedliche Revolution ausgegangen, die dann letztlich zur deutschen Wiedervereinigung geführt hat."

Das Leibnizdenkmal… (8)

„Eine riesige Staubwolke lag über Leipzig und diese verdammte Ohnmacht.“
-- Karin Wiekhorst, Augenzeugin

Bilder von der Sprengung konnten nur heimlich gemacht werden. Die Fotografin Gudrun Vogel von der Bildstelle der Universität lieh ihre Privatkamera einem Kollegen, der damit einige der bekanntesten Fotos schoss. Sie selbst wurde kurz vor der Sprengung von zwei ihr unbekannten Personen abgeholt und musste letzte dokumentarische Fotos der Kirche anfertigen – von Kreuzgang, Orgel, Säulen, Gewölbe und den Kunstwerken. Während sie dies tat, wurden schon unter höllischem Lärm die Löcher für die Sprengladungen in die Wände gebohrt. Sie äusserte ihren Unmut über die bevorstehende Vernichtung und wurde daraufhin während der Sprengung in die Dunkelkammer des Fotolabors verfrachtet. „Ich war dort gut bewacht von einer strammen Genossin“, erzählte sie später. Am Tag danach fotografierte sie die Trümmer der Kirche. Alle Bilder, die mit der Unikirche zu tun hatten, versteckte sie bis kurz vor der Wende 1989.

www.mdr.de/geschichte/stoebern/damals/unikirche100.html

www.mdr.de/geschichte/ddr/paulinerkirche100.html

In einer riesigen Staubwolke versank in wenigen Augenblicken das Kirchengebäude, das über 700 Jahre Stadt-, Kirchen- und Universitätsgeschichte verkörpert hatte. Aus Protest läuteten die Glocken der anderen Kirchen der Innenstadt.

Das Leibnizdenkmal… (9)

Einen heimlichen Film der Sprengung (www.youtube.com/watch?v=lfV5SE2qDJI) im 8-mm-Format verdanken wir Johannes Vit, Cellist im Gewandhausorchester, dessen Hobby die Filmerei war. Er fand eine Besitzerin einer Wohnung am Innenstadtring mit Blick auf die Kirche und dokumentierte von dort das Geschehen. Auch der Leipziger Theologiestudent Hans-Christoph Runne versuchte dies. Seine Mutter hatte eine moderne 16-mm-Kamera aus der damaligen CSSR erworben, womit er die Vorbereitungen der Sprengung festhielt. „Das war nicht ungefährlich, die Kamera konnte ich nicht verstecken. Es ging erstaunlicherweise alles gut", berichtete er später. Nicht so am Tag der Sprengung: Vom Standort über dem Ring-Café hatte Runne das Ereignis festgehalten, aber als er sich davonmachen wollte, musste er den Film dem Stasi-Wachpersonal aushändigen.

„Mai 1968 letzter Himmelfahrts-Gottesdienst. Demonstrationen, schweigend um die polizeilich abgesperrte Kirche herum. Man kann sich heute nicht mehr vorstellen: Die geladene und leider auch so extrem gefährliche Stimmung auf dem Platz: Hier die Demonstranten schweigend und eines Sinnes – dort die Stasi massenhaft und unheimlich. „Zuführungen"– Abtransport, gezerrt auf Lastwagen, Verhöre stundenlang. Und dies mehrere Tage lang, das Demonstrieren, währenddessen wird die Kirche zur Sprengung vorbereitet. Bohrlöcher rundherum (der erschütternde Lärm der Maschinen), roter Ziegelstaub quillt dabei heraus, wie Blut."

-- Anne Marlene Gurgel, 2017

Die Paulinerkirche ist nur noch ein Schuttberg.

Auf der gegenüberliegenden Seite des Augustusplatzes erkennt man das 1929 erbaute markante „Europahaus", rechts daneben den 1953 – 1955 im Stil des Sozialistischen Klassizismus errichteten Wohnkomplex am Rossplatz.

Das Leibnizdenkmal… (10)

Unmittelbar nach der Sprengung fand die Schleifung der schätzungsweise 800 Gräber statt; die sterblichen Überreste wurden wahrscheinlich zuvor heimlich in eine Bauschuttdeponie verkippt. Proteste gegen den Abriss führten zu Ermittlungen der DDR-Staatssicherheit sowie zu Verhaftungen. Interessant ist das Schicksal des Physikers Dietrich Koch, der mit seinem Bruder Eckhard und einigen anderen Personen einen zeitgesteuerten Auslösemechanismus für ein Protestplakat konstruierte, das sich beim internationalen Johann-Sebastian-Bach-Musikwettbewerb in der Leipziger Kongresshalle automatisch entrollte. Auf www.welt.de heisst es dazu:

Am 20. 6. 1968 sind es rund 1800 Zuhörer in der Kongresshalle der sächsischen Stadt. Als der letzte Redner des Abends weihevolle Worte spricht, brandet plötzlich anhaltender Beifall auf. Zuerst reagiert er geschmeichelt, dann irritiert: Sollte seine Rede etwa so gut gewesen sein? Dann erkennt er den Grund für den unerwarteten Applaus: Während seiner Ansprache hat sich von der Decke ein großes gelbes Transparent entrollt. Darauf sind die Silhouette der Leipziger Universitätskirche und ein Kreuz zu sehen, daneben stehen die Worte: „Wir fordern Wiederaufbau."

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gedenktafel_Paulinerkirche_Leipzig.jpg

Das Leibnizdenkmal… (11)

Die seinerzeitige Studentin Wilmi Gerber erinnert sich: Sie klatschte mit und wurde von einem ihrer Professoren denunziert. Die Exmatrikulation stand im Raum. Letztlich kam sie davon, indem sie sich, wie sie sagt, „dumm und naiv" stellte. Viele behaupteten, sie hätten an eine staatliche Bekanntmachung geglaubt.

Die Protestgruppe wurde drei Jahre später von einem „inoffiziellen Mitarbeiter" (IM) der Staatssicherheit denunziert und Dietrich Koch (nachdem zwei anderen Gruppenmitgliedern mittlerweile eine abenteuerliche Flucht mit dem Faltboot über das Schwarze Meer und die Türkei in den Westen gelungen war) von der Stasi verhaftet. Trotz nächtlicher Verhöre, Psychopharmaka und Isolation liess sich er sich nicht zu einem Geständnis bewegen. Er wurde zu einer zweieinhalbjährigen Haft und einer anschliessenden unbegrenzten Einweisung in die Psychiatrie verurteilt. Das Urteil endet mit den Worten: „Um dem Wiederholen derartigen Verhaltens vorzubeugen und damit die Gesellschaft vor staatsfeindlichen Angriffen zu schützen [...], ist des weiteren nach Verbüssung der Freiheitsstrafe [...] die Einweisung des Angeklagten in eine psychiatrische Einrichtung [...] erforderlich." Es war ein politisches Fehlurteil, eine Rache der Stasi. 1995, nach der Wende, stellte ein Gutachten der sächsischen Untersuchungskommission zum Psychiatriemissbrauch fest: „Das medizinische Gutachten ist aus heutiger Sicht nicht vertretbar. Die Beurteilung durch Dr. Petermann war im Ergebnis methodisch ungenügend, inhaltlich falsch."

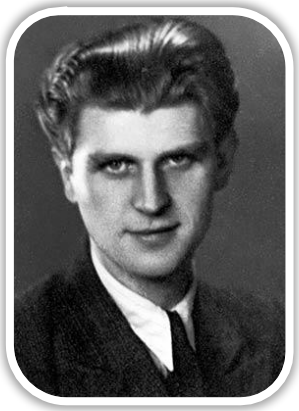
www.spiegel.de/fotostrecke/protest-in-der-ddr-fotostrecke-109414.html

Das Foto des Plakats wurde vom Ministerium für Staatssicherheit (MfS) als Beweis angefertigt.

Weitere verwendete Quellen zur Geschichte der Paulinerkirche: www.paulinerverein.de/lvz020518.pdf, www.paulinerverein.de/lvz_240518_1.pdf, www.paulinerverein.de/lvz_300518.pdf , www.mdr.de/geschichte/mitteldeutschland/orte/leipzig/, paulinerkirche-sprengung-ddr-gordian-landwehr-100.html

Das Leibnizdenkmal... (12)

In kommunistischen Ländern sind die Schaufenster leer, weil die Leute so viel kaufen können, im Westen sind sie voll, weil die Leute nichts kaufen können. -- N.F. Janzen (vor SED-Funktionären)



Herbert Belter, 20-jährig.

Anderen Leipziger Studenten ging es, in früheren Jahren der DDR, allerdings noch schlimmer.

Erinnert sei an Herbert Belter, der ab Oktober 1949 Volkswirtschaftslehre und Gesellschaftswissenschaft in Leipzig studierte. Unzufrieden mit dem zunehmenden politischen Druck auf die Studentenschaft und den Verhaftungswellen gegen nichtkonformistisch gesinnte Studenten entschloss er sich bald zu Oppositionsarbeit und verteilte Flugblätter an der Universität.

Am 5. Oktober 1950 klebte Belter mit einigen Gleichgesinnten in der Leipziger Innenstadt einige Blätter mit Forderung nach freien Wahlen an Plakatsäulen und warf ein paar Blätter auf die Strasse. Auf dem Heimweg wurde er verhaftet; bei einer Hausdurchsuchung fand die Polizei weitere Flugblätter und Schriften. Sie lieferte vier Tage später Belter und neun weitere Personen gesetzeswidrig an den sowjetischen Geheimdienst MGB aus. Dieser inhaftierte die Gruppe zunächst unter miserablen Bedingungen im MGB-Gefängnis Dresden und brachte sie später nach Moskau. Dort wurde im Januar 1951 der 21-jährige Eberle durch das Militärtribunal in einem Geheimverfahren zum Tode verurteilt; seine Kommilitonen wurden zu jahrzehntelanger sibirischer Zwangsarbeit verurteilt.

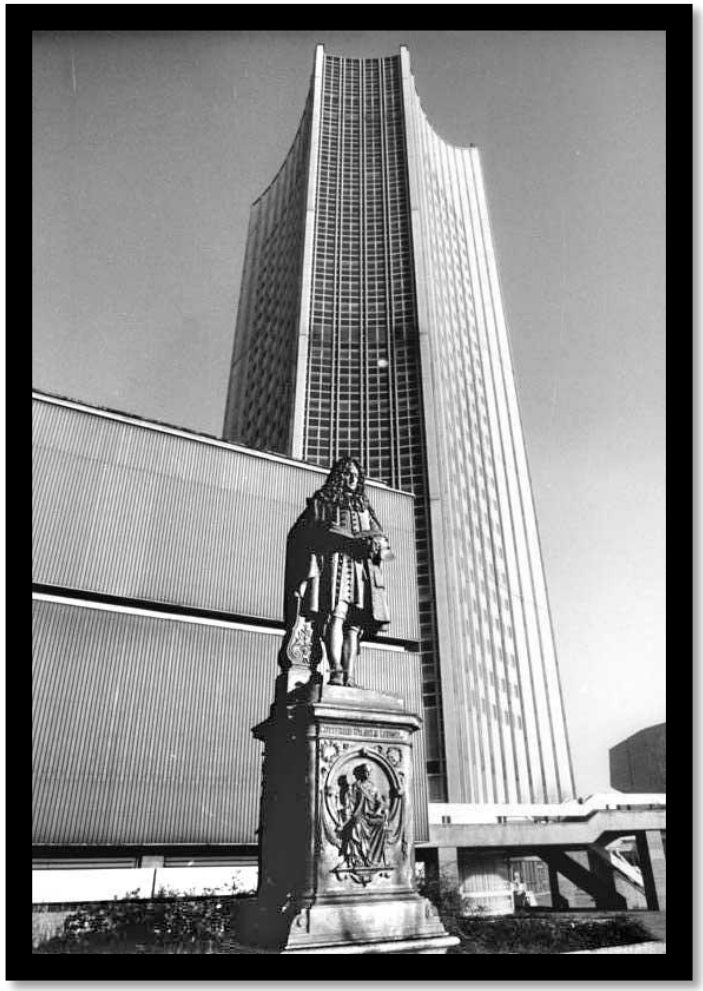
Peter Eberle, damals zu 25 Jahren Zwangsarbeit verurteilt, schrieb später: „Keiner von uns konnte und wollte die Schwere des Urteils überhaupt geistig erfassen. Alle waren wir überzeugt: Unsere Haftstrafen werden wir niemals absitzen. Vor allem aber, Herbert Belter wird begnadigt. Wie bitter haben wir uns getäuscht... In Brest-Litowsk sahen wir Herbert Belter zum letzten Mal, wo er mit verbundenen Augen, getrennt von uns, abgeführt wurde.“ Ein weiterer „Mittäter“, Otto Bachmann, schrieb Jahrzehnte später über das Motiv ihres Protestes: „Vor allem der Konformismus, die Tatsache, dass wir als junge Menschen bei der FDJ wieder Uniformen tragen sollten, zu Aufmärschen gehen mussten, und Einfluss auf unsere politische Meinung genommen wurde, störte uns gewaltig. Das kam uns alles bekannt vor – aus der Nazi-Zeit. Und jetzt ging das schon wieder los. Dagegen wollten wir uns wehren.“

Belter selbst führte vor dem russischen Gericht aus: „Ich habe mich illegal betätigt, weil ich unzufrieden war mit der Situation an der Leipziger Universität. Wir hatten keine Gewissensfreiheit, keine Redefreiheit und keine Pressefreiheit.“ Die Verurteilten verschwanden spurlos aus der Öffentlichkeit, auch ihre Angehörigen blieben über ihr Schicksal im Unklaren. Belter, der verheiratet war und dessen Frau ein Kind erwartete, wurde am 28. April 1951 erschossen. Seine Hinrichtung und das gesamte Verfahren blieben bis zur Öffnung der russischen Archive im Jahr 1990 geheim.

Im Jahr 2000 wird im Leipziger Ortsteil Schönefeld-Ost die ehemalige Janzentrasse nach Belter benannt. (Nikolai Franzewitsch Janzen, gebürtiger Lette, war sowjetischer Professor für marxistisch-leninistische Philosophie, in den 1940er-Jahren Leiter einer Antifaschisten-Schule zur stalinistischen Umerziehung deutscher Kriegsgefangener und in den 1950er-Jahren Gastdozent für dialektischen und historischen Materialismus an der Universität Leipzig.)

Das Leibnizdenkmal... (13)

Vor ihrer Sprengung stand das Leibnizdenkmal neben der Paulinerkirche. Irgendwann tauchte Leibniz dann vor dem neuen „Uniriesen" wieder auf.



Bundesarchiv, Bild 183-1989-0809-035 / CC-BY-SA 3.0

„Wie alljährlich, so verausgabt auch diesmal wieder die Post der DDR zur Leipziger Frühjahrsmesse eine aus zwei Werten bestehende Sonderserie [...]. Der 10-Pf-Wert zeigt das im August 1973 eingeweihte 34geschossige Hochhaus der Karl-Marx-Universität, in dem sich neben gesellschaftswissenschaftlichen Sektionen und Instituten in zwei Etagen auch das öffentliche Café ‚Panorama' befindet, sowie einen Teil des sich an das 142 Meter hohe Gebäude anschliessenden dreigeschossigen Hörsaaltraktes mit insgesamt 22 Hörsälen und das davorstehende Leibnizdenkmal." So die DDR-Zeitung „Neue Zeit" am 23. Februar 1980 auf Seite 10. Der „Uniriese" (142m) gehört heute nicht mehr zur Universität; das Gebäude heisst nun „City-Hochhaus".

Das Leibnizdenkmal… (14)

Blick vom Augustusplatz auf Universität und Paulinerkirche; Ansichtskarte 1910

www.l-iz.de/wp-content/uploads/2016/05/uni_paulinum.jpg

Blick vom Augustusplatz auf Paulinum und City-Hochhaus.

Die in DDR-Zeiten gesprengte Leipziger Universitätskirche wurde auch nach der Wende nicht wieder originalgetreu aufgebaut. Stattdessen wurde an gleicher Stelle das „Paulinum" errichtet, eine kreative multifunktionale Kombination aus einer Universitätsaula (die für weltliche Veranstaltungen genutzt werden sollte) und einem kleineren kirchlichen Andachtsraum, wobei im Prinzip eine gemeinsame Nutzung beider Teile (zum Beispiel für Universitätsgottesdienste) möglich ist.

Das Leibnizdenkmal wurde nach der deutschen Wiedervereinigung gründlich gereinigt. Die Bronzestatue steht heute, um 90° gedreht und mit Blick nach Osten, in einer Innenhofecke des Universitätsneubaus, nicht weit vom Unishop, dem „Leibnizladen". →

Universitätsarchiv Leipzig, Fotograf: Armin Kühne

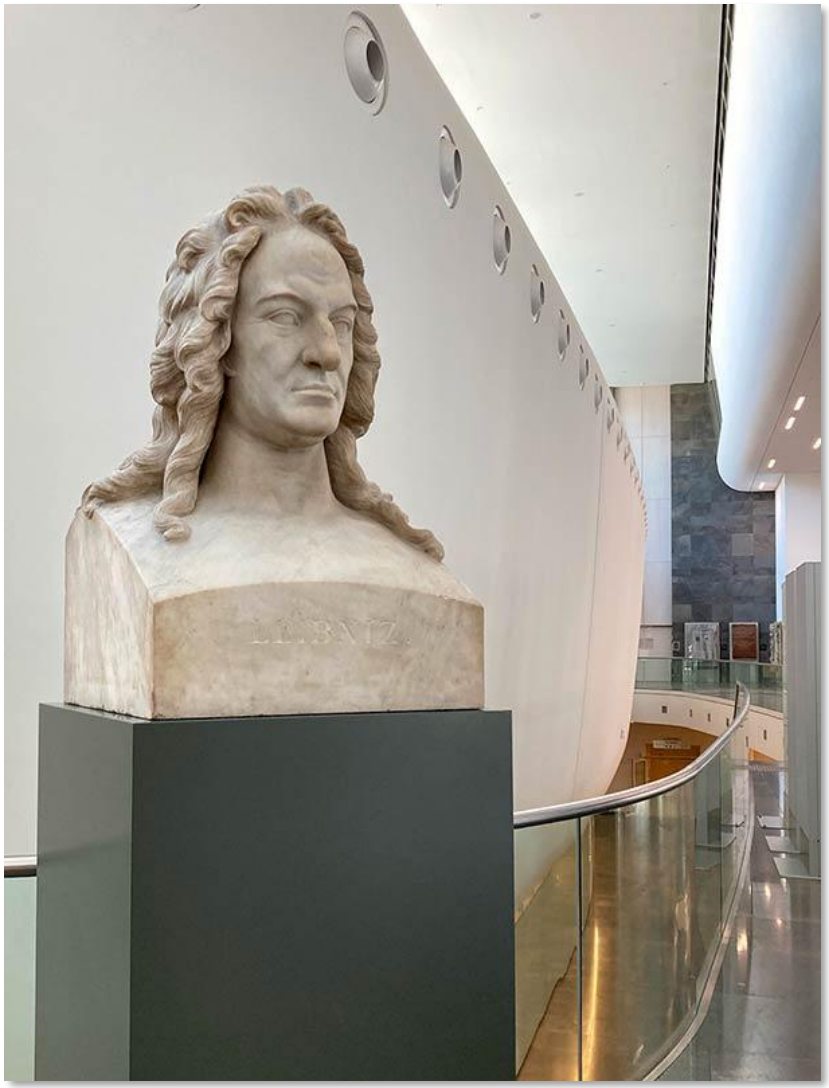
https://einheit.leipzig8990.de/category/img.php?id=30

Das Leibnizdenkmal... (15)

Lageplan des Leibnizdenkmals im neuen Innenhof der Universität, die seit 1991 nicht mehr nach Karl Marx benannt ist.

Leibniz blickt heute nach Osten. Am Denkmalsockel sind vier Tafeln angebracht, welche die seinerzeit üblichen vier Fakultäten der Universität in allegorischer Weise darstellen. Hier sichtbar die Philosophie als Frauengestalt, die in der erhobenen rechten Hand einen Spiegel als Attribut der Selbsterkenntnis hält. Die andere Hand umfasst eine Schriftrolle als Sinnbild des Wissens, daneben ist eine Eule zu sehen – ein Symbol für die das Dunkel durchschauende Gelehrsamkeit.

Das Leibnizdenkmal… (16)



Unweit des Leibnizdenkmals, im Foyer des Hauptgebäudes der Universität (dem 2012 fertiggestellten sogen. „Neuen Augusteum“), findet sich auch noch eine Marmorbüste von Leibniz – in bester Gesellschaft mit zwei weiteren Kolossalbüsten, die gleichfalls berühmte Alumni der Leipziger Universität darstellen: Goethe und Lessing. Die Büsten stehen vor dem Audimax, welches eine gewölbte Aussenform hat und mit seinen markanten „Bullaugen“ an den Rumpf eines Schiffes erinnert. Und offenbar stellt die Leibnizbüste auch ein ideales Fotomotiv für frisch Graduierte dar!

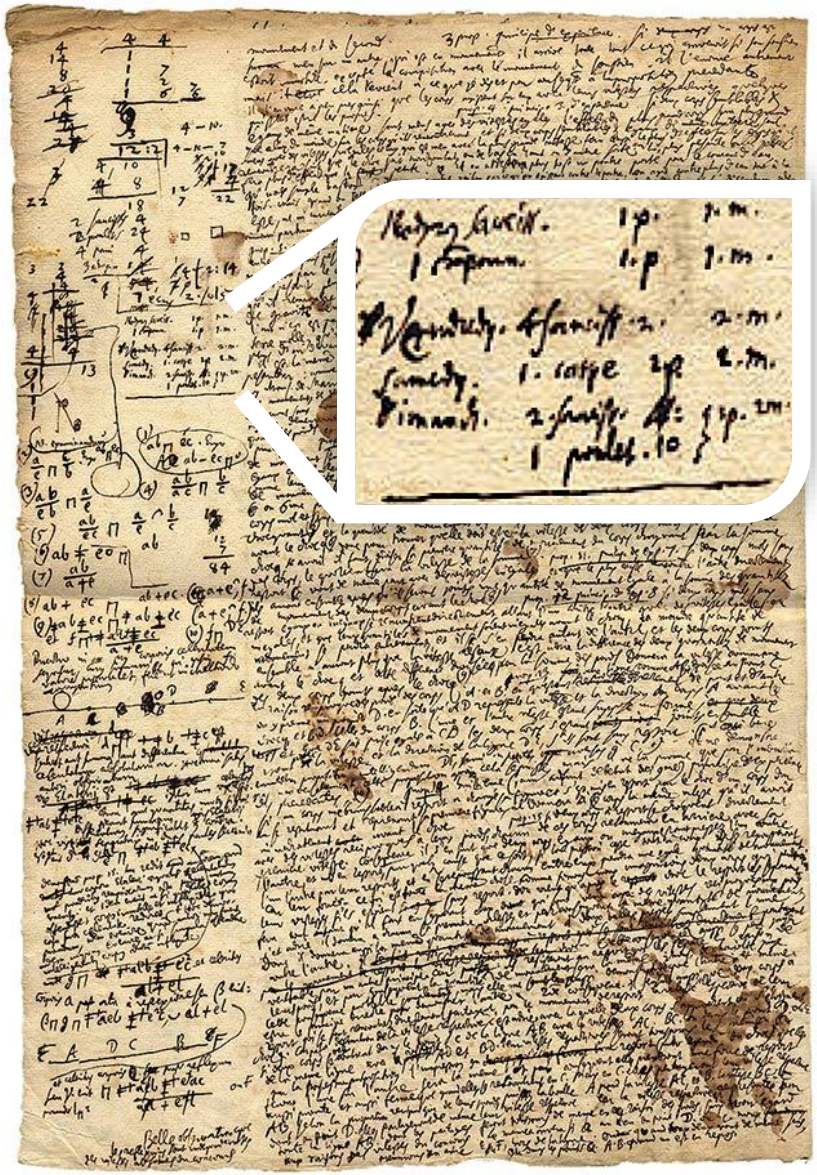
www.leipzig-studieren.de/masterstudium/entscheidungsfindung

„Schönschrift war nicht seine Sache“

Aus einem Artikel der FAZ vom 14.11.2016 von Ulf von Rauchhaupt:

Das Blatt ist fleckig und dicht beschrieben. […] Darauf stehen neunzig Zeilen in einer nicht uneleganten, aber schwer lesbaren Handschrift. Die Sprache ist Französisch, wechselt aber zwischendurch ins Lateinische. Links wurde zunächst ein breiter Rand frei gelassen und später fast völlig ausgefüllt: mit Rechnungen, mathematischen Formeln, kleinen Skizzen und mehr Latein. Es geht um Physik, um Stoßgesetze, Reibungsphänomene. Aber dann, mittendrin: „Donnerstag zwei Würste, ein Schoppen, Freitag vier Würste, Samstag ein Karpfen, Sonntag zwei Würste, ein Hühnchen.“ […]

Leibniz dachte auf Latein. Er verwendete es sogar, um aus Büchern zu exzerpieren, deren Sprache er nicht so gut beherrschte, etwa das Englische. Nur bei französischen Werken wie hier bei Mariotte, bediente er sich auch beim Exzerpieren des Französischen, das er außerdem immer dann verwendete, wenn er sich, etwa in Briefen, an französischsprachige Adressaten wendete.



Mit etwas Mühe kann man hier den Speiseplan zumindest teilweise entziffern: Man erkennt am Ende bei „Dimanch[e]“: „1 poulet“ und darüber bei „Samedy“: „1 carpe“. Oft schreibt Leibniz aber undeutlicher.

www.faz.net/ppmedia/aktuell/1661724148/1.4491581/default-retina/eine-typische-seite-aus.jpg

„Schönschrift war nicht seine Sache“ (2)

Gerne entwickelte er seine Gedanken in Korrespondenzen: Er stand mit nicht weniger als 1100 Personen in Briefkontakt, darunter sämtliche auch nur halbwegs bedeutende Gelehrten seiner Zeit. […]

Leibniz’ Muttersprache Deutsch kommt nur in etwa fünf Prozent seiner Notizen vor und fast nur bei technischen Themen. Dabei verwendet er die alte Kurrentschrift, die heute nur noch Spezialisten lesen können.

„Deutsch ist deshalb am schwersten zu entziffern“, sagt Harald Siebert, „deshalb und weil die Orthographie damals noch nicht festgelegt war.“ Außerdem wird dann oft eine entlegene Terminologie benutzt, die Leibniz bei Handwerkern aufgeschnappt hat, zum Beispiel bei Themen aus dem Bergbau. „Da schreibt er auf Deutsch, um diese Leute zu erreichen.“ […] Tatsächlich sind die Sauklaue des Universalgenies, seine Mehrsprachigkeit sowie die Vielfalt und fachliche Tiefe seiner Themen nur einige der Schwierigkeiten, mit denen sich die Editoren herumschlagen müssen. Es gibt weitere Probleme, und das größte ist die schiere Masse des Materials. Mit rund hunderttausend zumeist beidseitig beschriebenen beziehungsweise bekritzelten Blättern hat Leibniz den umfangreichsten erhaltenen Gelehrtennachlass überhaupt produziert.

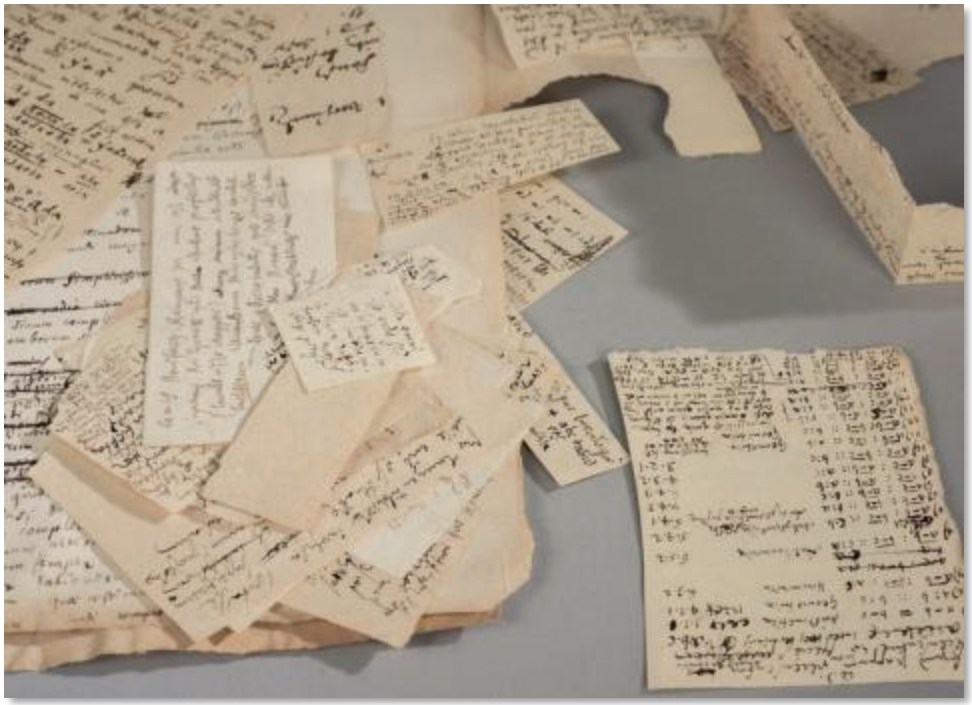
Erker, Bleiglasfenster, Wandgemälde, Bilder, Globus, Schädel, Buch, Schreibfeder: Leibniz wohnte hier in Hannover von 1676 bis 1716. Ob die Wohnung des Junggesellen damals aber tatsächlich so wie auf dem Foto um 1900 ausgestattet war, ist unwahrscheinlich.

https://i.imgur.com/o9yOhu6.jpg

→

„Wie Leibniz sich buchstäblich verzettelte“

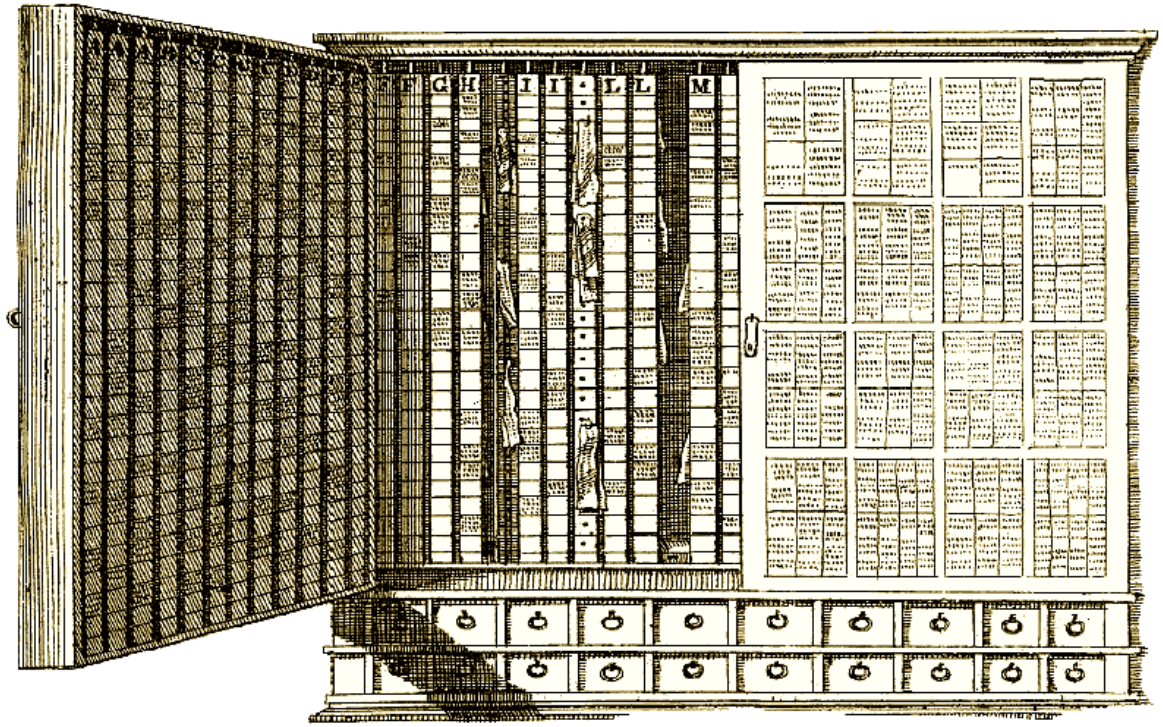
Aus einem Artikel der Süddeutschen Zeitung vom 2. 7. 2016 von Kathrin Zinkant:



www.hannover.de/var/storage/images/media/01-data-neu/bilder/redaktion-hannover.de/2015/2015_10/leibniz-schnipsel-artikel/12991820-2-ger-DE/Leibniz-Schnipsel-Artikel_image_full.jpg

Das Werk von Leibniz ist zu einem großen, wenn nicht größten Teil unbekannt. [...] Im Kern geht es um insgesamt 200 000 Seiten handbeschriebenes Papier. Darauf steht fast alles, was Leibniz nicht veröffentlich hat. Und das ist viel. Viele Gedanken, Berechnungen, Themen, von denen niemand weiß, was sie noch an Genialität zutage fördern. [...] Leibniz, dessen Schreibwut ungefähr so groß gewesen sein muss wie sein viel gerühmtes Genie, schrieb nicht einfach Blätter voll. Er übermalte angefangene Briefe, kritzelte auf Umschläge, beschriftete Schnipsel, strich großzügig ganze Absätze durch und machte sich Notizen auf Seitenrändern, selbst wenn das eigentliche Schriftstück mit der Notiz gar nichts zu tun hatte. [...] [Eines der Probleme für die Forschung] besteht darin, dass Leibniz selbst Ordnung schaffen wollte. Und zwar mit der Schere. Er zerschnitt Seiten zu Schnipseln und sortierte sie thematisch auf kleine Stapel. Was für den Denker sicher nützlich war, ist für die Forschung ein Fluch, weil weder die Stapel noch existieren noch die Seiten, zu denen die Schnipsel einst gehörten.

Wie Leibniz versuchte, Ordnung zu halten



Leibniz besass einen Exzerpierschrank, um seine niedergeschriebenen Gedanken zu verwahren und zu sortieren. Dieser wurde vom Hamburger Gelehrten Vincent Placcius (1642 – 1699) in dessen Buch „De arte excerpendi – Vom Gelahrten Buchhalten" beschrieben und mit einem Kupferstich (s.o.) illustriert. „Nach dieser Invention ließ sich der Hannöverische Secretair Clacius einen gleichförmigen Schrank verfertigen. Nach dessen Tode kaufte ihn Herr von Leibniz", berichtet Christoph Gottlieb von Murr 1779. Der Schrank bot mit mehreren Türen eine grosse Flexibilität: Nach Stichworten sortiert, wurden Zettel mit kleinen Nägeln an den Zellen der Schranktüren aufgespiesst und konnten so immer wieder neu geordnet werden. Allerdings, so schreibt von Murr, „nach seinem Tode wurde alles untereinander geworfen, und diese Papiere sind jetzt *rudis indigestaque moles*." („Ein verworrenes rohes Gemenge" → Ovid, *Metamorphosen*)

Die unveröffentlichten Manuskripte von Leibniz

Ich habe Unzähliges über Unzähliges geschrieben, aber nur Weniges über Weniges veröffentlicht. … Wer mich nur aus meinen Publikationen kennt, der kennt mich nicht. – G.W. Leibniz

Der Inhalt von Leibniz‘ Aufzeichnungen betrifft so gut wie alle Wissensgebiete, sämtliche Geistes- und Naturwissenschaften des 17. und beginnenden 18. Jahrhunderts sowie Theologie und Technik. Das Entziffern und Transkribieren der Leibniz’schen Manuskripte ist recht mühsam. Der Technikhistoriker Ludolf von Mackensen schrieb dazu in seiner Dissertation von 1968:

„Ihr Verfasser war meist in Eile, getrieben von vielfältigen Ideen und Vorhaben, auf die er sich aufteilte, von unzähligen Briefwechseln und einer gewaltigen Arbeitslast bedrückt, die ihn, den Unverheirateten, nur wenig Schlaf finden ließ. Seine Augen waren kurzsichtig. Daher schrieb er meist recht klein und dicht. Es überwiegen bei ihm die französische oder lateinische Sprache gegenüber dem Deutschen. Gelegentlich benützt er Kürzel und variiert das Buchstabenbild beträchtlich, was die Graphologie genialischen Menschen zuschreibt. Viele Konzepte sind verschachtelt durch Ergänzungen, NB’s, Randbemerkungen und gelegentlich auch mit Skizzen im Text versehen, die manchmal einen dürftigen, ja beinahe kindlichen Eindruck machen. Die sorgfältigeren Zeichnungen und Abschriften stammen von Schreibern, und wurden von Leibniz oft weiter ergänzt. Gelegentlich sind Worte zusammen, falsch, doppelt oder gar nicht geschrieben, besonders bei den eilig, auf das nächst-greifbare Papier geworfenen Gedanken. Groß- und Kleinschreibung, Interpunktion und Akzente verwendet er gemäß der Zeit uneinheitlich."

Leibniz' Rechenmaschinen – und seine Vorläufer

Den zeitgenössischen Gelehrten und gelehrten Zeitgenossen war Leibniz vor allem auch als Erfinder mechanischer Rechenmaschinen bekannt. Solche „Rechenautomaten", die analog zu den aus Zahnrädern und Stangen bestehenden Uhrwerken gefertigt wurden, waren im 17. Jahrhundert etwas prinzipiell Neues, auch wenn einerseits kunstvolle mechanische Automaten (etwa in Form von Musikautomaten oder sich bewegender Puppen) bereits bekannt waren und es andererseits Rechenhilfsmittel, also Gegenstände, die den Menschen beim Rechnen unterstützen, in anderer Form schon lange gab, etwa als Abakus, Kerbhölzer, Rechenbretter oder Rechenbänke mit Rechenpfennigen, Multiplikationstabellen, Rechenstäbe etc. Die Anwendung solcher Hilfsmittel erforderte allerdings spezielle Kenntnisse und Übung.

Die, soweit bekannt, erste solche Rechenmaschine wurde von Wilhelm Schickard (1592–1635), Astronom, Geodät und Orientalist in Württemberg, gebaut; sie ging jedoch in den Wirren des Dreissigjährigen Krieges verloren und wurde erst 1960 rekonstruiert. Die Maschine, von Schickard „Rechenuhr" genannt, beherrschte das Addieren und Subtrahieren von bis zu sechsstelligen Zahlen, einen Überlauf signalisierte sie durch das Läuten einer Glocke. In einem Brief an seinen Freund Johannes Kepler, dessen Mühe bei den langwierigen astronomischen Berechnungen von Planetenbahnen er mit seiner Erfindung erleichtern wollte, schrieb er 1623: „Ferner habe ich dasselbe, was Du rechnerisch gemacht hast, kürzlich auf me-

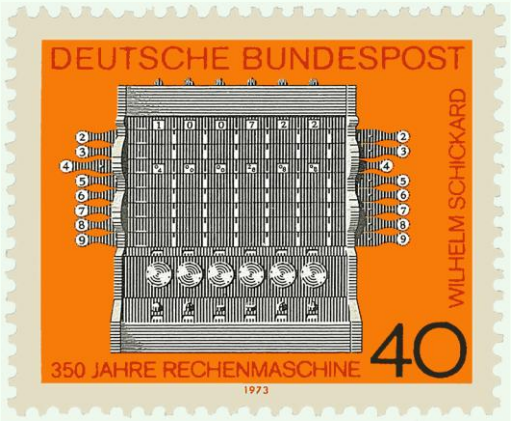
Nachbau der Rechenmaschine von Wilhelm Schickard (Foto: Wikipedia / Herbert Klaeren)

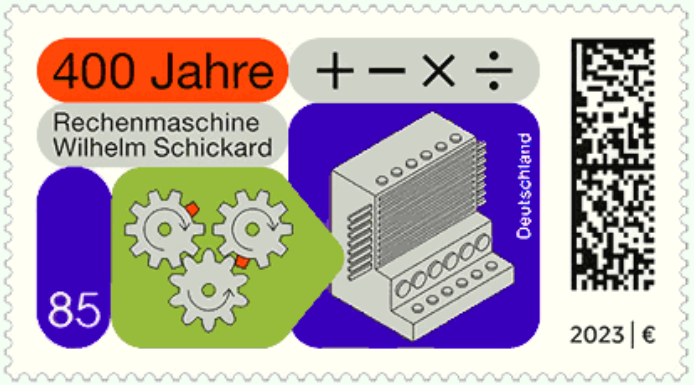
chanischem Wege versucht und eine aus elf vollständigen und sechs verstümmelten Rädchen bestehende Maschine konstruiert, welche gegebene Zahlen augenblicklich automatisch zusammenrechnet [...] Du würdest hell auflachen, wenn du da wärest und miterlebtest, wie sie, so oft es über einen Zehner oder Hunderter hinweggeht, die Stellen zur Linken ganz von selbst erhöht oder ihnen beim Subtrahieren etwas wegnimmt.“ („*Porro quod tu logistice, idem ego mechanice nuper tentavi, et machinam extruxi, undecim integris et sex mutilis rotulis constantem, quae datos numeros statim αὐτομάτως computet ... Rideres clare, si praesens cerneres, quomodo sinistros denarium vel centenarium supergressos, sua sponte coacervet, aut inter subtrahendum ab eis aliquid suffuretur*“). Nachbauten aus dem Jahr 1960 und später funktionieren; jedoch ist nicht bekannt, ob die Originalkonstruktion zufriedenstellend arbeitete, insbesondere bei einem durchklappernden Zehnerübertrag, der für alle frühen Rechenmaschinenbauer eine grosse Herausforderung darstellte.

Aber war Schickard wirklich als Erfinder der Rechenmaschine? Bei de.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_ Schickard heisst es wörtlich über ihn „…gilt als Erbauer der ersten Rechenmaschine“. Dagegen nimmt im französischen Wikipeadia [fr.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal] der Mathematiker Blaise Pascal diese Rolle ein: „À 19 ans, il invente la première machine à calculer“. Es ist instruktiv, bei Wikipedia die deutsche und die französische Ausgabe bzgl. beider Personen zu vergleichen! [Analoges gilt auch für

Portrait von Wilhelm Schickard (1632,Öl auf Leinwand) in der Tübinger Professorengalerie.

den Erfinder des Telefons. War es Philipp Reis (1861, „Entwicklung des ersten funktionierenden Gerätes zur Übertragung von Tönen über elektrische Leitungen“) oder Alexander Graham Bell (1876, „patenting the first practical telephone“) oder Innocenzo Manzetti (1865, „il probabile primato sull’invenzione del telefono“)? Dies sind aber noch nicht alle Telefonväter: In der französischen Wikipedia-Ausgabe lesen wir bei Charles Bourseul „…présente en 1854, une invention : un appareil pour converser à distance, le téléphone … Ce n’est qu’en 1889, que Charles Bourseul est reconnu par la France comme le véritable inventeur du téléphone“.]





Briefmarken der deutschen Post 1973 und 2023; 20-Euro-Silbermünze 2023 mit Randprägung „MACHINAM EXTRUXI QUAE DATOS NUMEROS COMPUTET“.

Aber zurück zu Schickard und Pascal. (Auf die Rechenmaschine von Pasacal, der in dem Jahr geboren wird, in dem Schickard seinen Brief an Kepler schickt, gehen wir weiter unten ein.) Annegret Kehrbaum und Bernhard Korte schrieben dazu 1993:

„Es stellt sich die Frage, warum die beiden ersten mechanischen Rechenmaschinen im zeitlichen Abstand von nur 20 Jahren in der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts entstanden sind: Lebten doch Wilhelm Schickard und Blaise Pascal in verschiedenen Ländern und unter unterschiedlichen Lebensumständen. Sie hatten auch unterschiedliche Vorstellungen von der Funktion und den

Anwendungsmöglichkeiten einer Rechenmaschine. Offensichtlich war aber die Zeit reif für einen ersten Versuch, das Rechnen zu mechanisieren, die technischen Voraussetzungen waren gegeben. Welche Voraussetzungen waren das? Zunächst einmal hatte die Uhrmachertechnik das notwendige technische Niveau erlangt. Die ersten großen Räderuhren mit Gewichtantrieb waren bereits Ende des 13. Jahrhunderts entstanden, dosenförmige Federzug-Uhren wurden ab etwa 1510 in Nürnberg gebaut; ab Mitte des 16. Jahrhunderts gab es bereits eiförmige Taschenuhren. Die rein technischen Grundlagen für einen einfachen Additionsmechanismus, etwa durch eine Zahnradübersetzung, waren ab ca. 1600 demnach in jedem Fall vorhanden. Ferner gab es nun auch ein adäquates Stellwert-Zahlensystem."

Die Herstellung von feinmechanischen Geräten war zu jener Zeit recht mühsam. Einen Eindruck hiervon gibt ein Zettel mit Anweisungen Schickards an seinen Mechaniker, der sich 300 Jahre später zufällig in einer Zeitschrift fand:

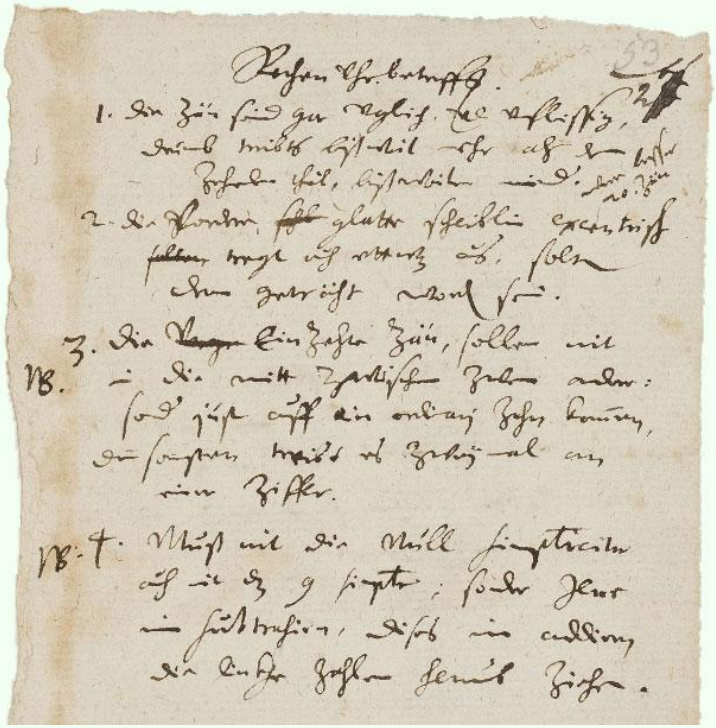
Rechen Uhr betreffs.

1. Die zän seind gar unglich und unflissig, drumb treibts bißweil mehr als de zehenden theil, bißweilen minder. *wern besser 20. zän*

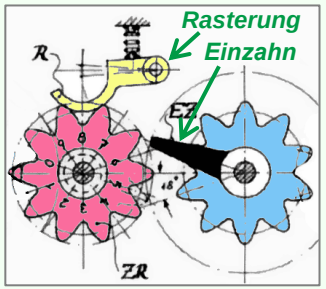
2. Die vorder glatte scheiblin excentrisch, tregt auch etwas aus, solte dran geträht worden sein.

NB. 3. Die einzehte zän, sollen nit in die mitt zwischen zwen ander: sonder just auff ain ordinarj zahn kommen, denn sonsten treibt es zweymal an einer ziffer.

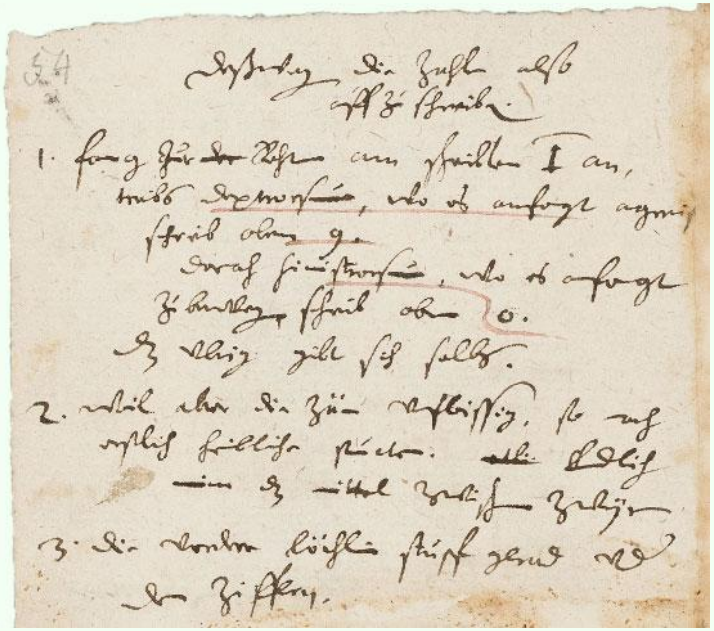
NB. 4. Muß nit die Null simpliciter auch nit das 9 simpliciter; sonder jene im subtrahirn, dises im addirn, die linkhe zahlen herumb ziehe.



Mit „unfleissig“ ist hier „ungenau“ gemeint; „tregt auch etwas aus“ bedeutet „trägt auch etwas dazu bei“ bzw. „macht auch etwas aus“; mit „gedräht“ ist die Anfertigung auf einer Drehbank gemeint; „einzehte zän“ sind Einzelzähne, von Schickard in seinem Brief an Kepler „verstümmelte Rädchen“ genannt: Sie dienen dem Zehnerübertrag und drehen das Zahnrad der nächsten Stelle nur dann um eine Position weiter, wenn (bei der Addition) von der Position 9 in die Position 0 gedreht wird.



Auf der Rückseite des Zettels finden sich weitere Anweisungen:



Deßweg die zahlen also auffzuschreibe:

1. fang zur Rechten am scheiblen I an, treibs dextrorsum, wo es anfangt angreif schreib oben 9. Danach sinistrorsum, wo es anfangt zu bewege, schreib oben 0. das vbrig gibt sich selbs.
2. weil aber die zän vnfleissig, so mach erstlich heimbliche puncten. Endlich nim das mittel zwischen zweyen
3. Die vordere löchlin stupf gerad vnder den ziffern.

NB. Die rotas Arithmeticas zubeschreiben: Wan ein dextra rota ihr sinistram vmtreibt, so soll auff der dextra (ante conversio) oben 9 stehe vnd die vbrige zahl nach der linkh geschrib wird.

Offenbar existierte zu diesem Zeitpunkt also ein Prototyp, mit dem Erfahrungen gesammelt werden konnten. Probleme bereitete insbesondere der Zehnerübertrag – aber damit schlugen sich später auch Pascal und Leibniz zeitlebens herum. Es sieht auch so aus, als ob das Modell noch keinen Rastermechanismus (Sperrklinke oder ähnl., vgl. Skizze) für eine präzise Anzeige hatte.

Die Konstruktion einer Rechenmaschine war für Schickard nur eine kleine Nebenbeschäftigung. In der Hauptsache war er Lehrer für Hebräisch, Geodät und Astronom an der Universität Tübingen. Er war entgegen der traditionellen kirchlichen Lehrmeinung ein überzeugter Anhänger des heliozentrischen Systems und konstruierte zu seiner modellhaften Darstellung ein Handplanetarium, das er auf dem oben gezeigten Portrait in der Hand hält. Mit den drei Himmelskörpern Sonne, Erde und Mond konnte sowohl das geozentrische wie auch das neue heliozentrische Weltsystem demonstriert werden, je nachdem, ob man mit der Gelenkkurbel die Erde ins Zentrum der Drehbewegung stellte oder die Sonne; an der relativen Bewegung der Himmelskörper zueinander änderte sich dadurch nichts.

Anhand des Portraits rekonstruierte Ludolf v. Mackensen das Handplanetarium. Das unten gezeigte zugehörige Modell (Stadtmuseum Tübingen) baute Gerhard Weber, die meisterhafte Fotografie (Klaus Luginsland) wurde der Zeitschrift KULTEC, Jg. 1, 2021 entnommen.

In seinem Blog thonyc.wordpress.com schreibt Thony Christie zu Schickard: “He established himself as a mathematician-astronomer and linguist with a Europe wide reputation. […] One of the great ironies of history is that although Schickard was well known and successful throughout his life, today if he is known at all, it is for something that never became public in his own lifetime. Schickard is considered to be the inventor of the first mechanical calculator.

The last years of Schickard’s life were filled with tragedy. Following the death of Gustav Adolf in the Thirty Years War in 1632, the Protestant land of Württemberg was invaded by Catholic troops.

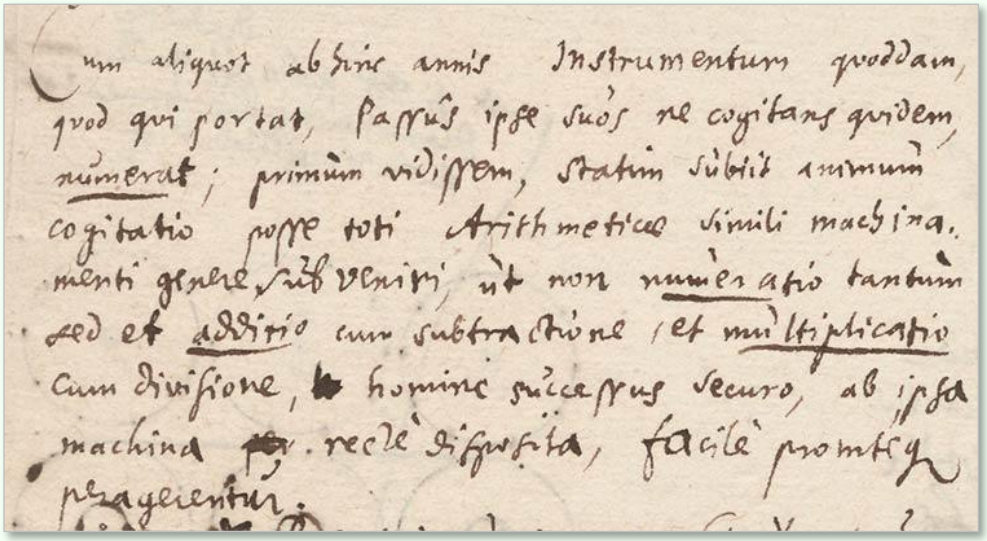
Along with chaos and destruction, the invading army also brought the plague. Schickard's wife had born nine children of which four, three girls and a boy, were still living in 1634. Within a short time the plague claimed his wife and his three daughters leaving just Schickard and his son alive. The invading troops treated Schickard with respect because they wished to exploit his cartographical knowledge and abilities. In 1635 his sister became homeless, and she and her three daughters moved into his home. Shortly thereafter they too became ill and one after another died. Initially Schickard fled with his son to escape the plague but unable to abandon his work he soon returned home and he also died on 23 October 1635, just 43 years old, followed one day later by his son.

The fate of Schickard and his family made me, as a historian of science, once again brutally aware that the people that I, and other STEM historians, research and write about are not just producers of theories, theorems, hypotheses and discoveries living in some sort of Platonic space of Ideals but real people living, working and often suffering in a very real and frequently hostile world."

1645 führte der französische Mathematiker, Physiker und Philosoph Blaise Pascal (1623-1662) seine Rechenmaschine *Pascaline* vor, die mit Zahnrädern und Sperrklinken funktioniert und addieren und (in späteren, verbesserten Modellen) subtrahieren konnte. Pascal begann mit der Arbeit an seiner Rechenmaschine 1642 im Alter von 19 Jahren; er konstruierte sie als Arbeitserleichterung für seinen Vater, einem Steuerbeamten. Leibniz liess sich durch die Pascaline motivieren und inspirieren.

Pascal vor seiner Rechenmaschine. [Gallon: Machines et inventions approuvées par l'Académie, Paris, 1735]

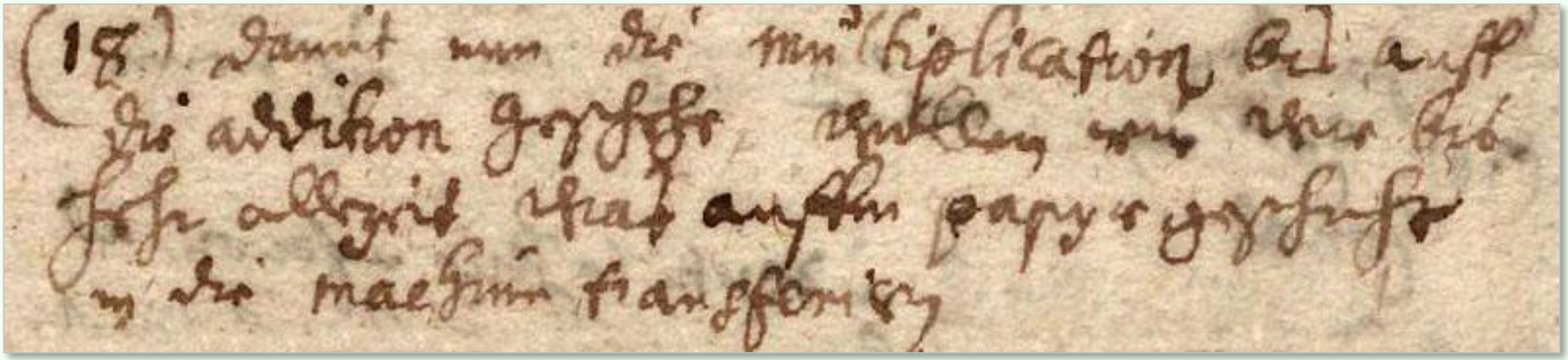
Leibniz strebte von vornherein eine Maschine an, die Berechnungen in allen vier Grundrechenarten, insbesondere also auch der Multiplikation, durchführt. Er schrieb dazu: „Als ich vor einigen Jahren zum ersten Mal ein Instrument sah, mit dessen Hilfe man seine eigenen Schritte ohne zu denken zählen kann, kam mir sogleich der Gedanke, es ließe sich die ganze Arithmetik durch eine ähnliche Art von Werkzeug fördern, in der nicht allein die bloße Zählung, sondern auch die Addition mit der Subtraktion und die Multiplikation mit der Division, dem Menschen folgend, von der entsprechend eingerichteten Maschine selbst leicht und bequem ausgeführt würde.“



„Quum aliquot abhinc annis instrumentum quoddam quod qui portat passus ipse suos ne cogitans quidem numerat, primum vidissem, statim subiit animum cogitatio posse toti Arithmeticae simili machina menti genere subveniri, ut non numeratio tantum sed et additio cum subtractione, et multiplicatio cum divisione, homine successus securo, ab ipsa machina recte disposita, facile promteque peragerentur.“

Bereits als Vierundzwanzigjähriger verfasste Leibniz 1670 unter dem Titel „Instrumentum Arithmeticum“ eine Schrift, die erste Ideen zusammenfasst: Zum Addieren kann ein Zählwerk aus Rädern mit jeweils zehn Ziffern und einem Mechanismus für den Zehnerübertrag zwischen den Rädern von rechts nach links genutzt werden. Algorithmisch und bezüglich der Funktionsweise der Rechenmaschine ging Leibniz von der üblichen schriftlichen Rechenweise (im Dezimalsystem) aus; die Maschine sollte die elementaren Schritte dabei imitieren und soweit möglich automatisch vollziehen. Kurze Zeit später, vermutlich ebenfalls noch 1670, verfasste Leibniz (ausnahmsweise

auf Deutsch) ein Manuskript „Instrumentum Panarithmeticon“ mit dem Untertitel „Lebendige Rechenbanck“, in dem das Übertragen der beim Rechnen auf Papier gehandhabten Operationen auf die Maschine zum Prinzip erhoben wird: „Damit nun die multiplication bis auff die addition geschehe, wollen wir wie bishehr allezeit was auffm papyr geschehe, in die machina transferieren“:



http://digitale-sammlungen.gwlb.de/goobit3/resolver?00066559

Leibniz gibt später freimütig zu, dass das Additionswerk als Teil seiner Vier-Spezies-Maschine nicht originell ist: „*Machina Additionis (Subtractionis) cum cistula Pascaliana quod in summa congruit.*“ („Die Additions- und Subtraktionsmaschine stimmt mit dem Pascal’schen Rechenkästchen im Grossen und Ganzen überein.“)

Anders verhält es sich bei der Automatisierung der Multiplikation. Jede Multiplikation lässt sich natürlich algorithmisch auf die Addition zurückführen: Man gewinnt Zwischenprodukte durch wiederholte Addition und addiert anschliessend (oder schritthaltend) die Zwischenprodukte zum Gesamtresultat – unser „schriftliches Multiplizieren“ stellt ja im Wesentlichen eine Verkörperung dieses Prinzips dar. Dasselbe Prinzip treffen wir bei den Rechenmaschinen von Leibniz an. Im Unterschied zur Pascaline führten sie die Multiplikation aber „von alleine“, ohne Zusatzrechnung, durch und verwendeten dafür einen mechanischen Speicher, der das wiederholte Addieren einer eingestellten Zahl sowie die Stellenverschiebung ermöglichte. Das Bauteil dafür ist die Staffelwalze.

„Ferner gelang es Leibniz durch die Verwendung dieser Staffelwalzen, den Arbeitsgang des Einstellens von demjenigen der Addition bzw. Subtraktion zu trennen und somit den einstufigen Rechenprozess bei Schickard und Pascal in einen zweistufigen zu verwandeln. Diese Zweistufigkeit ermöglichte die Einführung des (einstelligen) Umdrehungszählwerkes, das bei der Multiplikation und der Division die Anzahl der Additionen bzw. Subtraktionen anzeigte; sie erleichterte auch den Zehnerübertrag, der über 16 Stellen fortlaufend geplant war. Zudem wurde durch die Verschiebbarkeit des Einstellwerkes gegenüber dem Hauptzählwerk die Multiplikation mit mehrstelligen Zahlen wesentlich vereinfacht.“ – Bernhard Korte

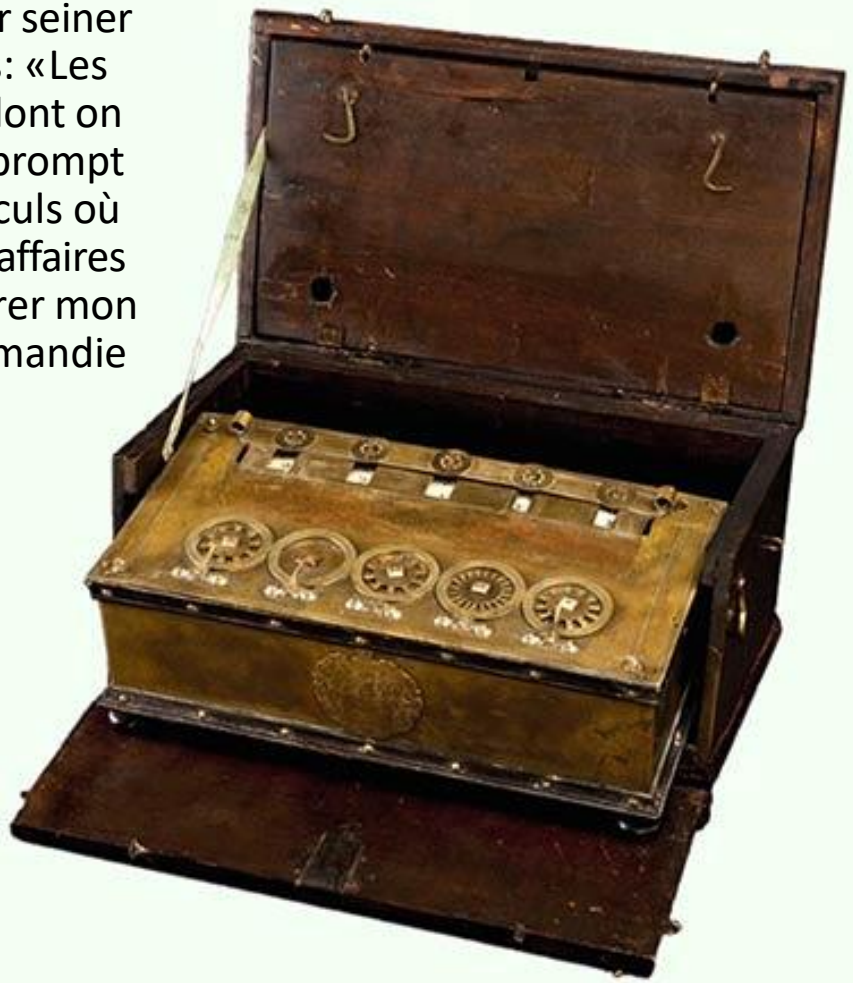
Leibniz erlangte spätestens 1671 Kenntnis von der Pascaline, wovon sich ein Exemplar beim Königlichen Bibliothekar in Paris, dem Mathematiker Pierre de Carcavi, befand. Carcavi hatte in Frankreich eine zentrale Stellung als Vermittler und Ansprechpartner auswärtiger Wissenschaftler; er war auch Gründungsmitglied der Académie des Sciences. Leibniz erinnert sich 1685, wie er ihn (offenbar im Juni 1671) zur Pascaline und eigenen Ideen für eine Rechenmaschine kontaktierte:

„Als ich somit erfuhr, dass eine derartige Maschine dort vorhanden sei, bat ich den hochwürdigen Carcavi in einem Brief um Aufklärung über die Arbeit, die sie leiste. Er antwortete, die Addition und Subtraktion würden direkt ausgeführt, das Übrige nur als Folge wiederholter Addition und Subtraktion mit einer Zusatzrechnung. Ich schrieb zurück, ich wage noch etwas Weiteres in Aussicht zu stellen, dass nämlich auch die Multiplikation ebenso wie die Addition in der Maschine mit grösster Schnelligkeit und Sicherheit bewerkstelligt würde. Jener erwiderte, dies würde nicht unerwünscht sein, und machte mir so Mut, mein Vorhaben an diesem Orte bei der angesehenen Königlichen Akademie darzustellen.“

(„A quo cum didicissem Machinam eiusmodi hic extare, ab Amplissimo Carcavio per litteras petii explicationem effectus saltem quem praestaret. Qui respondit Additionem et Subtractionem recta, caetera per consequentias tantum additione et subtractione repetitis, calculo alio accedente — in ea perfici. Rescripsi me aliquid amplius promittere audere, ut scilicet muiliplicatio quoque non minus quam additio in machina summa celeritate ac certitudine perficiantur. Id ille ut non ingratum fore respondit, ita mihi ad institutum meum hoc loco apud illustrem Academiam Regiam exponendum animos fecit.“)

Einschub zum Pascal‘schen Rechenkasten, genannt „Pascaline“

Der französische Mathematiker, Physiker und Philosoph Blaise Pascal (1623 – 1662) wurde nur 39 Jahre alt. Es waren die langwierigen Rechnungen seines Vaters, königlicher Kommissar und oberster Steuereinnehmer für die Normandie, die Blaise Pascal zu einer Maschine inspirierten, die das Rechnen automatisieren sollte. 1645 übergibt der 22-jährige stolz Pierre Séguier, Kanzler von Frankreich unter König Ludwig XIV, ein Exemplar seiner Rechenmaschine. Im Widmungsbrief dazu heisst es: «Les longueurs et les difficultés des moyens ordinaires dont on se sert m’ayant fait penser à quelque secours plus prompt et plus facile, pour me soulager dans les grands calculs où j’ai été occupé depuis quelques années en plusieurs affaires qui dépendent des emplois dont il vous a plu honorer mon père pour le service de sa Majesté en la haute Normandie […].»

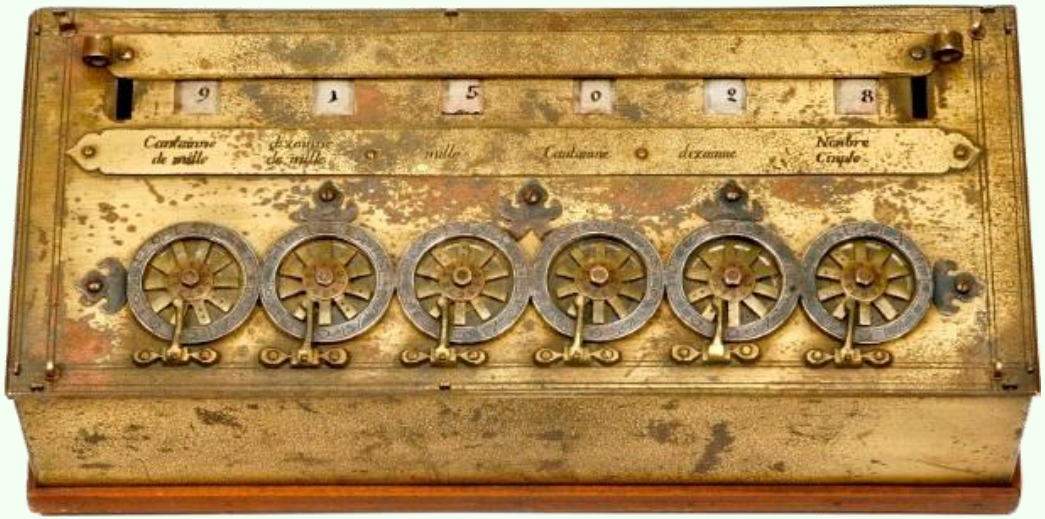


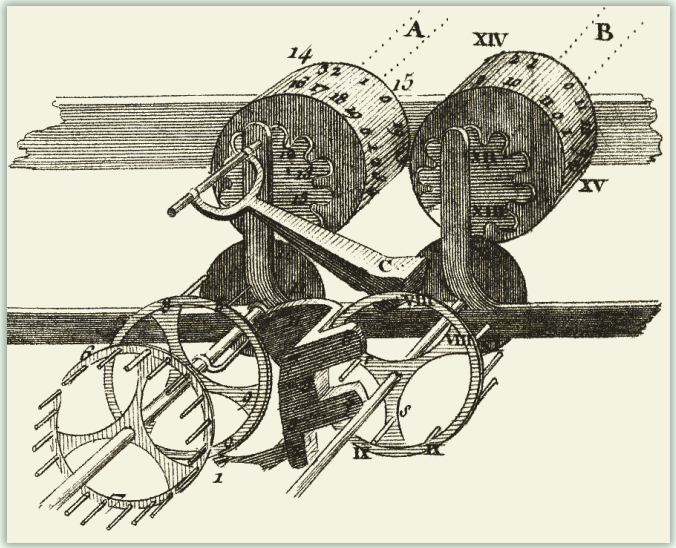
Pascaliana Machina, felicissimi ingenii specimen, sed cum additiones tantum ac subtractiones sublevet, quarum difficultas per se tanta non est, multiplicationem ac divisionem priori calculo relinquat, elegantia potius apud curiosos quam fructu apud homines negotiis implicatos se commendavit.
–- G.W. Leibniz

Die Pascal‘sche Maschine ist immerhin ein Probestück des glücklichsten Genies, aber da sie nur die Addition und Subtraktion erleichtert, deren Schwierigkeit ohnehin nicht so gross ist, aber die Multiplikation und Division der früheren Rechnung überlässt, so hat sie sich mehr durch ihre Feinheit bei neugierigen als durch praktischen Nutzen bei ernst beschäftigten Leuten empfohlen. -- G.W. Leibniz

Pascal sieht seine Maschine primär als ein nützliches automatisiertes Rechenhilfsmittel. In seinem «Avis nécessaire à ceux qui auront curiosité de voir la Machine d'Arithmétique et de s'en servir» schreibt er dementsprechend: «Le plus ignorant y trouve autant d'avantage que le plus expérimenté : l'instrument supplée au défaut de l'ignorance ou du peu d'habitude, et, par des mouvements nécessaires, il fait lui seul, sans même l'intention de celui qui s'en sert, tous les abrégés possibles à la nature, et à toutes les fois que les nombres s'y trouvent disposés.»

Pascal beendet seine Gebrauchsanweisung mit folgenden Worten: «Enfin cher lecteur […] je te prie d'agréer la liberté que je prends d'espérer que la seule pensée à trouver une troisième méthode pour faire toutes les opérations arithmétiques, totalement nouvelle et qui n'a rien de commun avec les deux méthodes vulgaires de la plume et du jeton, recevra de toi quelque estime et qu'en approuvant le dessein que j'ai eu de te plaire en te soulageant, tu me sauras gré du soin que j'ai pris pour faire que toutes les opérations, qui par les précédentes méthodes sont pénibles, composées, longues et peu certaines,
deviennent faciles, simples, promptes et assurées.»



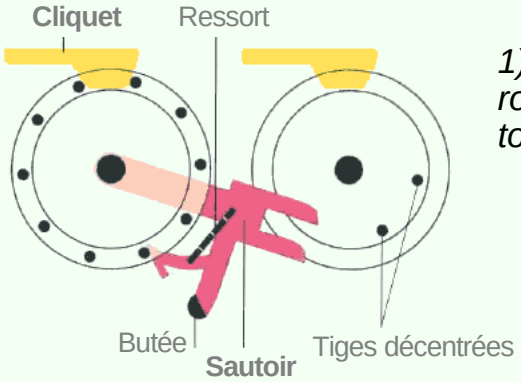


Zeitgenössische Funktionsskizze zum Mechanismus des Zehnerübertrags bei Pascals Rechenmaschine

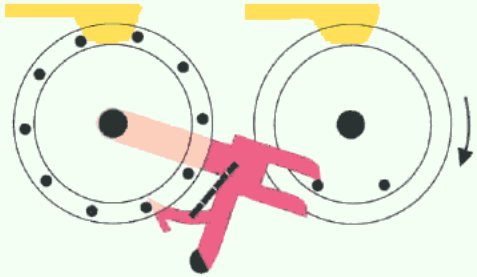
Zehnerübertrag bei Pascals Rechenmaschine:

Damit bei ansonsten entkoppelten Ziffernrädern der Zehnerübertrag sprunghaft zum „diskreten Moment“ und mit der nötigen Energie (durch Schwerkraft) erfolgt, wird eine Mechanik aus einer Sperrklinke („cliquet“, zur Rasterung) und einem Schwerkrafthebel mit Feder („sautoir“, zur Energiespeicherung) verwendet – die Rechenmaschine ist dadurch jedoch gegenüber Neigungen empfindlich.

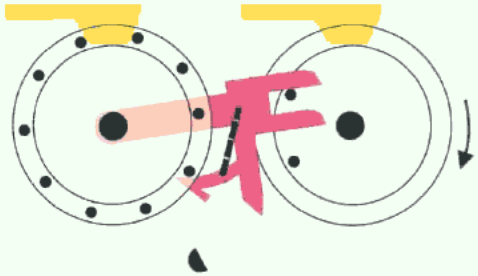
Man vgl. unten bei 6) das hübsche franz. Verb „discrétiser“ („dégager des valeurs individuelles à partir de quelque chose de continu“).



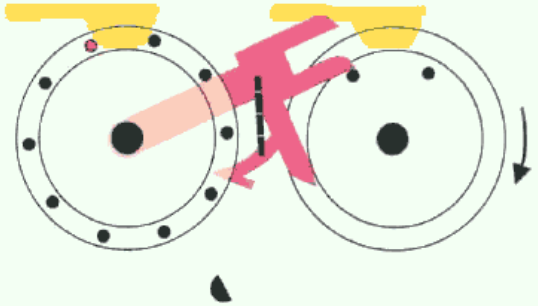
1) Entre 0 et 5 la roue des unités tourne librement.



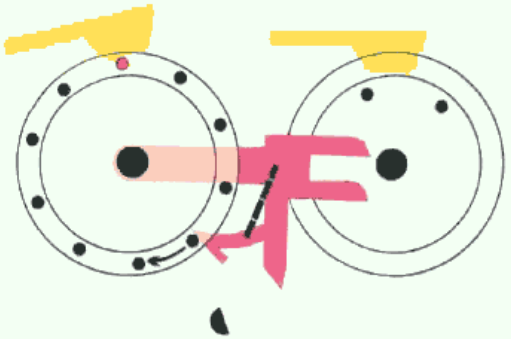
2) La roue des unités est à 5, elle engrène le sautoir et le soulève.



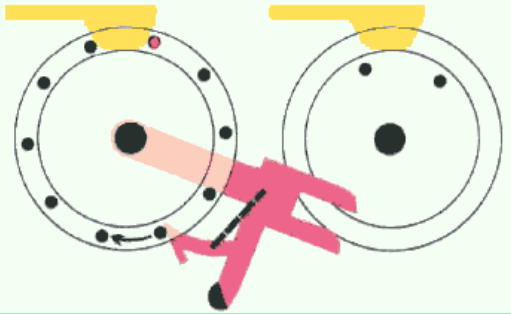
3) Le sautoir frotte la tige de la roue des dizaines. Le cliquet empêche la roue des dizaines d’être entraînée.



4) La roue des unités passe le 9. Le sautoir est libéré.



5) Le sautoir retombe. La roue des dizaines soulève le sautoir des centaines et le cliquet des dizaines.



6) Le cliquet retombe et discrétise la roue des dizaines.

Bilder und Beschreibung aus «Arithmétique mécanique» von Alain Guyot.

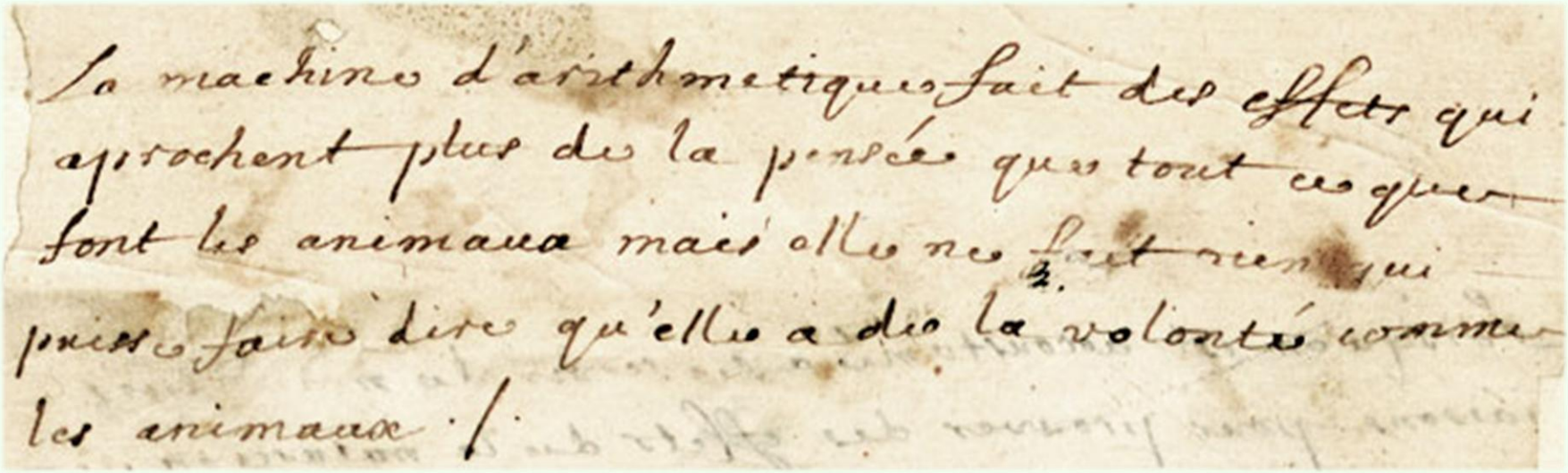
Der bayerische Mathematiker Eduard Selling (1834 – 1920), der selbst eine ungewöhnliche mechanische Multipliziermaschine nach dem Modell der Nürnberger Schere konstruierte, die er sich (allerdings ohne kommerziellen Erfolg) 1886 patentieren liess, übersetzte obige Textpassage in einen hübschen, aber nicht ganz unkomplizierten deutschen Satz:

„Endlich, theurer Leser, […] bitte ich dich mich hoffen zu lassen, dass der blosse Gedanke eine dritte Methode zu finden zur Ausführung aller arithmetischen Operationen, welche, völlig neu, nichts gemein hat mit den zwei gewöhnlichen Methoden der Feder und des Rechenpfennigs, dir einige Achtung abgewinnen wird, dass du die Absicht billigst, die ich hatte, dir gefällig zu sein, indem ich dir die Mühe erleichtere, und dass du mir die Sorge danken wirst, die ich übernommen, um zu bewirken, dass alle Operationen, welche nach den bisherigen Methoden mühsam, complicirt, langwierig und wenig sicher sind, leicht, einfach, rasch und zuverlässig werden."

Mit „Rechenpfennig" (bzw. „jeton" auf französisch) ist übrigens der Gebrauch des Abakus (in Form eines Rechenbretts oder Rechentisches) gemeint. Die Rechenpfennige fungierten dabei als Marken, die im Laufe des Rechenprozesses verschoben werden und anfangs auf das Brett gelegt (vgl. „Rechnung [ab]legen") oder geworfen (vgl. „cast up an account") werden. Im mittelalterlichen Latein wurden sie auch als „Projektile" (iacere bzw. iactare = werfen) bezeichnet, später entfiel die Vorsilbe „pro" und im Französischen mutierte dies zu „jeton" (mit Varianten wie gectz, getoirs, oder gietons). Legen und werfen findet sich übrigens auch in der niederländischen Bezeichnung dafür: „Leggelt" bzw. „Werpgeld " (heute: Legpenning = Medaille).

Pascals Schwester Gilberte Périer schreibt in ihrer Biographie zu ihrem Bruder: «Ce fut en ce temps là à l'age de 19 ans qu'il inventa cette machine d'Arithmétique par laquelle on fait non seulement toutes sortes de supputations sans plumes & sans jetons, mais on les fait même sans scavoir aucune règle d'Arithmétique & avec une sûreté infaillible. Cet ouvrage a été considéré comme une chose nouvelle dans la nature d'avoir réduit en machine une science qui réside toute entière dans l'esprit & d'avoir trouvé le moyen d'en faire toutes les opérations avec une grande certitude sans avoir besoin de raisonnement.»

Der letzte Satz ist bemerkenswert: Man habe mit der Maschine also eine neue Wesensart in die Natur eingeführt, welche eine bisher rein geistige Fähigkeit in eine Maschine zwängt, deren Anwendung nun „gedankenlos“ erfolgen kann. Dies entspricht der Charakterisierung „ohne Arbeit des Gemüths“ von Leibniz. In den erst posthum herausgegebenen Pensées, in der diverse Notizen und Fragmente von Pascal (vor allem zur Begründung des christlichen Glaubens) zusammenfasst werden, findet sich eine weitere interessante Charakterisierung: «La machine d’arithmétique fait des effets qui approchent plus de la pensée que tout ce que font les animaux; mais elle ne fait rien qui puisse faire dire qu’elle a de la volonté, comme les animaux.» Eine solche Maschine approximiert also besser als alle Tiere das menschliche Denken, aber während man Tieren einen Willen zusprechen kann, hat eine Maschine in keiner Weise einen eigenen Willen. Dies erinnert an die moderne Diskussion, ob die künstliche Intelligenz nur Maschinen hervorbringt, die man als Werkzeuge und Instrumente betrachten kann, oder ob letztere (auch zum Nachteil des Menschen) einen eigenen Willen entwickeln können. Eine gewisse Form des Denkens kann man, so Pascal, den „Computern“ nicht absprechen, wohl aber einen inneren Antrieb und Motivation in Form eines eigenen Willens.

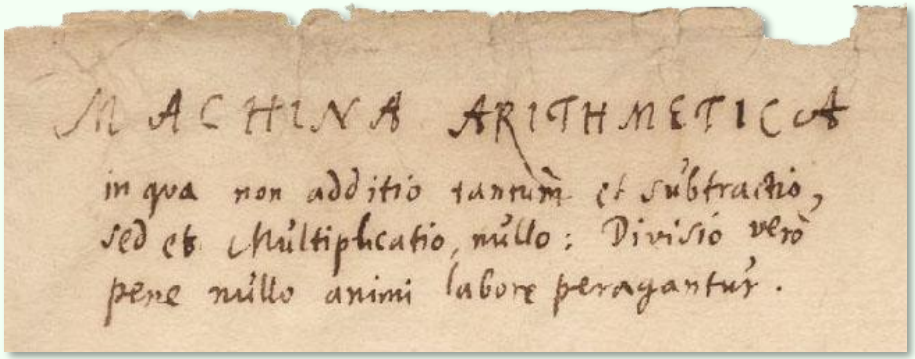


Die dritte Rechenmethode macht den Kopf überflüssig

„Als Pascal 1645 seine Rechenmaschine der Öffentlichkeit vorstellt, spricht er von seinem „Einfall, eine dritte Methode zur Ausführung aller arithmetischen Operationen zu finden, die vollkommen neuartig ist und nichts mit den beiden üblichen Methoden der Feder und der Zählsteine zu tun hat.“ Bei den beiden traditionell gebräuchlichen Rechenmethoden (Abakus; Rechenstein und Calamus; Ziffernschrift) unterliegt das jeweils zu Grunde gelegte Zeichensystem festen Transformationsregeln, die es erlauben, komplexe Rechnungen auf einfache zu reduzieren, wie z.B. bei den Rechensteinen die Multiplikation und Division auf Addition und Subtraktion und diese weiter auf einfaches Zählen – und zwar nur von 1-5, welches durch bloßes Steineschieben realisiert wird. Der Stein bzw. der Stift müssen jedoch von Hand bewegt werden. Von einer Hand zumal, die geführt wird von einem Kopf, der die Transformationsregeln der Zeichen kennt, mit ihnen umzugehen weiß. Hier genau setzt die von Pascal entwickelte „troisième Méthode“ ein: Sie macht den Kopf überflüssig. Denn die Transformationsregeln sind in die Maschine selbst eingebaut. Letztlich ist die Maschine in ihrem mechanischen Teil nichts anderes als die Materialisierung der Transformationsregeln. Der menschlichen Hand bleibt nurmehr die Eingabe der Rechenaufgabe und die Aufgabe der Antriebsbewegung; eine Bewegung, der das Denken keinerlei Regeln mehr zu geben braucht, da dies bereits die Maschine leistet, die der Hand die einfache Drehbewegung der Kurbel vorschreibt, welche Drehbewegung sie mittels Stangen, Räder und Walzen zur Rechenoperation verwendet. Die Denkbewegung wird ersetzt durch eine mechanische Bewegung.“

Soweit Stephan Meier-Oeser zu Pascals Idee, das Rechnen durch eine Maschine durchführen zu lassen (in „Die Entlastung von der Mühsamkeit des Denkens. Zeichentheoretische Bemerkungen zur Urgeschichte artifizieller Intelligenz im 17. Jahrhundert“, 1993).

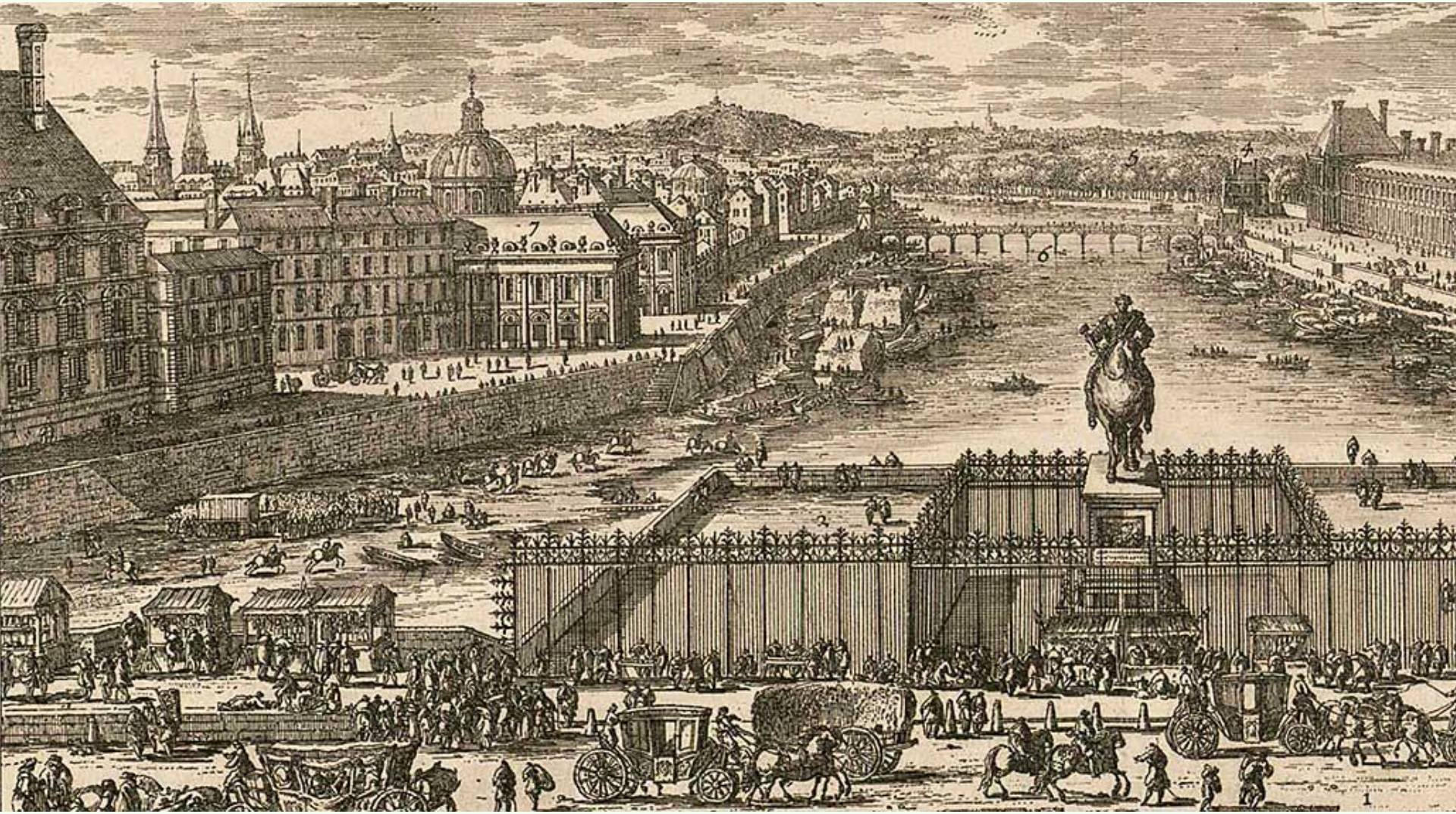
Leibniz berichtetet im Oktober 1671 in einem Brief Herzog Johann Friedrich in Hannover von seiner Idee einer „Lebendigen Rechenbank“; das Thema sollte ihn sein Leben lang nicht mehr loslassen: Insgesamt liess er im Laufe der Jahrzehnte vier Maschinen in Paris, Hannover, Helmstedt und Zeitz von den verschiedensten Mechanikern bauen, anscheinend allerdings ohne jemals eine über die Demonstration der prinzipiellen Funktion mit Beispielaufgaben hinausgehende robuste Funktionsfähigkeit, ohne dass öfter nachjustiert werden musste, zu erreichen. Sein Konzept war richtig, wie Nachbauten der heutigen Zeit beweisen; die erforderliche hohe Präzision der Zahnräder (teilweise mit Toleranzen von hundertstel Millimetern) und anderer Maschinenkomponenten (z.B. Abweichung der Orientierung einzelner Wellen von der exakten Position um höchstens 0.1 Grad) überforderte aber die Möglichkeiten der zeitgenössischen Feinmechaniker, die oft eher nach Augenmass und mit der Feile arbeiteten.



http://digitale-sammlungen.gwlb.de/goobit3/resolver?00066559

Machina Arithmetica in qua non additio tantum et subtractio, sed et Multiplicatio nullo, Divisio vero pene nullo animi labore peragantur. […bei der nicht nur Addition und Subtraktion, sondern auch die Multiplikation ohne – und die Division tatsächlich fast ohne – geistige Anstrengung ausgeführt werden.]

Ein erstes dreistelliges Holzmodell wird 1673 fertig. („Sie hat mich nicht wenig gekostet, ehe ich es so weit gebracht, dann das Model wohl 100 mahl verändert, und drey Viertheil Jahr daran gearbeitet worden“ schreibt Leibniz seinem Dienstherrn Herzog Johann Friedrich von Braunschweig.) Im gleichen Jahr stellte Leibniz seine Maschine den Mitgliedern der Royal Society in London vor und wurde damit Mitglied dieser berühmten Gelehrtengesellschaft. 1675 führte er ein in Messing gefertigtes Modell mit einem vierstelligem Eingabewerk und einer zwölfstelligen Ergebnisanzeige in der Académie des Sciences in Paris vor. In den folgenden Jahren initiierte er den Bau von zwei verbesserten Maschinen, die erst nach mühevollen Jahren fertiggestellt wurden; das letzte Modell ist heute als Original erhalten – es galt jahrzehntelang als verschollen und wurde erst 1876 in der

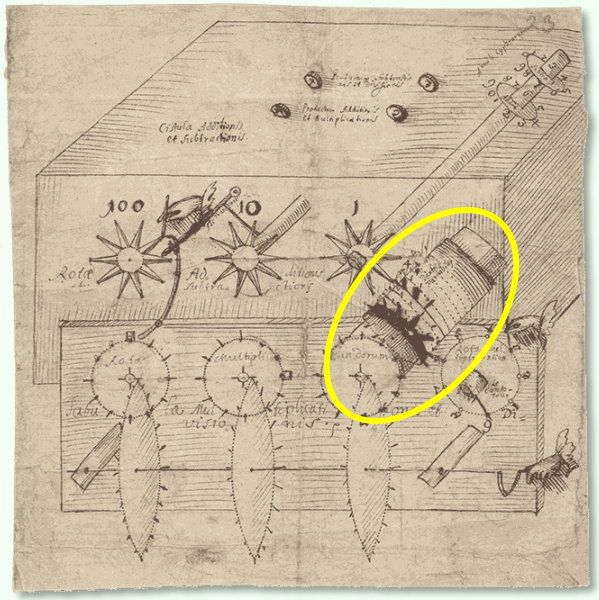


Blick (links) auf das Gebäude der 1635 unter Ludwig XIII. (auf Betreiben des französischen Ministers und Kardinals Richelieu) begründeten Académie française, in dem diese allerdings erst ab dem 19 Jh. tagte – zuvor (ab 1672 und zu Zeiten, als Leibniz in Paris weilte) fanden die Sitzungen im Louvre auf der gegenüberliegenden Seite der Seine statt, hier rechts im Bildausschnitt der Radierung „Veüe et perspective du Pont-Neuf de Paris“ von Adam Perelle (1638-1695). Über die Seine führt im Bild noch der pont rouge, der 1684 durch Treibeis zerstört und durch den pont royal ersetzt wurde; davor verläuft seit 1801 der pont des arts als Fussgängerbrücke direkt auf das Akademiegebäude zu.

Modellkammer der Göttingen Universität wieder aufgefunden. Insgesamt steckte Leibniz ca. 24000 Taler seines Privatvermögens in die Entwicklung seiner Rechenmaschinen – für damalige Verhältnisse eine sehr hohe Summe, verdiente doch beispielsweise ein mit der Herstellung befasster Büchsenmacher nur gut 16 Taler im Jahr.

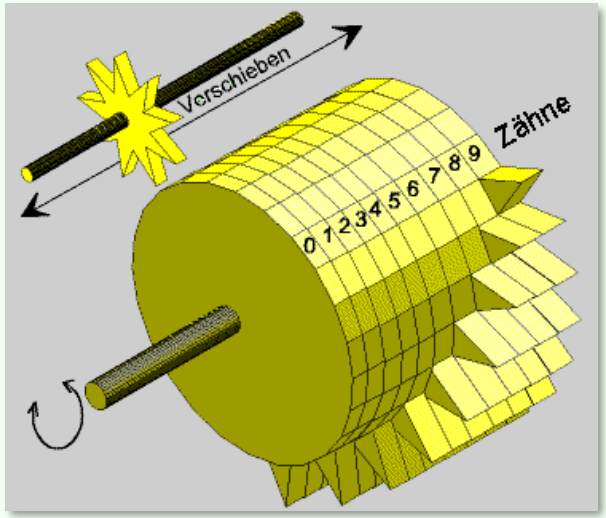
Das zentrale Funktionselement der Leibnizschen Maschinen, das eine schnelle Einstellung beliebiger Operanden sowie eine effiziente Multiplikation ermöglichte, ist die von ihm erfundene Staffelwalze – ein Zylinder mit neun Zahnrippen gestaffelter Länge auf einem Teil seines Umfanges. Je nach Position eines von dieser Staffelwalze angetriebenen, aber verschiebbar gelagerten, Zahnrades wird bei einer vollständigen Umdrehung der Staffelwalze dieses Zahnrad um null, einen, zwei,.... oder neun Zähne (das heisst Zehntel-Umdrehungen) weitergedreht. Solche Staffelwalzen fanden sich noch bis ins 20. Jahrhundert hinein in kommerziellen Rechenmaschinen.

Das letzte Modell verfügt über acht Eingabestellen und sechzehn Ausgabestellen. Eingegeben werden Zahlen über Einstellrädchen am Eingabewerk, das auf einem Schlitten gelagert ist und sich mit einer Tabulatorkurbel zwischen den Dekaden 1 und 8 gegenüber dem Rechenwerk verschieben lässt, wodurch auf einfache Weise Multiplikationen und Divisionen möglich sind: Bei einer Multiplikation mit 23 wird z.B. zunächst drei Mal hinter-



http://digitale-sammlungen.gwlb.de/goobit3/resolver?000066559

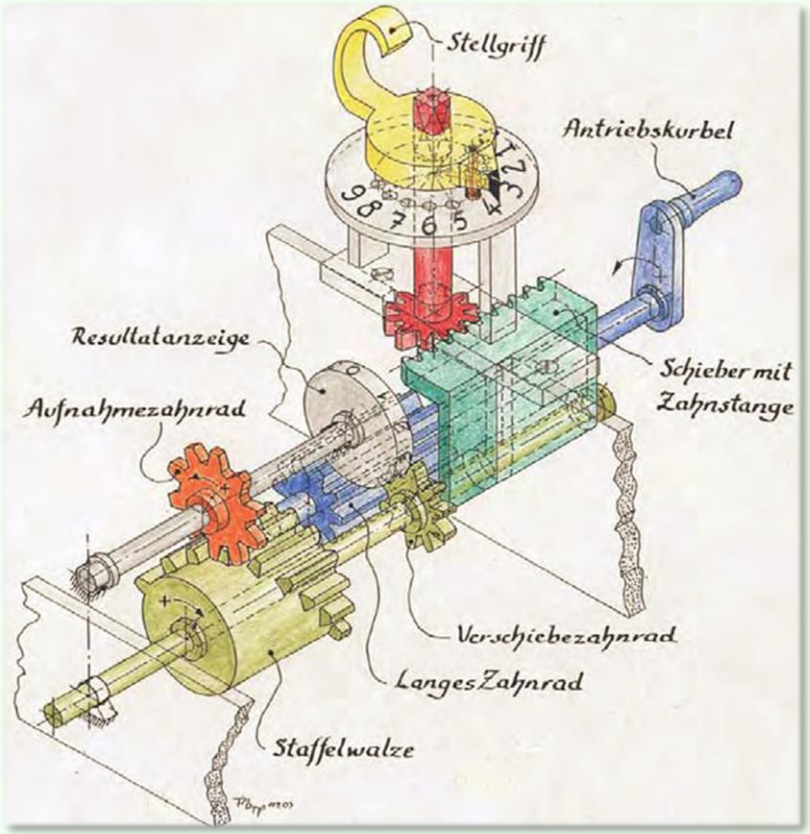
Skizze des 3-stelligen Holzmodells mit Staffelwalze („dentes variabilis“)



www.rechenhilfsmittel.de/staffelc.gif

Prinzip der Staffelwalze

einander durch je eine Kurbelumdrehung addiert, dann das gesamte Eingabewerk um eine Stelle verschoben und noch zwei Mal addiert. Im Allgemeinen entspricht die Anzahl der Additionen der Quersumme des Multiplikators; ein Umdrehungszähler mit Glocke spart einem das Mitzählen, wie oft man eine Stelle schon addiert hat.

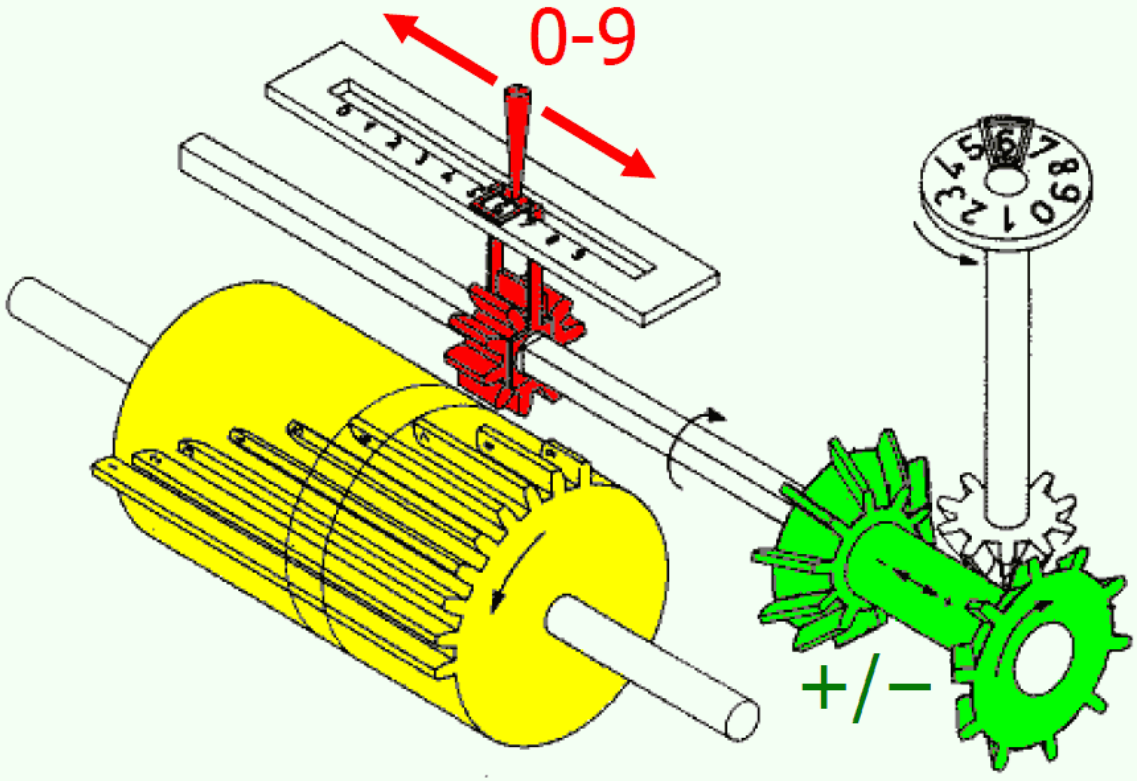


Zeichnung: F.O. Kopp. Aus: Erwin Stein: Calculemus!

Das Hauptproblem stellte in mechanischer Hinsicht ein „durchklappernder“ indirekter Zehnerübertrag (wie etwa bei 999+1) dar. Die Fertigung und Justage der Räder für den Übertrag stellte besonders hohe Anforderungen; aus Briefen der Mechaniker an Leibniz ist zu entnehmen, dass damals über mehrere Jahre an dieser Sache gearbeitet wurde. Die Leibnizsche Maschine kann daher auch nur höchstens zwei Zehnerüberträge gleichzeitig ausführen; nicht abgeschlossene Zehnerüberträge werden aber durch besondere Scheiben an der hinteren Kante der Maschine angezeigt, sie müssen zum Abschluss der Rechenoperation dann in einem nachfolgenden Bedienvorgang berücksichtigt werden.

Über 500 Einzelteile… Mit fortschreitender Arbeit wuchs der Respekt an der Leistung von Leibniz als Ideengeber und vor seinen Mechanikern als Konstrukteure und Fertiger. Mit welch geringen Mitteln hatten diese Leute vor mehr als 300 Jahren eine solch großartige Maschine erstellt? Es gab damals nur einfache Bohrmaschinen und Drehbänke aus Holz mit manuellem Antrieb, und es gab Feilen.
-- Klaus Badur, Wolfgang Rottstedt in „Erfahrungen beim Nachbau einer Leibniz-Rechenmaschine“

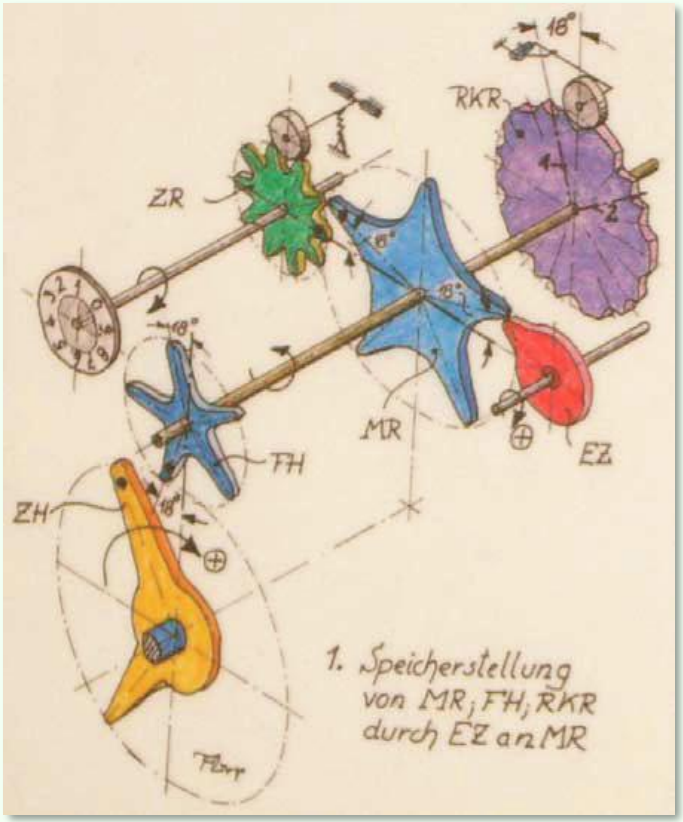
Vereinfachte Darstellung des Staffelwalzenprinzips

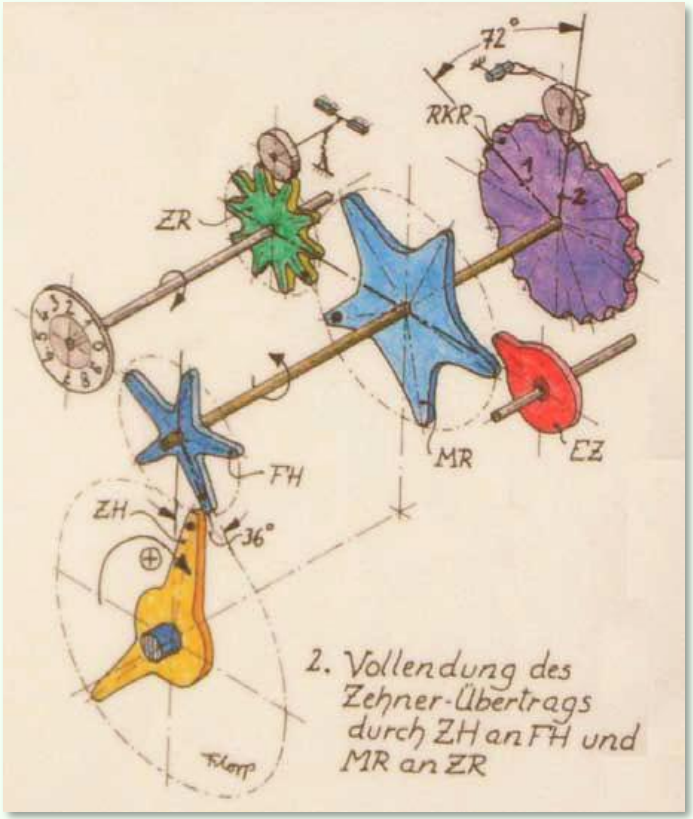


https://ocw.tudelft.nl/wp-content/uploads/ED2011_4_Mechanical_Calculators_Part_2.pdf

Der Dezimalübertrag

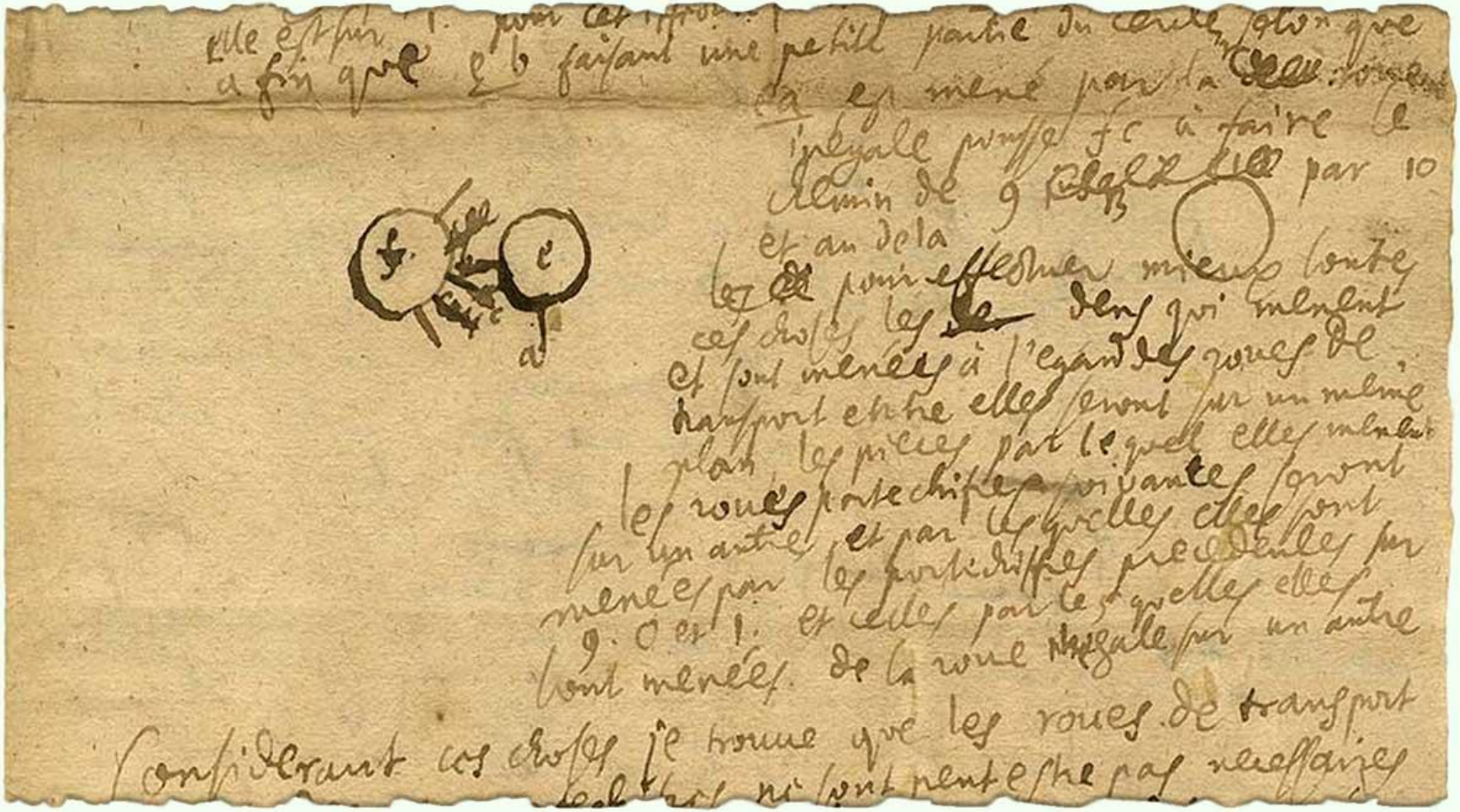
Das Problem des durchklappernden Übertrags wird so angegangen, dass dieser zwar in einer einzigen Kurbeldrehung durchgeführt wird, allerdings bei den einzelnen Dezimalstellen leicht zeitversetzt und in zwei Phasen: In der ersten Phase dreht der Einzahn (EZ, rot) auf der Welle der n-ten Ziffer beim Übergang von 9 auf 10 das fünfzähnige Muldenrad (MR, blau) um 18° in eine „Speicherstellung“. Hierdurch gerät das auf gleicher Welle liegende um 18° verdreht positionierte Fünfhorn (FH, dunkelblau) in den Flugkreis des darunter liegenden Zweihorns (ZH, gelb). In der zweiten Phase bewegt das Zweihorn ZH mit ausreichender Kraft (weil es auf der Welle der Staffelwalze sitzt) das Fünfhorn FH um 54°. Um den gleichen Winkel wird somit auch das auf gleicher Welle befindliche Muldenrad MR gedreht, welches das Aufnahmezahnrad (ZR, grün) der n+1-ten Stelle um einen Zahn weiterdreht, sodass das Resultatrad dieser Stelle die nächsthöhere Ziffer anzeigt. Der diffizile Mechanismus war zwar (ab etwa 1686) ingeniös erdacht, hat aber anscheinend nie sehr lange funktioniert.





Bilder und Text basierend auf den GWDG-Nachrichten 7/2009, Göttingen, S. 17-18

Im Unterschied zu seinen Vorgängern Schickard und Pascal konstruierte Leibniz seine Rechenmaschine zweistufig arbeitend, indem er den Arbeitsgang des Einstellens einer Zahl vom Arbeitsgang des Rechnens trennte. Um die Zahlen in die Maschine zu übertragen, erfand er u.a. die Staffelwalze. Im Mai 1682 verfasst er eine Notiz „Nouvelle et dernière manière pour achever ma machine Arithmétique“; sie enthält den ersten Entwurf einer zweistufigen mechanischen Zehnerübertragung – links im Bildausschnitt ist die Staffelwalze angedeutet.



Ein kurzer Auszug aus dem Buch „Leibniz, Newton und die Erfindung der Zeit“ des Wissenschaftspublizisten Thomas de Padova (Piper, 2013):

Nach seiner Ankunft in Paris hat Leibniz etliche Salons aufgesucht, um die Hautevolee kennenzulernen, und mit Uhrmachern wie Handwerkern gesprochen, weil er den Bau einer Rechenmaschine voranbringen möchte. […]

Zuerst hatte Leibniz die Idee, die Zahlen Quantum für Quantum mithilfe einer Waage in die Maschine einzulesen. Ein anderer Entwurf sieht Zylinder vor, wie sie in Glockenspielen benutzt werden. Solche Zylinder sind mit Stiften bestückt, lassen Musikstücke erklingen und setzen Figuren in Bewegung. Die Anzahl der Stifte könnte auch für eine gewünschte Zahl stehen. Leibniz' Rechenautomat soll aber mit sehr großen Zahlen rechnen und würde daher viele Zylinder benötigen. In einem seiner Entwürfe sind es neun mal neun Zylinder in jeweils zwei Ausführungen, insgesamt also 162 Stück. Die Pariser Uhrmacher dürften ihm vor Augen geführt haben, dass dieses Modell nicht umsetzbar ist.

Neben der Stiftwalze sind weitere Informationsspeicher bekannt. Schon mittelalterliche Turmuhren, die mit einer Glocke verbunden waren, besaßen ein Stundenschlagwerk. Um die Uhrzeit über die jeweilige Zahl der Glockenschläge mitzuteilen, kerbten Uhrmacher das gewünschte Läutprogramm in eine rotierende Scheibe. Die automatisch ausgelösten Glockenschläge endeten genau dann, wenn der Sperrhebel in die dafür vorgesehene Kerbe fiel.

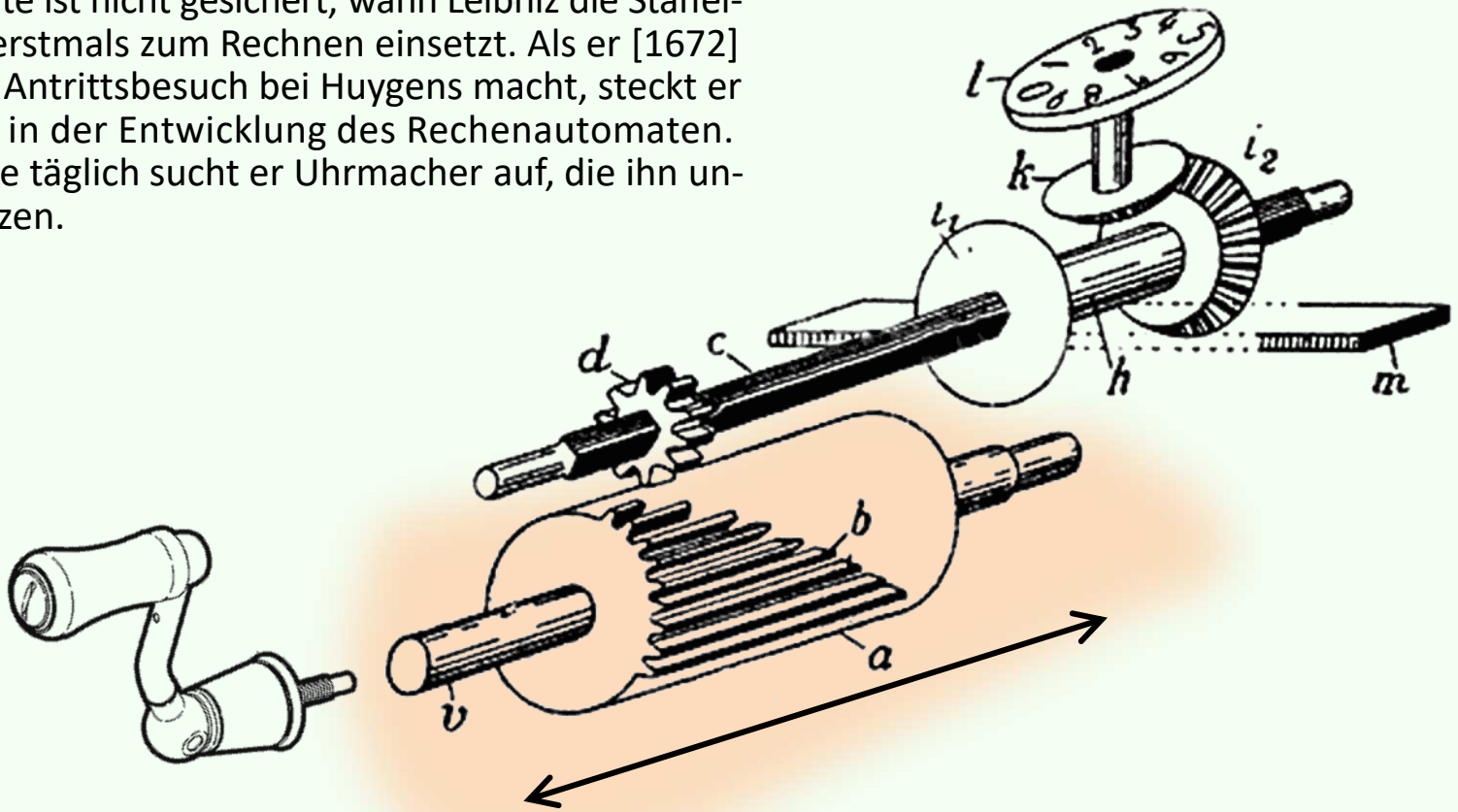
Im Gespräch mit den Pariser Handwerkern wird Leibniz klar, dass er sein Ziel am ehesten mit der herkömmlichen, in Uhren eingesetzten Technik erreichen kann, also mit Zahnrädern und Zahnstangen, Wellen und Handkurbel. Schließlich hat er eine ausgezeichnete Idee, wie sich alle Zahlen von Null bis Neun mit einem einzigen mechanischen Bauteil darstellen lassen:

Dreh- und Angelpunkt aller Barockmaschinen ist das Zahnrad. Stellen Sie sich ein Zahnrad mit neun Zähnen vor. Darauflegen Sie ein baugleiches Zahnrad, dem Sie einen Zahn wegnehmen. Dem nächsten Zahnrad, das Sie darüberlegen, fehlt ein weiterer Zahn, und so fort. Auf diese Weise entsteht aus den flachen Zahnrädern ein dreidimensionaler Zylinder mit ungleich langen Rippen, ähnlich einer Wendeltreppe: die Staffelwalze. Sie zählt zu Leibniz‘ bedeutendsten Erfindungen. Bis ins 20. Jahrhundert

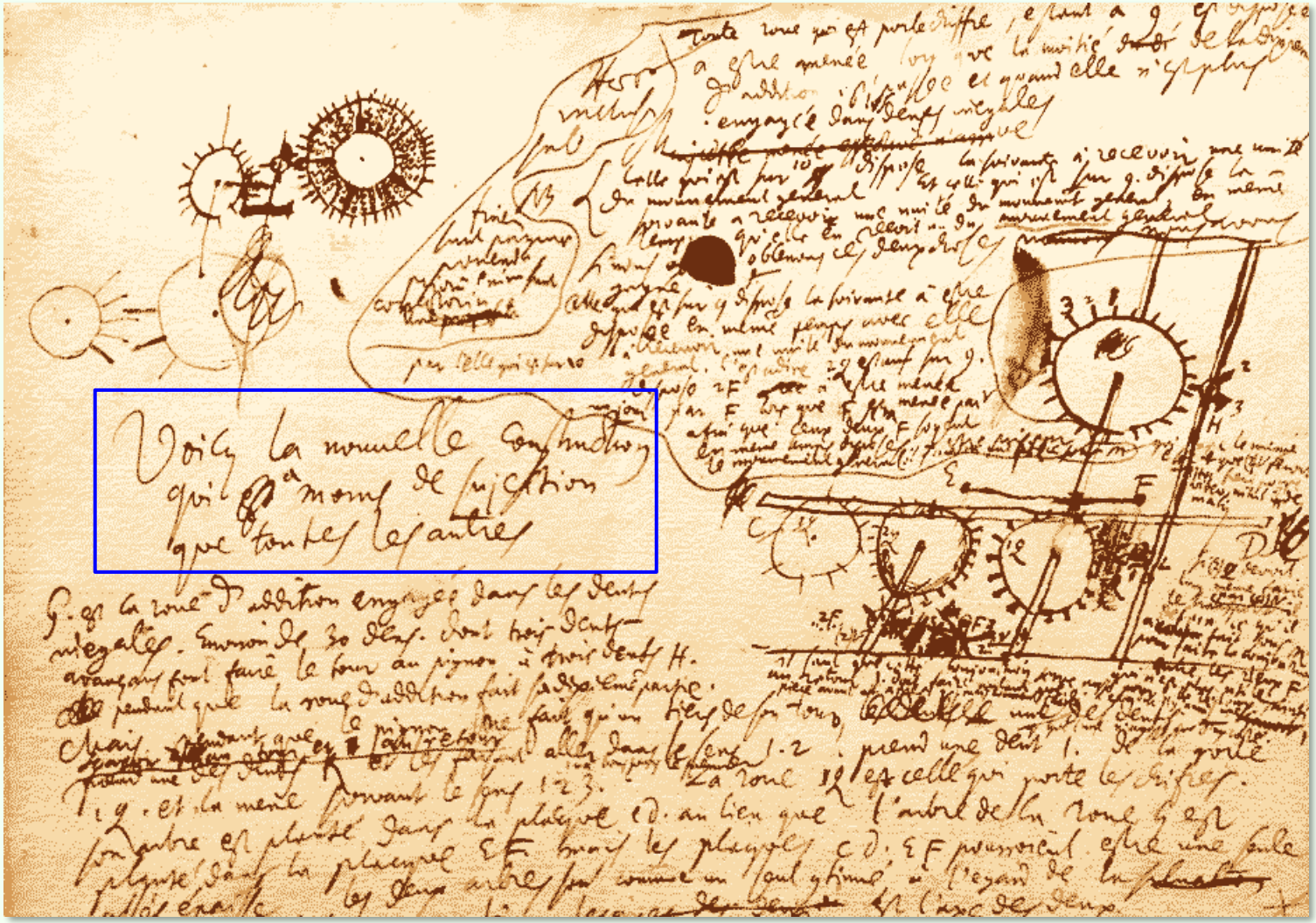
hinein bleibt sie neben dem Sprossenrad, das Leibniz ebenfalls benutzt, ein Herzstück mechanischer Rechenmaschinen.

Bei der Staffelwalze repräsentieren Zahnrippen die Zahlen. Welche dieser Zahlen abgegriffen wird, hängt davon ab, wie weit man die Walze in die Maschine hineinschiebt. Dreht sich zum Beispiel das Abgreifzahnrad nur über eine einzige Rippe, nämlich die längste, dann bewegt sich das damit verbundene Ziffernrad des Resultatwerks ebenfalls nur um einen Zahn weiter.

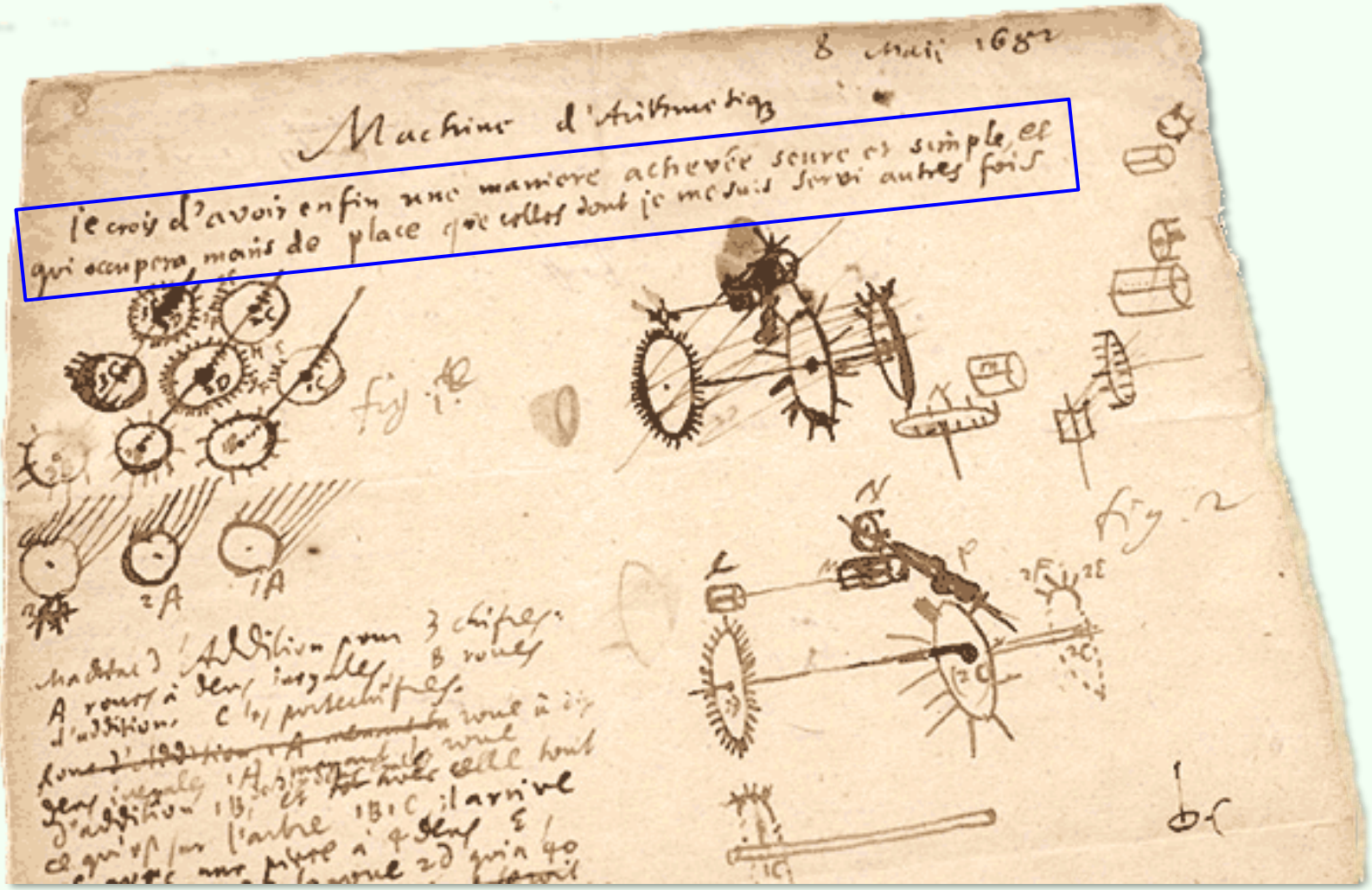
Bis heute ist nicht gesichert, wann Leibniz die Staffelwalze erstmals zum Rechnen einsetzt. Als er [1672] seinen Antrittsbesuch bei Huygens macht, steckt er mitten in der Entwicklung des Rechenautomaten. Beinahe täglich sucht er Uhrmacher auf, die ihn unterstützen.



Leibniz versucht immer wieder, seine Rechenmaschine zu verbessern. Er hält viele seiner Überlegungen skizzenhaft fest, wie z.B. hier: „Voicy la nouvelle construction qui a moins de friction que toutes les autres.“



http://blog.stephenwolfram.com/data/uploads/2013/05/16-large-a.png



https://tubestatic.orf.at/static/images/site/tube/20161146/leibniz-faksimile_big.5539008.jpg

„Je crois d'avoir enfin une maniere achevée seure et simple, et qui occupera moins de place que celles dont je me suis servi autres fois", so Leibniz in dieser Notiz vom 8. Mai 1682 zu einer Konstruktionsverbesserung der Staffelwalzen mit axial verschiebbaren Zahnrädern und abnehmenden Zahnlängen für die Zahlen 1 bis 9. „Leibniz war ein Kopfmensch, und da er sehr klare Vorstellungen hatte, hielt er es für eine Kleinigkeit, seine kargen und ungenauen Skizzen in ein funktionierendes Gerät umzusetzen." [Klaus Badur]

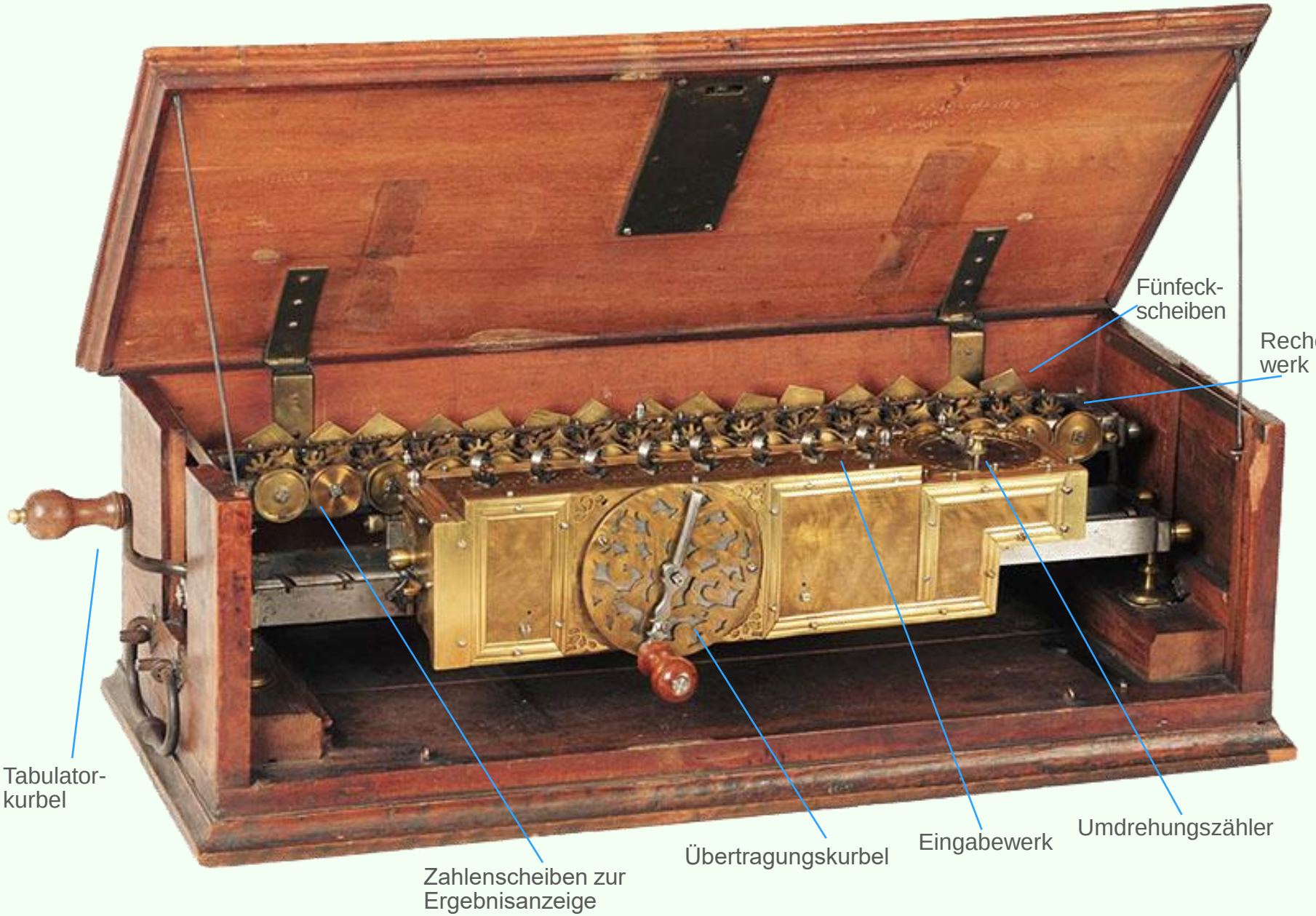
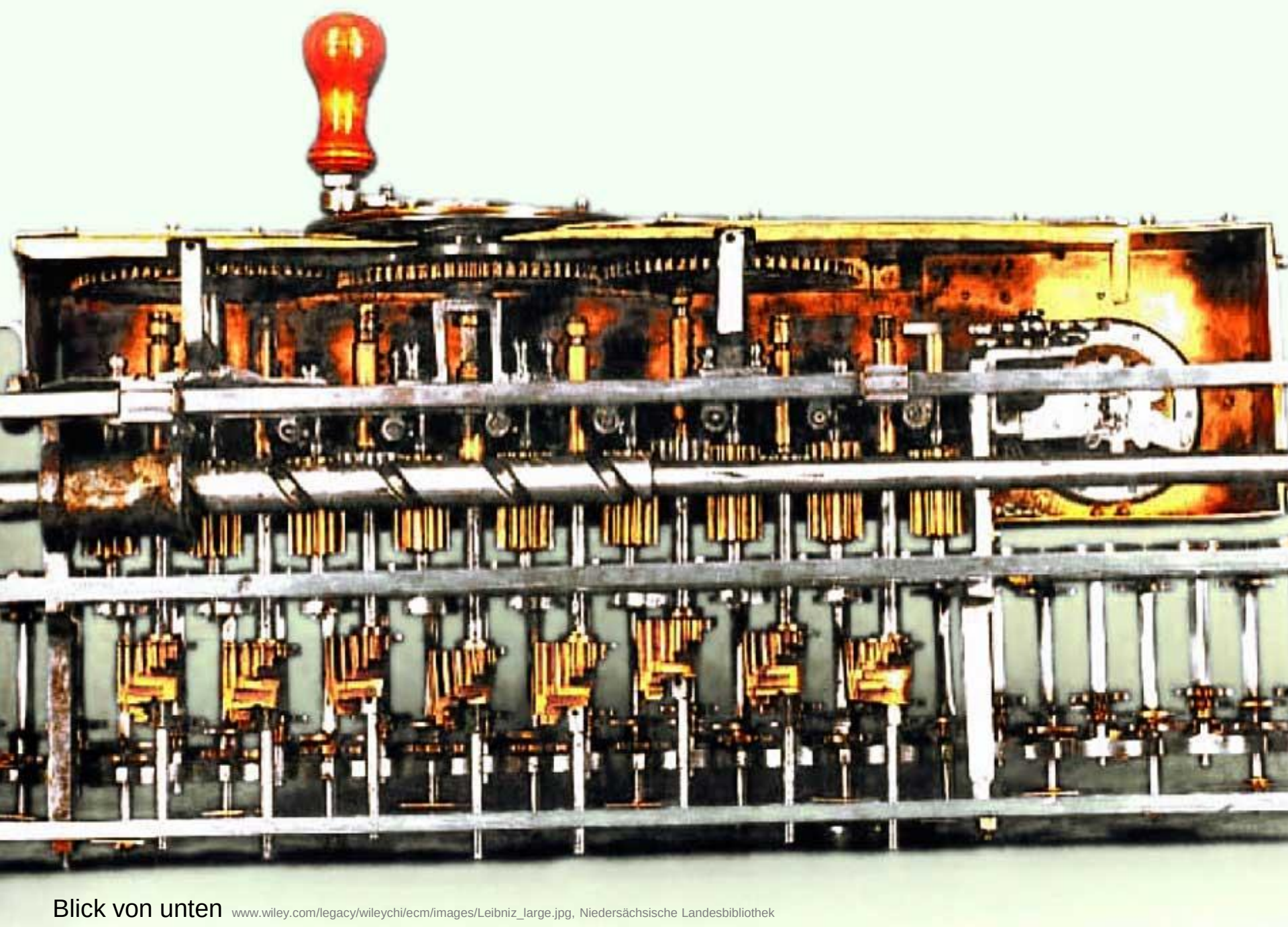


Bild: Niedersächsische Landesbibliothek

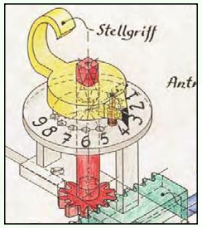
Bild: https://lichtgeschwindigkeit.files.wordpress.com/2016/07/img_8985-e1469313847799.jpg

Detailausschnitt (Umdrehungszählwerk mit Glocke) Bild: Niedersächsische Landesbibliothek



Blick von unten www.wiley.com/legacy/wileychi/ecm/images/Leibniz_large.jpg, Niedersächsische Landesbibliothek

Blick auf die acht mittels Zahnstangen verschiebbaren Staffelwalzen in einer Fotografie von 1896. Die Zahnstangen im Vordergrund werden durch Stellrädchen mit Griff, die an einer Stange mit Zahnrad aufgesteckte sind, verschoben (vgl. Ausschnitt früherer Skizze).



Deutsches Museum München, https://img.nzz.ch/2016/11/11/b4c23477-22df-439b-a4b1-0b61fe984d9f.jpeg

Die Funktionsweise und Anwendung von Leibniz‘ Rechenmaschine wird bei http://leibnizcentral.de/ erläutert (Text nachfolgend leicht gekürzt und adaptiert):

Videos zur Funktionsweise bei Youtube:
Addieren: www.youtube.com/watch?v=bg64dUW_3Zc
Multiplizieren: www.youtube.com/watch?v=KCP9RtjjvLc
Zehnerübertrag: www.youtube.com/watch?v=H9AgT_GgonQ
oder hier: http://dokumente.leibnizcentral.de/index.php?id=42

Als Leibniz 1673 das erste Modell einer Rechenmaschine vorstellte, die alle vier Grundrechenarten beherrscht, war das ein Meilenstein der technologischen Entwicklung. Über vier Jahrzehnte hinweg entwickelte Leibniz die Maschine. Als Ergebnis dieser Arbeit entstanden nach dem ersten Modell zwei weitere. Über den Verbleib des ersten und zweiten Modells gibt es keine Informationen, das dritte Modell wird in der Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek aufbewahrt.

Die Rechenkapazität der Maschine beträgt acht Eingabestellen und sechzehn Ausgabestellen. Eingegeben werden Zahlen über acht Einstellrädchen am Eingabewerk. Staffelwalzen, eine Erfindung von Leibniz, sind verschiebbare Zahnsegmentscheiben, die je nach Einstellung die Ziffern 0 bis 9 auf ein weiteres Zahnrad übertragen, das dann wiederum entsprechende Rechenoperationen auslösen kann. Eine Übertragungskurbel gibt die eingestellten Zahlen in das Rechenwerk ein. Eine Umdrehung nach links ergibt eine Addition, eine Umdrehung nach rechts ergibt eine Subtraktion. Im Umdrehungszähler werden die durchgeführten Umdrehungen gezählt und angezeigt. Das Eingabewerk ist auf einem Schlitten gelagert und lässt sich mit einer Tabulatorkurbel zwischen den Dekaden 1 und 8 gegenüber dem Rechenwerk verschieben. Dadurch sind auf einfache Weise Multiplikationen und Divisionen möglich.

Im Fall von Addition und Subtraktion werden die Ausgangszahlen über das achtstellige Eingabewerk in die Maschine eingegeben und danach die jeweilige Addition bzw. Subtraktion durchgeführt. Bei der Multiplikation wird die Ausgangszahl (Multiplikand) am Eingabewerk eingestellt und danach – so oft wie der Multiplikator es vorgibt – aufaddiert. Somit wird die Multiplikation als fortlaufende Addition umgesetzt. Durch eine intelligente Dekadenverschiebung des Eingabewerkes wird die Zahl der dabei durchzuführenden Rechenoperationen auf ein Minimum reduziert. Die Division wird analog auf die Subtraktion zurückgeführt. In ihrer Realisierung stellen Multiplikation und Division eine Nachbildung der auch heute noch üblichen Form des schriftlichen Rechnens nach. Leibniz’ Idee, Multiplikationen und Divisionen als fortlaufende Additionen bzw. Subtraktionen umzusetzen, stellt bis heute das gängige Grundprinzip des maschinellen Rechnens für beide Grundrechenarten dar.

Parallel zur Staffelwalze entwickelte Leibniz auch die Idee eines Sprossenrades, das die Rechenoperationen in sehr verwandter Weise umsetzt. Beide Lösungsansätze wurden Standardlösungen bei der industriellen Fertigung mechanischer Rechenmaschinen und wurden bis in die siebziger Jahre des zwanzigsten Jahrhunderts verwendet.

Einige kurze Auszüge aus der lesenswerten Biographie „Der berühmte Herr Leibniz“ von Eike Christian Hirsch (C.H. Beck, Neuauflage 2016):

Noch ist die neue Maschine, an der seit drei Jahren gearbeitet wird, nicht weit gediehen. Mit Sorge und mit einigen Hoffnungen lässt Leibniz das kostbare Stück jetzt im Sommer des Jahres 1700 einpacken, damit es auf die Reise nach Helmstedt gehen kann. Es ist das neuere Exemplar, auf dem noch immer seine Hoffnungen ruhen. Angelegt ist es als eine grössere Maschine mit 16 Stellen im Ergebnis, und in ihr stecken einige neue Ideen. Sie ist zweieinhalb Ellen (78 cm) lang, aus Messing und Eisen und hat ein bewegliches Teil, den Schlitten. Nun soll alles weggegeben werden. Der Mechanicus Adam Scherp, ein Geselle für Turmuhren aus Linz, der wohl 1697 mit dem Neubau angefangen hatte, besass kein Talent dafür, arbeitete schludrig und ungenau und war auch nicht unter der Aufsicht des Sekretärs Balthasar Reimers zu Besserem anzuleiten gewesen. Mit dessen Tod war jetzt alles zum Erliegen gekommen.

Doch schon vor zwei Jahren (1698) hatte sich eine neue Hoffnung gezeigt, als sich ein wirklich kluger Kopf, Leibnizens Assistent Rudolf Christian Wagner, der Sache anzunehmen begann. Aber wie es mit guten Leuten ist, gerade (1700) war Wagner nach Helmstedt gegangen und sollte dort Professor der Mathematik werden. Jetzt aber, wie gesagt, wird diese Ruine unter des Erfinders Augen eingepackt, denn Wagner will sich ihrer in Helmstedt auf Dauer annehmen. Ja, er hat dort einen tüchtigen Mechaniker, einen ‹Opifex›, wie so jemand genannt wird, aufgetan, Levin Warnecke. So trennt Leibniz sich 1701 von dem Sorgenkind. In Gottes Namen, möge der Rechenmaschine in der Fremde eine bessere Zukunft beschieden sein! Die Werkstatt ist damit – unter neuer Leitung – nach Helmstedt verlegt. Und viele Jahre lang wird hier an der neuen Maschine gearbeitet werden. Es ist die, die heute in Hannover aufbewahrt wird, die einzig erhaltene. Weil Wagner so tüchtig ist und das Vertrauen von Leibniz hat, bekommt er auch noch die ältere nach Helmstedt geliefert, die eigentlich fertig sein sollte, und überprüft sie. Im Juli 1701 kann er nach Anweisung von Leibniz auf dieser älteren zu rechnen beginnen. Und er stellt immer wieder fest, sie ist weit besser gearbeitet, das neuere Modell aber ist besser erdacht, nur schrecklich angefertigt.

Auch der Opifex Levin Warnecke hat sich inzwischen die neue Maschine genau angesehen, er hat sie gut verstanden, aber er ist entsetzt und will die Kurbel, ein wichtiges Teil, das höchste Anforderungen zu erfüllen hat, lieber neu anfertigen. Leibniz lehnt das ab. Der Aufseher Professor Wagner stellt sich hinter seinen Techniker und klagt am 7. April 1701, diese jüngere Maschine sei so liederlich hergestellt, dass er «gewiss mit allen in diesen Dingen Kundigen beschwören möchte, dass diese Maschine bei einfacher Benutzung nicht einen Monat hätte überdauern können». Nichts an ihr ist im Lot und rechten Winkel, eine windigere Pfuscharbeit kaum denkbar. Der geplagte Levin Warnecke, der an seinem oft betrunkenen Bruder auch keine grosse Hilfe hatte, war genötigt, durch gesetzte Hammerschläge die Winkel zu richten, die Bohrungen mit Sorgfalt passend zu machen und ältere wieder zu ‹verbunzen›.

Nach drei Jahren konnte man mit ihr multiplizieren. Doch wenn man zum Dividieren die Kurbel rückwärts drehen wollte, hat es noch «durchaus nicht gehen wollen, sondern bald an diesem, bald an einem anderen gehangen und gefehlet», meldet Wagner. Meister Levin will immer noch lieber mit einem ganz neuen Modell von vorn anfangen und hätte mit seiner offenkundigen Geschicklichkeit und Sorgfalt gewiss etwas Besseres zustande gebracht. Im April 1704 klappt jedoch selbst bei diesem gestümperten Werk das Dividieren, nur die Zehnerübertragung will bei beiden Rechenarten nicht gut gehen. Das war schon immer die Schwachstelle, sogar beim Addieren wird allzu leicht aus 999 + 1 eine 910. Wagner meldet, das sei so, «weilen die einhorne in die fünfhorne gar zu knapp faßen». Gemeint sind Hebel mit einem Horn oder fünf Hörnern, die diese Zehnerübertragung bewerkstelligen sollten.

Im April 1705 kommt Leibniz selbst nach Helmstedt und sieht nach den Mängeln, im Herbst gibt er Anweisungen zu den Einhörnern und den Fünfhörnern. Bald darauf sind Leibniz' Maschinen vermutlich besonders funktionstüchtig gewesen. Und es war nun ausgerechnet die jüngere, die von Leibniz zwar neu durchdachte, aber doch schlecht gearbeitete Maschine, die exakt funktionierte. Rudolf Christian Wagner konnte Leibniz am 22. Januar 1706 melden: «Auf der Maschine haben wir folgendes Exempel gantz wohl vor und Rückwarts gemacht 12 405 897 x 96 878 532 = 1 201 865 089 503 204 kommet zu product.» Bei dieser Rechnung war die volle Kapazität der Maschine gefordert und sie muss mit all ihren Teilen funktionsfähig gewesen sein. Eine unglaubliche Leistung, auch wenn sie nicht für immer aufrecht zu erhalten war. □

1685 macht Leibniz einige interessante Anmerkungen zum praktischen Nutzen seiner Maschine; dazu nachfolgend einige Auszüge des (ursprünglich lateinischen) Textes:

„Wenn man die Maschine noch bewundernswerter machen wollte, dann kann bewirkt werden, dass die Drehung der Räder und das Vorrücken der Multiplikationsmaschine von Operation zu Operation nicht von Menschenhand zu geschehen brauchte, indem man die Sache von vornherein so einrichtet, dass bei der Maschine alles von selbst läuft. Aber dies würde die Maschine kostspieliger und komplexer machen und ihre Brauchbarkeit wohl nicht erhöhen. [...]

Wie bedeutend die Anwendung dieser Maschine zukünftig sein wird, ist hinlänglich klar, denn die Beseitigung jeglichen Fehlers und aller oder doch fast aller Mühe aus der Zahlenrechnung ist von grossem Nutzen sowohl im Staate, wie in der Wissenschaft. [...] Da jetzt an die Rechenmaschine die letzte Hand angelegt ist, so darf man annehmen, dass sie allen erwünscht sein wird, die mit Berechnungen zu tun haben, wozu bekanntlich Finanzverwalter, Sachwalter, Kaufleute, Feldmesser, Geographen, Seeleute, Astronomen gehören, und was von Fachleuten sonst der Mathematik bedarf. [...]

So können nun ohne grosse Mühe die alten geometrischen und astronomischen Tafeln verbessert und neue aufgestellt werden. [...] Der Fleiss der Astronomen wird sicherlich durch keine Mühsal stärker auf die Probe gestellt, als die des Rechnens. Dies hindert sie an der Aufstellung und Verbesserung von Tafeln, an der Anlage von Ephemeriden, am Ausarbeiten von Hypothesen und am Zusammenführen ihrer Beobachtungen. Tatsächlich ist es ausgezeichneter Männer unwürdig, ihre Zeit mit sklavischer Rechenarbeit zu verlieren, die mit Anwendung der Maschine ohne Besorgnis jedem Beliebigen übertragen werden könnte.“

Der letzte Satz nochmal im Original auf Latein: „Indignum enim est excellentium virorum horas servili calculandi labore perire; qui[a] Machina adhibita vilissimo cuique secure transcribi posset.“ In etwas freierer Übersetzung: „Es ist unwürdig, die Zeit von hervorragenden Leuten mit knechtischen Rechenarbeiten zu verschwenden, weil bei Einsatz einer Maschine auch der Einfältigste die Ergebnisse sicher hinschreiben kann.“

Hier das **lateinische Original** der vorherigen Textauszüge aus dem Manuskript „*Machina arithmetica in qua non additio tantum et subtractio sed et multiplicato nullo, divisio vero paene nullo animi labore peragantur*“ von 1685:

Si machinam admirabiliorem reddere vellemus, posset effici, ut necesse non sit circumagi ab homine rotas promoverive machinam multiplicatoriam de operatione in operationem: rebus ab initio ita consititutis, ut omnia sponte machinae fluant. Verum haec machinam redderent ut sumtuosiorem et magis implicatam, ita ad usum fortasse nihilo meliorem. [...]

Porro quanti usus haec machina futura sit, satis patet, nam errorem molestiamque omnem aut paene omnem a calculo numerorum ademisse magnae est in Re publica pariter et litteraria utilitatis. [...] Sed ut nunc Machinae Arithmeticae ultima manus imposita est, ita eam credibile est gratam omnibus fore, qui rationibus subducendis occupantur quales esse rerum fiscalium procuratores, rerum alienarum administratores, mercatores, mensores, geographos, nautas, astronomos, et quicquid artificum Mathematicis artibus indiget, apud omnes constat. [...]

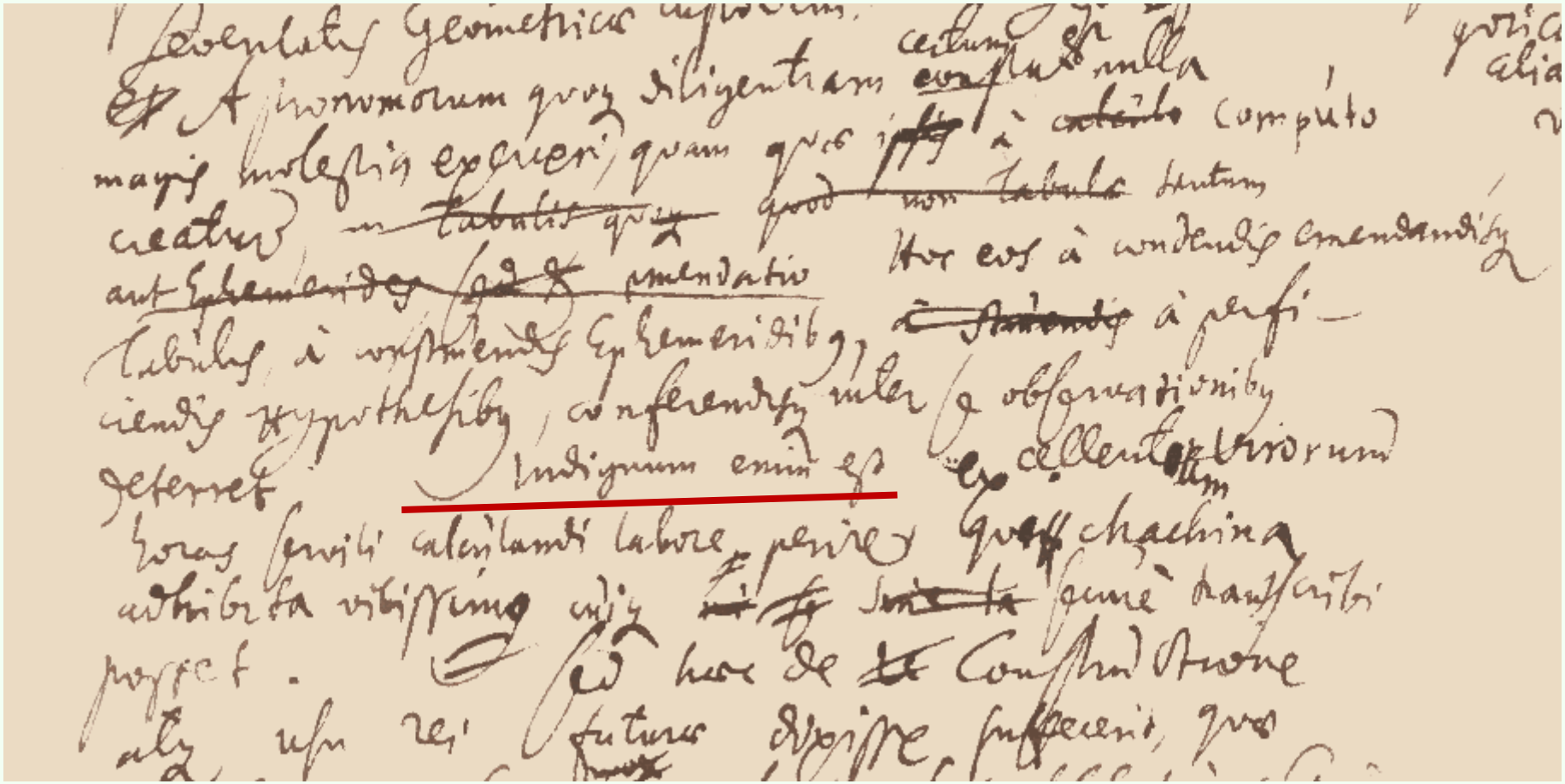
[…] poterunt iam non magno labore Tabulae tum Geometricae tum Astronomicae veteres emendari, novaeque construi [...] Astronomorum quoque diligentiam certum est nulla magis molestia exerceri quam quae a computo creatur. Hoc eos a condendis emendandisque tabulis, a construendis Ephemeridibus, a perficiendis Hypothesibus, conferendisque inter se observationibus deterret. Indignum enim est excellentium virorum horas servili calculandi labore perire; qui[a] Machina adhibita vilissimo cuique secure transcribi posset.

1897 veröffentlichte Wilhelm Jordan (1842-1899), seinerzeit Professor der Geodäsie und praktischen Geometrie an der Technischen Hochschule Hannover, in der von ihm herausgegebenen „Zeitschrift für Vermessungswesen“ einen Beitrag „Die Leibniz‘sche Rechenmaschine“. Damit machte er das hier ausschnittsweise wiedergegebene Manuskript von Leibniz publik. Wilhelm Jordan schreibt u.a.:

„Endlich aber haben wir einen ersten Versuch und Anfang gemacht, die in der Königlichen Bibliothek zu Hannover befindlichen Originalhandschriften von Leibniz – d.h. noch gänzlich ungehobene Schätze – ans Tageslicht zu bringen. Nach einer am 20. November 1896 unter gütiger Erlaubniss und Hülfe des Herrn Bibliothekars Geheimen Rathes Bodemann vorgenommenen ersten Durchsicht handelt es sich um […] verschiedene Concepte, die Rechenmaschine betreffend mit Handzeichnungen. Auf unsere Veranlassung hat nun Herr Richard Jordan, stud. phil. einen ersten Versuch mit dem […] Manuscripte gemacht, dasselbe zunächst abgeschrieben (unter theilweiser Unterstützung von Herrn Bibliotheksbeamten Dr. Meyer) und dann übersetzt.“

(Richard Jordan, 1877-1925, Sohn von Wilhelm Jordan, wurde später Professor für Anglistik in Jena.)

Ein Ausschnitt des lateinischen Manuskripts mit dem Schlüsselsatz „Indignum enim est…“:
…Astronomorum quoque diligentiam certum est nulla magis molestia exerceri quam quae a computo creatur. Hoc eos a condendis emendandisque tabulis, a construendis Ephemeridibus, a perficiendis Hypothesibus, conferendisque inter se observationibus deterret. ***Indignum enim est*** *excellentium virorum horas servili calculandi labore perire; qui[a] Machina adhibita vilissimo cuique secure transcribi posset…*



Rechnen mit der lebendigen Rechenbanck...

...welches dann vor Rechen-Cammern, Contoirs, Meß=Kunst, Fortification, Schiffart, ja ganze Mathesin und Mechanick, auch Commercien, undt Financen, einen unglaublichen nuzen haben, die Menschliche Arbeit darinn auff die Helffte mindern, auch so gar unnöthige Menge der dazu brauchenden Personen und viele Gagen ersparen kan. Zu geschweigen wie allerhand Tabulae in obgedachten Scientien, einmahl vor allemahl zu erleichterung Menschlicher arbeit, dergestalt durch dazu bestelte Leüte auszurechnen, da sonsten bekand, daß in den Tabulis Logarithmorum, so ein herrliches werck, unterschiedene dazu besoldete Personen über 20 Jahr zubracht.

Von programmgesteuerten Rechenmaschinen, also Computern, ahnte Leibniz noch nichts. Aber dass das automatische Rechnen beim Militär, in der Wirtschaft und bei den Banken relevant werden wird und ein grosses Rationalisierungspotential besitzt, das war Leibniz schon klar. Er schreibt aber auch zu seiner eigenen Maschine: *Non est facta pro his qui olera aut pisculos vendunt.*

Nicht für die gemacht, die Gemüse oder Fisch verkaufen!

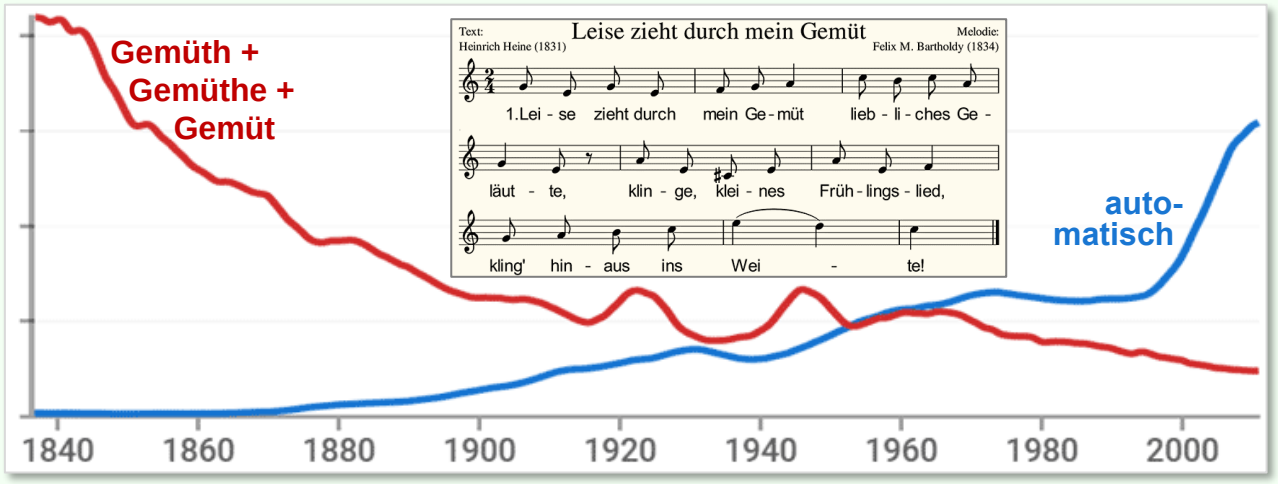
Ohne Arbeit des Gemüths

Eine der Subtilsten Inventionen so von Menschen gesehen worden, ist meine Machina Arithmetica so man in den beyden konigli-chen Societäten zu London und Paris admiriret, da man doch nur die würckung in dem Schlechten Modell gesehen; wenn ich aber einmahl gelegenheit habe Handwercks leute zu halten, will ich deren etli-che in Vollkommenheit vor großer Herren kammern und observatoria machen laßen, ein kind kann darauff die schwehrsten Exempel multipliciren und dividiren, und geschicht alles gleichsam in einem augenblick ohne arbeit des gemüths. Und große Zahlen werden eben sobald fertig als kleine. Ist treflich ganze tafeln auszurechnen, dienet aber sonderlich als ein ***Specimen der Menschlichen gemüthskraffte dadurch zu wege zu bringen daß eine Machina rechnen kan****, welches sonsten proprium hominis gehalten worden.*

Vom Gemüthe

Bei Leibniz ist oft vom „Gemüth“ und der menschlichen „Gemüthskraft“ die Rede; das Rechnen mit der Maschine solle z.B. ohne Arbeit und Mühe des Gemüths von sich gehen – wir würden heute eher von „geistiger Anstrengung“ sprechen oder lieber gleich sagen, dass der Vorgang „automatisch“ abläuft. Das Wort „automatisch“ ist allerdings erst ab dem späten 18. Jahrhundert gebräuchlich (gebildet entsprechend dem französischen „automatique“).

Bis zur Rechtschreibreform 1901 schrieb man noch „Gemüth“ oder „Gemüthe“, seither „Gemüt“. Der Begriff, der heute eher ungewöhnlich ist und oft nur noch in Redewendungen (z.B. „ein sonniges Gemüt haben“) auftaucht, bezeichnete die Gesamtheit der geistig-seelischen Kräfte sowie die inneren Empfindungen und Gedanken, was je nach Kontext auch durch Begriffe wie „Seele“, „Psyche“, „Geist“, „Wesensart“ oder „Denkvermögen“ umschrieben werden kann; letzterer erfasst am ehesten die hier von Leibniz intendierte Bedeutung, auch wenn sonst oft mit „Gemüt“ weniger das denkende Bewusstsein (*ratio*) als die „fühlende Seele“ (*anima*) gemeint ist.



Es gibt Dinge, die die Gemüter bewegen; die Gemüter können sich dann erregen oder erhitzen – aufgebrachte Gemüter sollte man besänftigen. Einige sollen ein zartes, kindliches Gemüt haben, andere ein Gemüt wie ein Veilchen oder sogar wie ein Fleischerhund. Es gibt einfache Gemüter und Gemütsmenschen, man hat einen Gemütszustand und befindet sich in einer Gemütslage. Man kann es sich gemütlich machen und sich etwas zu Gemüte führen; manches kann aber auch auf das Gemüt schlagen, wovon man gemütskrank werden kann.

Gänzlich ohne Arbeit des Gemüths und niemahlen fehlen:

Das Motiv für die mechanischen Rechenmaschinen war für Leibniz nicht so sehr die pure Beschleunigung des Rechnens (die Benutzung der Maschinen war ja auch noch relativ aufwändig), sondern lag eher philosophisch in der Entlastung von der Mühsamkeit des Denkens beziehungsweise in der Faszination der Automatisierung geistiger Tätigkeiten – „quo multiplicatio ac divisio fieri potest solo rotae cujusdam circumactu, nullo prorsus animi labore“ („wodurch Multiplikation und Division allein durch eine gewisse Drehbewegung, gänzlich ohne Geistesarbeit, stattfinden kann“). Er bemerkt allgemein, es sei unwürdig, die Zeit von hervorragenden Leuten mit knechtischen Rechenarbeiten zu verschwenden, weil mit dem Einsatz einer Maschine auch der Einfältigste die Ergebnisse sicher hinschreiben könne.

Später, nach Leibniz, kam (etwa bei Charles Babbage) noch ein weiteres wichtiges Motiv hinzu: Die Korrektheit bzw. deutlich geringere Fehlermöglichkeit beim mechanischen Rechnen gegenüber dem manuellen Rechnen. Jacob Leupold (1674–1727), ein in Leipzig wirkender „Mechanicus“, schreibt schon 1727 in seinem „Theatrum arithmetico-geometricum“, einer mehrbändigen enzyklopädischen Beschreibung des seinerzeitigen Standes der Ingenieurskunst und Technikwissenschaften: „Und obwohlen bey der Arithmetic vielen die Rechen-Machinen vor etwas überflüßiges und nicht allzunützliches scheinen dürfften, [...] so mögen selbige dargegen wohl erwegen, daß solche Machinen bey der Operation in Berechnung des Exempels niemahlen fehlen und folglich man wegen der gesuchten Zahl gewiß seyn kan, da man sonst immer, bis das Exempel probiret, in Zweiffel stehen muß, ob auch recht gerechnet.“ Generell bewundert Leupold die Rechenmaschine von Leibniz; er schreibt in seinem Traktat „Figur und kurze Beschreibung der curieusen Rechenmachine des Herrn von Leibnitz“: „Der Gebrauch ist demnach so bequem, sonderlich in der Multiplication und Division, und erfordert die Sache einerley Zeit, es mag auch die Zahl klein oder gross seyn, wenn sie nur nicht, wie schon gedacht, die Einrichtung der Machine übertrifft. Auch ist ganz klar, dass darzu kein Nachdenken erfordert werde, sondern mit Recht nur ein Kinderspiel zu nennen.“

Nett liest sich auch Leupolds etwas wehmütige Bemerkung zum unklaren zukünftigen Schicksal der Rechenmaschine von Leibniz, welcher erst wenige Jahre zuvor verstorben war: „... der Herr von Leibnitz so vielmahls mit denen Mechanicis unglücklich gewesen, daß solche Machine [...] niemahls nach seinen Angeben und Propos gerathen [...] Bald darauf aber ist der Herr von Leibniz verstorben, und weil die Erben kein Geld darzu mehr hergeben [...] ist das Werck nun gantz liegen blieben, wie weit es also damit kommen, kan eben nicht sagen."

Der fürstliche Hofprediger, Astronom und Mathematiker Gottfried Teuber aus Zeitz, der von Leibniz mit dem Bau eines neuen Modells der Maschine beauftragt war, schreibt ein Jahr nach dessen Tod in der Leipziger „Gelehrten Zeitung": „Die Machina Arithmetica, so allhier in Zeitz unter meiner Direction hat sollen verfertiget werden, ist curieux im Gebrauch. Alle Species Arithmeticae, können dadurch aufs geschwindeste und sicherte absolvirt werden. [...] Der Hr. von Leibnitz hat sehr viel Jahre mit grossem Kosten an dieser Machina arbeiten lassen; erst zu Hannover da sie aber nicht zu Stande gekommen: zum andern hier zu Zeitz, es ist aber eben so gangen, denn die Einrichtung eine grosse Accuratesse erfordert: die dritte wurde einem geschickte Mechanico allhier übergeben und committirte Er mir solche nach bestem Vermögen es möchte kosten, was es wolte, einrichten zu lassen: Allein dessen unverhoffter Todt hat gleich beym Anfange solche hinzulegen verursacht und ist immer Schade, daß eine so schöne Invention ins Stecken gerathen und wohl gäntzlich liegen bleiben muß."

Tatsächlich geriet die Leibniz'sche Rechenmaschine danach fast in Vergessenheit und blieb lange verschollen. Erst 1876 wurde sie auf dem Dachboden der Universität Göttingen wiederentdeckt. In den Jahren 1894 bis 1897 wurde sie auf Betreiben des Geodäten und Mathematikers Wilhelm Jordan durch den Rechenmaschinenfabrikanten Arthur Burkhardt in Glashütte in Sachsen untersucht, restauriert und ein Gutachten darüber erstellt. In diesem Gutachten von 1897 heisst es u.a.: „Nachdem der Verschlußtheil des Schaltwerks entfernt war, purzelten mir alle Stelltriebe

mit den Zahlenscheiben entgegen. Sie waren nur in dem Verschlußkasten und dem Rahmen gelagert. Ich versuchte sie sofort wieder an ihre Stellen zu bringen, was nur mit schwerer Mühe gelang [....] Traurig wackelnd, ohne jeden festen Halt, hingen die Schaltwalzen auf den Wellen, deren Vierecke [...] etwas zweifelhafter Natur waren.“

N.J. Lehmann erläutert 1967 in seiner Vorlesung „Maschinelle Rechentechnik“ die Von-Neumann-Architektur an der Kreidetafel

Nikolaus Joachim Lehmann (Bild: de.wikipedia.org)

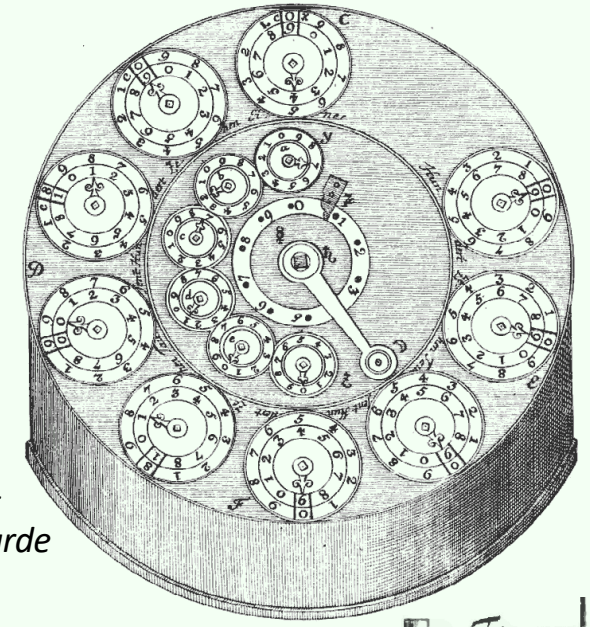
N. Joachim Lehmann (1921 – 1998, DDR-Informatikpionier, ab 1953 Professor an der TU Dresden), der Ende der 1980er-Jahre einen voll funktionsfähigen Nachbau der Leibniz-Maschine erstellte, merkt an, dass nicht nur die noch nicht ausreichend gute Fertigungstechnik der damaligen Zeit ursächlich für die Schwierigkeiten beim Bau der Maschine waren, sondern auch das fehlende Bewusstsein bei Leibniz für die Ingenieurskunst und die „mangelhafte Zusammenarbeit zwischen Erfinder und seinen Mechanikern. Hierzu ist der Briefwechsel zwischen Leibniz und seinen Werkmännern, die an seiner Maschine arbeiteten, sehr aufschlussreich. Zusammen mit den Manuskripten zum Gegenstand lassen sie die Gründe für die beim Aufbau ständig vorgekommenen Schwierigkeiten sehr deutlich erkennen. Infolge der oft nur brieflich und sogar über Mittelsmänner an seine Werkmänner geleiteten Anweisungen mussten diese eigentlich den gesamten Konstruktionsprozess allein auf sich gestellt bewältigen. Die seltenen (und nicht sehr klaren) Skizzen enthielten kaum Maßangaben und die Bearbeiter konnten daraus bestenfalls das Arbeitsprinzip entnehmen. Sie mussten danach selbst konstruieren, Materialfragen entscheiden und konnten erst dann fertigen. Von Leibniz wurde die Bedeutung der Ingenieurarbeit völlig unterschätzt.“

[N.J. Lehmann: Schickard und Leibniz als Erfinder von Rechenmaschinen, zweites Tübinger Schickard-Symposion, 1992]

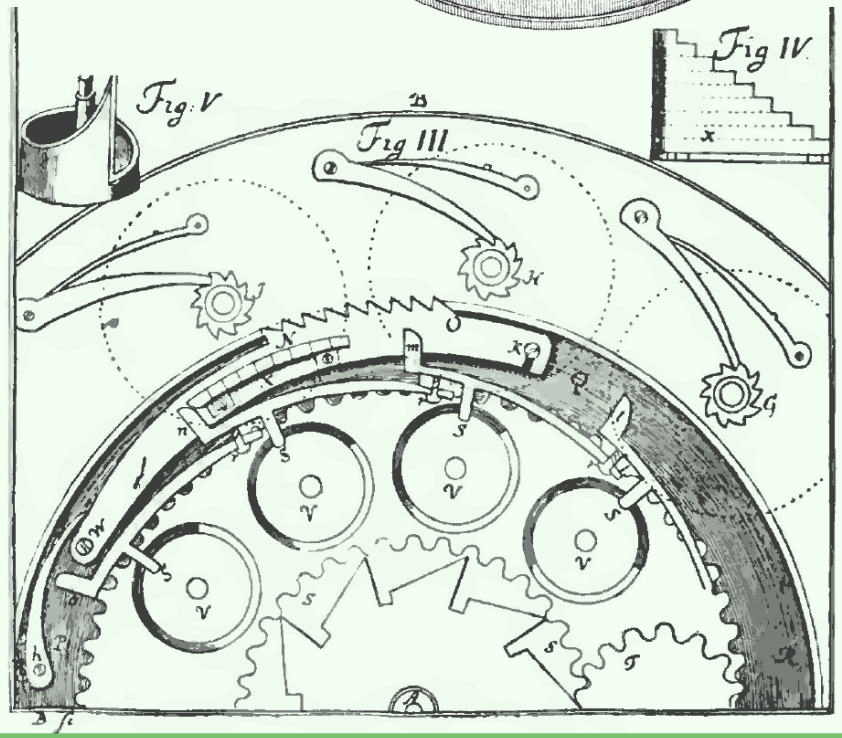
Einschub: Mechanische Rechenmaschinen in späteren Jahren

Nach Leibniz' Tod versuchten Zeitgenossen, aufbauend auf seiner Arbeit, ähnliche Rechenmaschinen zu bauen. So auch der oben erwähnte Mechanicus Jacob Leupold, der in Leipzig eine „Mechanische Fabrique" führte und allerlei mechanische Apparate wie Luftpumpen, Dampfmaschinen, Feuerspritzen, Messinstrumente etc. erfand und fertigte. Er studierte Leibniz' Rechenmaschine genau und machte sich dann ans Werk, eine eigene „Leupoldische curieuse und ganz neue Rechen-Machine" zu konstruieren:

„Nachdem ich vor mehr als zwantzig Jahren gelesen, daß man Rechen-Machinen erfunden, so ist mir gleichfals der Appetit hierzu ankommen, solche nicht allein zu sehen, sondern auch wohl selbst zu erfinden. [...] habe zu inventiren angefangen, und nach und nach in die vier bis fünff Arthen heraus gebracht, die ich auch so weit ins Werck gerichtet, daß ich deren Effect unterschiedlichen Freunden zeigen konte. Wie nun aber bey der ersten sowohl als bey der andern und dritten Verfertigung mir alsdenn immer wieder etwas bessers und compendieusers eingefallen [...]."



1727: Gesamtsicht und Detail der Maschine von Jacob Leupold, die jedoch nicht fertiggestellt wurde



Im Laufe des 18. Jahrhunderts konstruierten einige Gerätebauer, Mechaniker und Uhrmacher wie Anton Braun (1686–1728), Philipp Matthäus Hahn (1739–1790), Johann Helfrich Müller (1746–1830) und Charles Stanhope (1753–1816) „alltagstaugliche“ Vierspezies-Rechenmaschinen, die oft auf Ideen von Leibniz und Leupold beruhten. Allerdings waren diese Maschinen echte Meisterstücke und noch zu diffizil, als dass sie in einer Manufaktur durch Handwerksgesellen serienmässig hergestellt werden konnten.

Die „Rechnungmaschine“ von P. M. Hahn mit 11 Stellen, Durchmesser 26.5 cm, Höhe 11 cm; die Staffelwalzen stehen senkrecht im Kreis [Bild: Wikipedia]

Bekannt wurde vor allem der Württembergische „Mechaniker-Pfarrer“ Philipp Matthäus Hahn, der für seine Uhrmacherwerkstatt Brüder und Söhne anstellte und neben Rechenmaschinen auch aufsehenerregende „Himmelsmaschinen“ baute, die den Gang der Erde, der Sonne, der Planeten und der Sterne simulierten. Der Schriftsteller Heinrich Sander (1754 – 1782) berichtet von einer Besichtigung der Rechenmaschine: „Nachmittags war ich erst in Kornwestheim beim Herrn Pfarrer Hahn, seine Rechenmaschine und sein Sonnensystem zu besehen. Er hat eine artige kleine Frau, die ohne Prätension den Fremden alles zeigt, und die Kunstnamen wohl inne hat. Ins Innere des Kästchens läst er nicht sehen; es ist voller Räder. Oben sieht man nichts als emaillirte Zifferblätter. Man dreht eine Kurbel herum, wie an der Kaffeemühle. Die Frau machte Proben von allen 5. Rechnungsarten, wie ich sie ihr aufgab.“

Im August 1774 kam sogar der bekannte Zürcher Pfarrer und Autor Johann Caspar Lavater (1741 – 1801) zu Besuch zu Philipp Matthäus Hahn nach Württemberg und liess sich dessen mechanische Erfindungen zeigen. Vor allem von der Rechenmaschine war er äusserst beeindruckt, wusste er doch von den jahrelangen Mühen von Leibniz um eine praxistaugliche Maschine. Er schrieb in seinem Tagebuch: „Wir besahen die unbegreiflich wunderbare und unbegreiflich simple Rechnungsmaschine, [...] worauf alle erdenklichen Rechnungen gemacht werden können.“ Zu einem anderen Besuch notierte er: „Wir [...] besahen die astronomische Wunderuhr, an der er arbeitete. [...] Er zeigte uns [...] viel von seiner Rechnungsmaschine, die geht auf tausend Trillionen, worauf sich alle mögliche Fälle mit allen möglichen Brüchen berechnen laßen. [...] Ist Leibnitzens zehnjährlichen Bemühungen unmögliche Maschine ins Werk gesetzt und zehnmal vollständiger.“

www.weltderfertigung.de/archiv/jahrgang-2014/ausgabe-august-2014/758183a35d117b8a0/l001.jpg

Detail der Rechenmaschine von P. M. Hahn

Die Rechenmaschine von Johann Helfrich Müller (1746 – 1830)

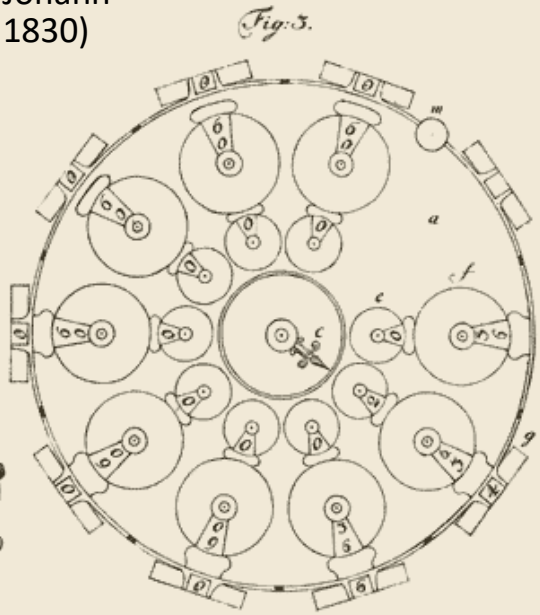


Abb. aus: J. H. Müller's, Fürstl. Hessen-Darmstädt. Ingenieurhauptmanns, Beschreibung seiner neu-erfundenen Rechenmaschine, nach ihrer Gestalt, ihrem Gebrauch und Nutzen. /

Herausgegeben und mit einer Vorrede begleitet von Ph. E. Klipstein, 1786

1820 erhielt Charles Xavier Thomas aus Colmar ein Patent für seine Rechenmaschine, das Arithmometer. Laut Patentschrift soll das Gerät dazu dienen, „dem Gedächtnis bei allen arithmetischen Operationen abzuhelfen.“ Die Maschine war für die vier Grundrechenarten konzipiert und funktionierte, wie schon die Maschine von Leibniz, mit Staffelwalzen.

https://blog.hnf.de/wp-content/uploads/2020/09/ArithmoPortugal.jpg

18 *novembre* 1820,

BREVET D'INVENTION DE CINQ ANS,

Pour une machine ou appareil appelé *arithmomètre*, propre à suppléer à la mémoire dans toutes les opérations d'arithmétique,

Au sieur Charles-Xavier Thomas, de Colmar, directeur et fondateur de la Compagnie du Phénix, à Paris.

Description de l'appareil.

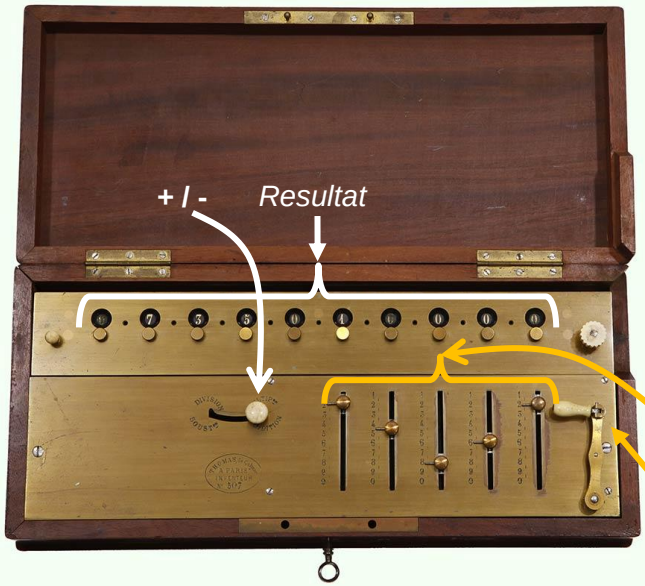
Deux plaques de cuivre, fig. 5e. et 6e., *Pl.* 29e., assemblées par quatre colonnes, forment la cage principale, dans laquelle sont renfermés trois systèmes de mouvement, celui du multiplicateur, celui du multiplicande et enfin celui des retenues.

A l'extérieur de cette cage et au revers de la plaque, fig. 5e., est adaptée une seconde cage, fig. 2e., appelée *chariot*, parce qu'elle se meut de droite à gauche, et réciproquement, traînant avec elle tout son système de mouvement. Ce chariot renferme des cadrans montés sur des arbres à pivots, sur lesquels sont gravés des chiffres pour indiquer les résultats des opérations.

Das oben abgebildete Exemplar wurde 1852 gefertigt; es war ein Geschenk an König Ferdinand II. von Portugal aus dem Hause Sachsen-Coburg-Saalfeld, der Portugal von 1837 bis 1853 regierte. Es befindet sich jetzt im Heinz Nixdorf MuseumsForum in Paderborn.

www.ozy.com/true-and-stories/when-u-s-income-tax-was-illegal/85942/

Mit dem Thomas-Arithmomètre fand dann ab ca. 1850 eine Art Serienfertigung von Rechenmaschinen statt; ca. 100 dieser Geräte wurden jährlich gefertigt. Dabei verbesserte und veränderte Thomas seine Maschine laufend. Tatsächlich erhielt Thomas sein Patent auf die Maschine bereits 1820, und die frühen Modelle waren vermutlich kaum besser für die Praxis geeignet als die oben erwähnten Maschinen des 18. Jahrhunderts. (In der Zeitschrift „English mechanic and world of science“ hiess es 1889 z.B.: „I have found that with hard wear the French machine soon gets out of order, owing, no doubt, to the parts being made of soft yellow brass and not being cut out of the solid.“) Allerdings nahm durch die fortschreitende Industrialisierung der Bedarf an „Rechenleistung“ durch menschliche Rechner in einem Masse zu, dass sich die Unterstützung durch Rechenmaschinen, selbst wenn diese unzulänglich waren, in ökonomischer Hinsicht „rechnete“. Sodann kam Thomas zugute, dass nach und nach eine Nutzergemeinde entstand, die laufend Hinweise zu Verbesserung seiner Maschinen lieferte.



Thomas-Arithmometer, ca. 1863 (Sammlung „Sternwarte“, ETH Zürich)

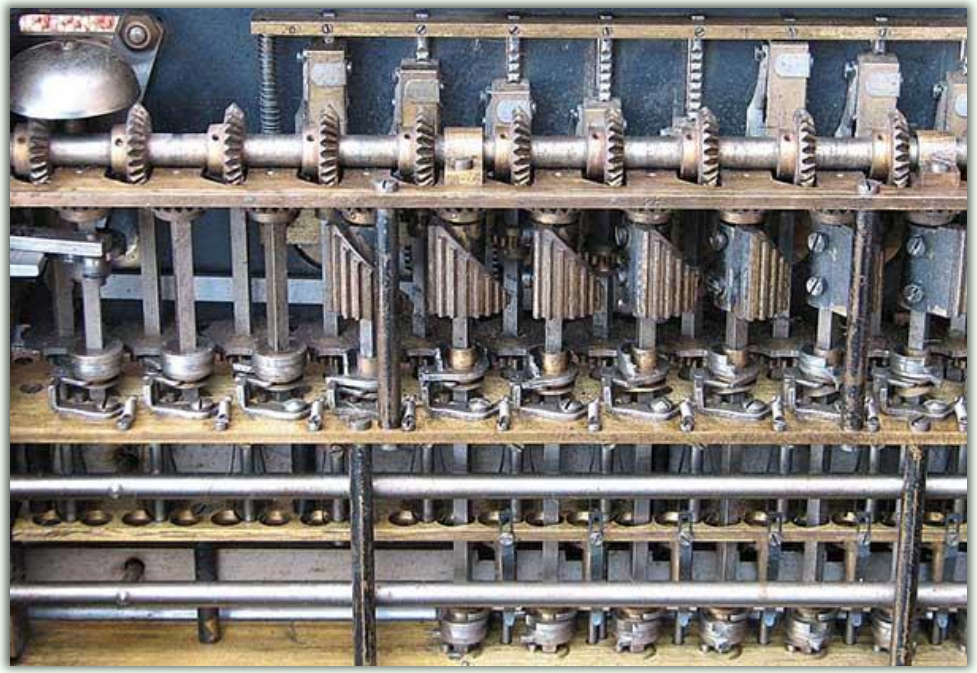
In Deutschland startete die Serienfertigung von Rechenmaschinen ab ca. 1885 in der sächsischen Kleinstadt Glashütte im Erzgebirge, die bereits eine Uhren- und feinmechanische Industrie besass. In einer dieser Firmen begann der frisch diplomierte Maschineningenieur Curt Dietzschold 1876 mit der Entwicklung einer Rechenmaschine. Dietzschold verliess zwar 1879 Glashütte schon wieder (er wurde Direktor der Uhrenfachschule in Karlstein / Niederösterreich), konnte vorher aber seinen Studienfreund vom Karlsruher Polytechnikum, Arthur Burkhard, gewinnen. Er schrieb ihm: „Offen gestanden, ich dachte Dir die konstruktive Durchbildung der Rechenmaschine zu überlassen, und würde es sich dabei zeigen, ob du für diesen Mechanismus gebaut bist. Es gibt nichts Schwereres und Raffinierteres als diesen Apparat, aber ein Bildungsmittel der Getriebelehre wie kein zweites.

Ich glaube aber, daß Du Dich leicht hineinfinden würdest.“ Die von Dietzschold konzipierte Rechenmaschine bewährte sich allerdings in der Praxis nicht, und so ging Burkhardt einen anderen Weg: Er analysierte die Maschine von Thomas bezüglich ihrer Vor- und Nachteile und entwickelte aus diesen Erkenntnissen heraus eine verbesserte Variante. Bald entstanden in Glashütte mehrere Konkurrenzunternehmen, teils gegründet von ehemaligen Angestellten Burkhardts. So entstand 1890 z.B. die Firma, die sich ab 1912 „Glashütter Rechenmaschinen-Fabrik Archimedes“ nannte, und 1895 die „Glashütter Rechenmaschinen-Fabrik Saxonia“.

Burkhardt-Arithmometer [https://web.saechsisches-industriemuseum.com]

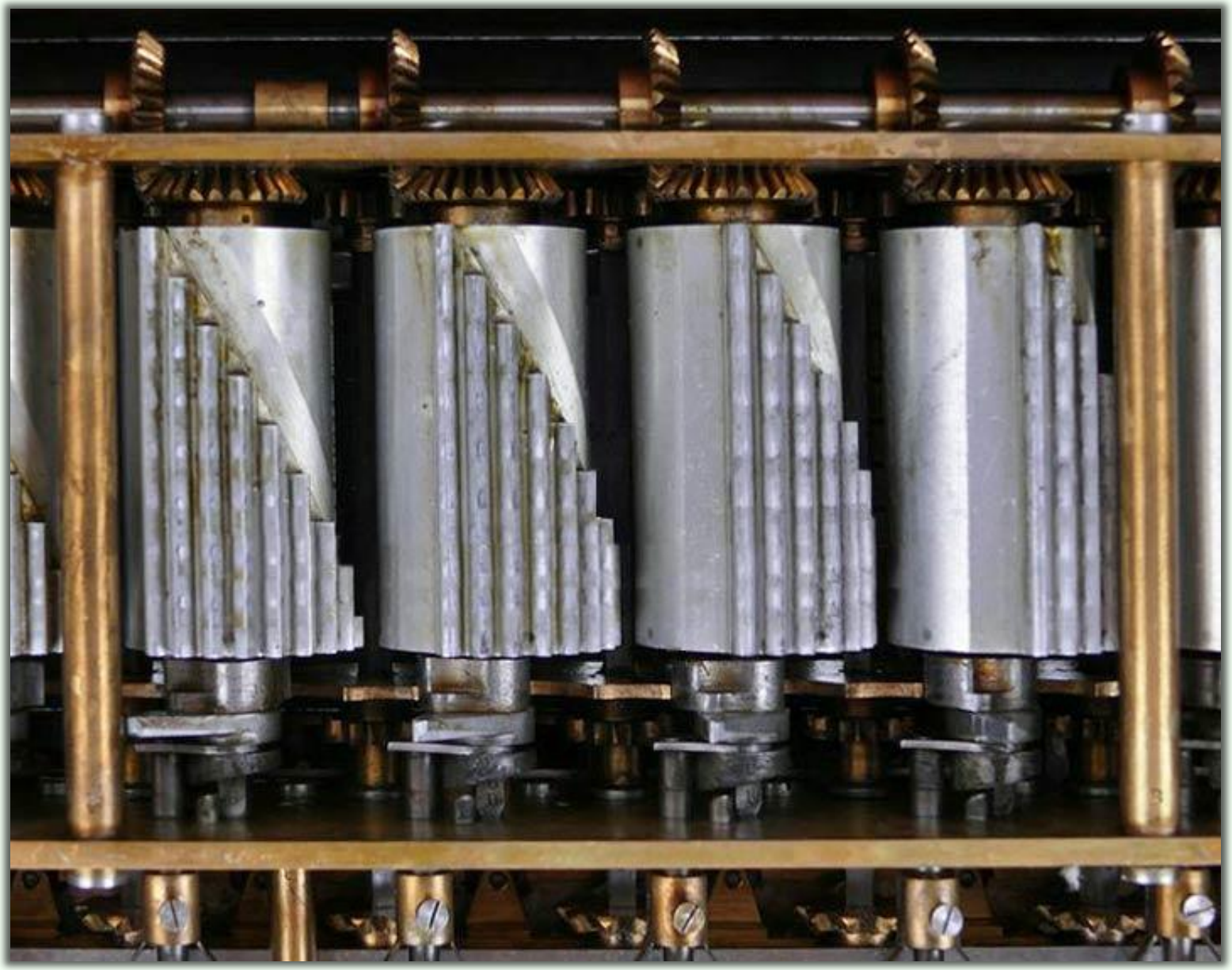
Wie noch 1872 die Brauchbarkeit der damaligen Rechenmaschinen und der Wunsch nach besseren Möglichkeiten eingeschätzt wurde, wird durch eine Notiz deutlich, die in „The Manufacturer and Builder“ [Vol. 11, p. 264] erschien (dabei entsprechen 5 $ im Jahr 1872 heute gut 100 $): „If a reliable calculating machine could be manufactured to retail at a low price, say five dollars, with which addition, subtraction, multiplication, and division could be done, it would no doubt find a ready-sale, as all go-ahead business men want such a time-saver. In all wholesale establishments; in banks, government offices, commercial houses, publishing companies, etc., an easily operated calculating machine, simple in construction, reliable in operation, not easily deranged, and substantially made, would be a great desideratum.

In looking over the models of calculating machines in the Patent Office last month, we saw none that answered the above description. Some of them were so complicated that it would take an engineer to run them, and a watch-maker to keep them in order, while others were evidently designed by men who knew nothing, practically, of the working of machinery; they having employed small wooden cams operating without friction rollers on sliding rods which would always stick fast; or, in other cases, strings were used to pull on wheels weighted on one side, and expected to return to their proper position by the action of gravitation, but which they never did, owing to friction, for which the inventor had made no allowance. Finally, every machine was out of order, and gave arithmetical results that would bankrupt the most successful business man in two turns of the handle.“



Archimedes Modell C, gefertigt ab 1913, mit Blick auf das Innere mit den Staffelwalzen.

Bild oben: http://deerbe.com, unten: www.glashuetteuhren.de



Detailansicht der Staffelwalzen bei der Archimedes C. [www.wehrtechnikmuseum.de]

4-Spezies Saxonia-Rechenmaschine von 1895 aus Glashütte. Sie konnte mit einem halbkreisförmig über ausklappbare Seitenscharniere geführten Rolldeckel verschlossen werden und sah dann aus wie ein Brotkasten. [web.saechsisches-industriemuseum.com]


Ansicht der Rechenmaschinenfabrik in Glashütte

Die Situation änderte sich bald darauf durch die Rechenmaschine des schwedischen Mechanikers Willgodt Odhner (1845 – 1905), der in St. Petersburg in der Maschinenfabrik von Ludvig Nobel (dem älteren Bruder von Alfred Nobel) angestellt war und dort Thomas-Arithmometer reparierte. Dies brachte ihn um 1871 auf die Idee einer besseren Rechenmaschine. In der St. Petersburger Zeitung erschien im September 1875 eine erste Notiz („Eine neue Rechenmaschine") zu seinen Bemühungen: „Wir hatten Gelegenheit, eine Rechenmaschine ganz neuer Konstruktion kennen zu lernen und uns von ihrer praktischen Anwendbarkeit zu überzeugen. Die uns von ihrem Erfinder vorgestellte Maschine ist ein elegant gearbeitetes Kästchen von dem Umfang eines kleinen Cigarrenkistchens. Auf den Mechanismus können wir nicht wohl eingehen, wir dürfen aber konstatiren, dass in unserer Gegenwart Exempel aus allen vier Species mit grosser Schnelligkeit und Genauigkeit ausgeführt wurden. Der Erfinder ist jetzt mit Herstellung einer Maschine beschäftigt, die alle möglichen Berechnungen in den Grenzen von 999 999 999 auszuführen im Stande sein wird."

Die Entwicklungsarbeit von Odhner dauerte zwar noch viele Jahre, zahlte sich aber letztendlich aus. Die Serienproduktion begann 1890. Im Vorwort zur Gebrauchsanweisung seiner Maschine schreibt Odhner: „Das Bedürfniss, nach einem einfachen, sicheren und billigen Apparat, mit Hülfe dessen unsere Zahlenrechnungen ausgeführt und controllirt werden können, ist ein längst

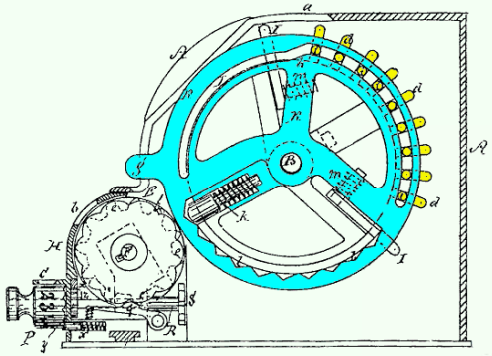
empfundenes. Viele, teils für allgemeine, teils für spezielle Rechnungszwecke eingerichtete Apparate wurden bereits hergestellt. Von allen diesen Maschinen jedoch fand nur eine, der von dem Elsässer Thomas 1820 construirte sogenannte ‚Arithmometer', im praktischen Rechenwesen Anwendung. Indess blieb, der complicirten Construction und des hohen Preises wegen, seine Verbreitung eine sehr beschränkte.

Odhners Rechenmaschine

http://ids.si.edu/ids/deliveryService?id=NMAH-2004-62702

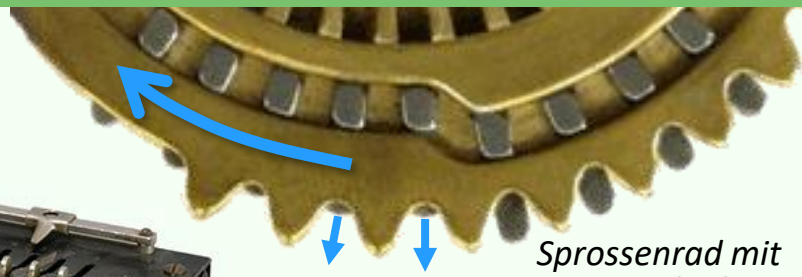
Nach 15-jähriger Arbeit und stetigen Verbesserungen, gelang es mir endlich einen Apparat herzustellen, der seinen Vorgängern gegenüber sehr wesentliche Vorzüge besitzt, die mich hoffen lassen, dass er allen gerechten Forderungen genügen und mit der Zeit in keinem grösseren Geschäfte fehlen wird."

Odhners Rechenmaschine wurde ein Erfolg. Etwa 23000 Exemplare wurden hergestellt, bis die Fabrik nach der Russischen Revolution 1918 schliessen musste und die Produktion nach Göte-

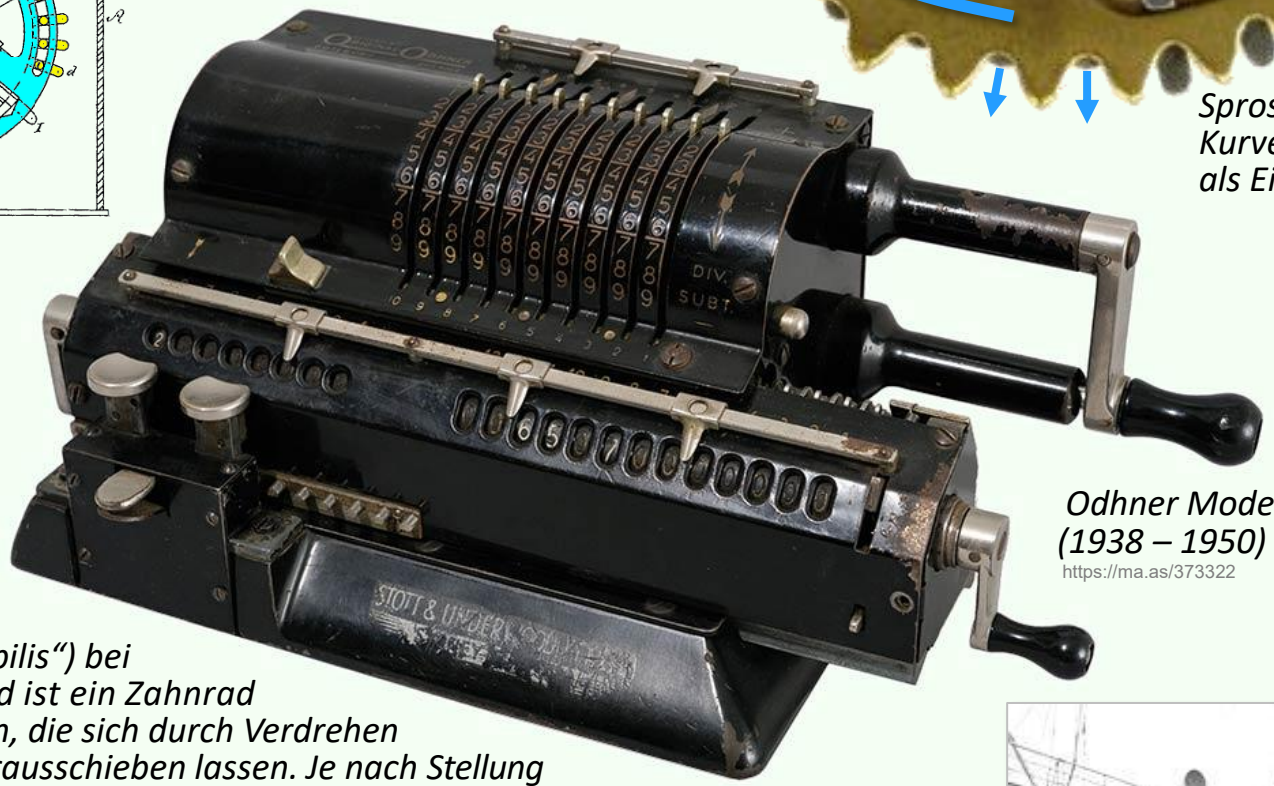


Sprossenrad aus dem Patent von Odhner.

Sprossenrad („dens mobilis“) bei Leibniz. Ein Sprossenrad ist ein Zahnrad mit beweglichen Zähnen, die sich durch Verdrehen einer Kurvenscheibe herausschieben lassen. Je nach Stellung des Eingabeschiebers sind so 0 bis 9 Zähne im Eingriff mit einem Zählrad und drehen dieses um entsprechend viele Stufen weiter. Weil die Anfertigung von praktisch funktionierenden Sprossenrädern zu schwierig war, ging Leibniz zur Staffelwalze über.

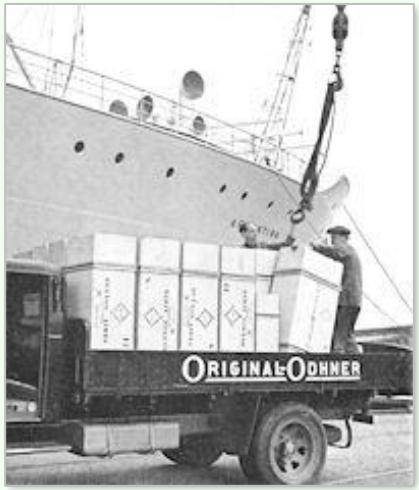


Sprossenrad mit Kurvenscheibe als Einstellring



Odhner Modell 27 (1938 – 1950)
https://ma.as/373322

borg in Schweden verlagert wurde. Die Maschine wurde auch an andere Hersteller lizenziert und unter diversen Markennamen fabriziert sowie teilweise unabhängig weiterentwickelt. In Braunschweig wurde sie etwa unter der Bezeichnung „Brunsviga“ hergestellt. Die Maschinen galten als sehr robust und waren bis in die 1980er-Jahre in Gebrauch. Bis 1960 wurden weltweit ca. eine Million Exemplare gefertigt.



www.johnwolff.id.au/calculators/Odhner/

»Miss World« 1952, Göteborg, Schweden

— in neuer Gestalt

An W. T. Odhners erster genialer Schöpfung wurden im Laufe der Zeit eine Reihe von technischen Verbesserungen vorgenommen. Die neuste Original-Odhner-Rechenmaschine zeichnet sich durch leichte Handhabung, sowie durch ein modernes und formschönes Äussere aus. Der altbewährte Freund aller Büros erscheint in neuem Gewand und wird noch mehr Anhänger als bisher finden.

Saturday November 15, 1952

"Miss World Of 1952" Swedish Girl

By Reuters News Agency

LONDON Curvacious May-Louise Flodin of Sweden last night was proclaimed "Miss World of 1952". Hailed as the loveliest girl in the world, the modest 18-year-old brunette nosed cut a bevy of beauties from 10 countries. The Swedish brunette herself appeared surprised at winning.

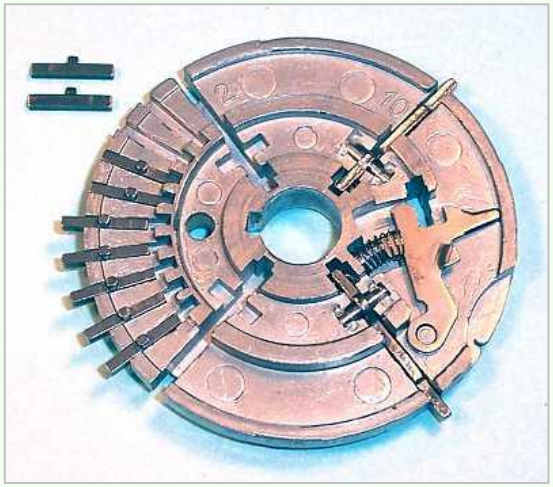
Miss Flodin, former clerk in a Gothenburg jewelry store and now a model, gets a prize of £100, a silver bowl and a week's holiday in Paris. Runner-up was petite Sylvia Müller of Switzerland, who received a prize of £50. Third was Vera Marks of Germany.

www.listal.com/viewimage/14380090

May-Louise Flodin (1934 – 2011) wurde ein Top-Model, u.a. arbeitete sie für Dior. Einige Jahre nach ihrer Heirat mit dem aus dem Libanon stammenden Wasserski-Champion Simon Khoury zog sie nach Akaba (Jordanien). Sie ist hier auf einem Prospekt für das Odhner-Modell 227 zu sehen, das von 1955 bis ca. 1964 vertrieben wurde. Auch das Titelblatt der zugehörigen Bedienungsanleitung („Anleitung für das Rechnen auf der neuen, formgestalteten Original-Odhner") ziert ihr Bild. Offenbar sprachen um 1955 Äusserlichkeiten potentielle Käufer und Nutzerinnen schon mehr an als technische Details.


Brunsviga Modell 13 RK

Oben links: Eine geöffnete Odhner-Rechenmaschine (Modell 127, gefertigt 1950 / 51, funktional weitgehend anlog zu Modell 27 der vorherigen slide); hinten der durch eine Kurbel (zur Durchführung der Rechnung) angetriebene Rotor mit den Sprossenrädern und Einstellscheiben (Bild oben rechts), davor der seitlich verschiebbare Anzeigeschlitten. Für eine Multiplikation 87659 x 6034 wird der grössere Faktor am Rotor mit den durch die Deckplatte ragenden und aussen sichtbaren Hebeln an den Einstellscheiben eingestellt und dann so verfahren: Rotor 4-mal drehen; Schlitten einen Schritt nach rechts schieben; 3-mal drehen; Schlitten zwei Schritte nach rechts schieben; 6.-al drehen. Das Produkt 528934406 erscheint im Akkumulator vorne rechts, im Zählregister links vorne erscheint der Faktor 6034.



Links aussen: Sprossenrad; rechts daneben ein Eingabeschieber, der je nach Einstellung 0 bis 9 Sprossen herausdreht. Unten: Übertragung der Zahl der herausgefahrenen Sprossen über ein Zwischenzahnrad auf den Akkumulator. Hier nicht gezeigt ist der Mechanismus für den Übertrag.

Neben den Rechenmaschinen der Marken Brunsviga und Odhner beruhte auch die „Triumphator“-Rechenmaschine auf dem Sprossenradprinzip und wurde ebenfalls weltbekannt. Von 1903 bis 1963 wurden 380000 Exemplare verschiedener mechanischer Modelle hergestellt, und zwar in Mölkau bei Leipzig. In schwärmerischem Stil wird 1926 von dieser Rechenmaschine und der „Rechenmaschinenfabrik, die ihresgleichen sucht“, berichtet:

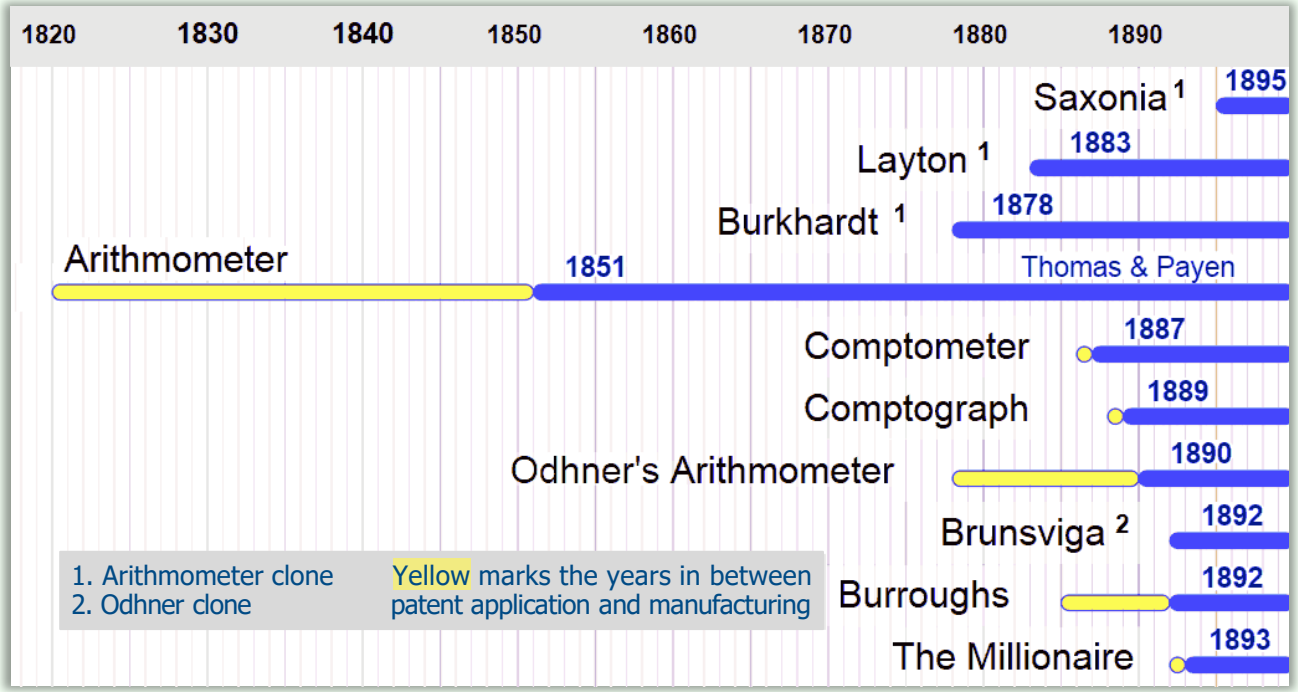
Triumphator-Werk

„Wenn man bedenkt, daß die Konstruktion einer Rechenmaschine dem Erfindergeist und der mechanischen Präzisionsarbeit die dankbarste Aufgabe stellt, so wird man es erklärlich finden, daß das Triumphator-Werk in allen seinen Teilen mit den neuesten Errungenschaften der Technik ausgerüstet ist. Licht- und Kraftenergien von beträchtlichen Ausmaßen, ein ausgedehnter Park von Werkzeugmaschinen modernster Bauart, gediegenste Rohmaterialien, kaufmännisches und organisatorisches Geschick und vor allen Dingen die kunstfertige Hand des Arbeiters, der sinnende Kopf des Ingenieurs sind hier zu einer zweckbewußten Einheit zusammengefaßt, einem mit scharfblickenden Verstand erdachten rechnerischen Ergebnis mit der einen, einzigen Absicht, das menschliche Hirn von der Arbeit des Addierens, Multiplizierens und ähnlichem Ballast zu entlasten. Um es kurz zu sagen, man baut hinter den endlos langen, vierfach aufeinander getürmten Fensterreihen jahraus, jahrein Rechenmaschinen!

Die Rechenmaschine ‚Triumphator‘ verdient ihren Namen mit gutem Recht. Anerkennung und immerfort wachsende Verbreitung, deren sie sich zu erfreuen hat, sind nicht nur die Folge ihrer einfachen, sinnvoll durchdachten und soliden, dem sogenannten Odhner-System nachgebildeten Bauart, sondern vor allen Dingen einer Reihe von Vorzügen, die die ‚Triumphator‘ gegenüber anderen Rechenmaschinen auszeichnet. […] Das wird der Triumphator-Rechenmaschine nicht zuletzt auch dann bleibende Bedeutung sichern, wenn im Zeichen des Wiederaufbaues und der Rückkehr zu normalen Daseinsbedingungen das mechanische Rechnen Gemeingut aller geworden ist. […]

Die Zeit wird kommen, wo neben jeder Schreibmaschine eine Rechenmaschine steht, wo man sich für rechnerische Arbeiten, sei es bei Kalkulationen, Lohnauszahlungen, Landvermessungen usw., nicht länger mehr der tätigen Mithilfe einer Rechenmaschine versagen wird. Man wird sich dabei oft und gern der ‚Triumphator‘ erinnern, eines Werkes, bei dem sich Leipziger Gewerbefleiß, Tatkraft und Intelligenz abermals bewährt haben.“

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:DesktopMechanicalCalculators_inProduction_intheXIXCentury.svg

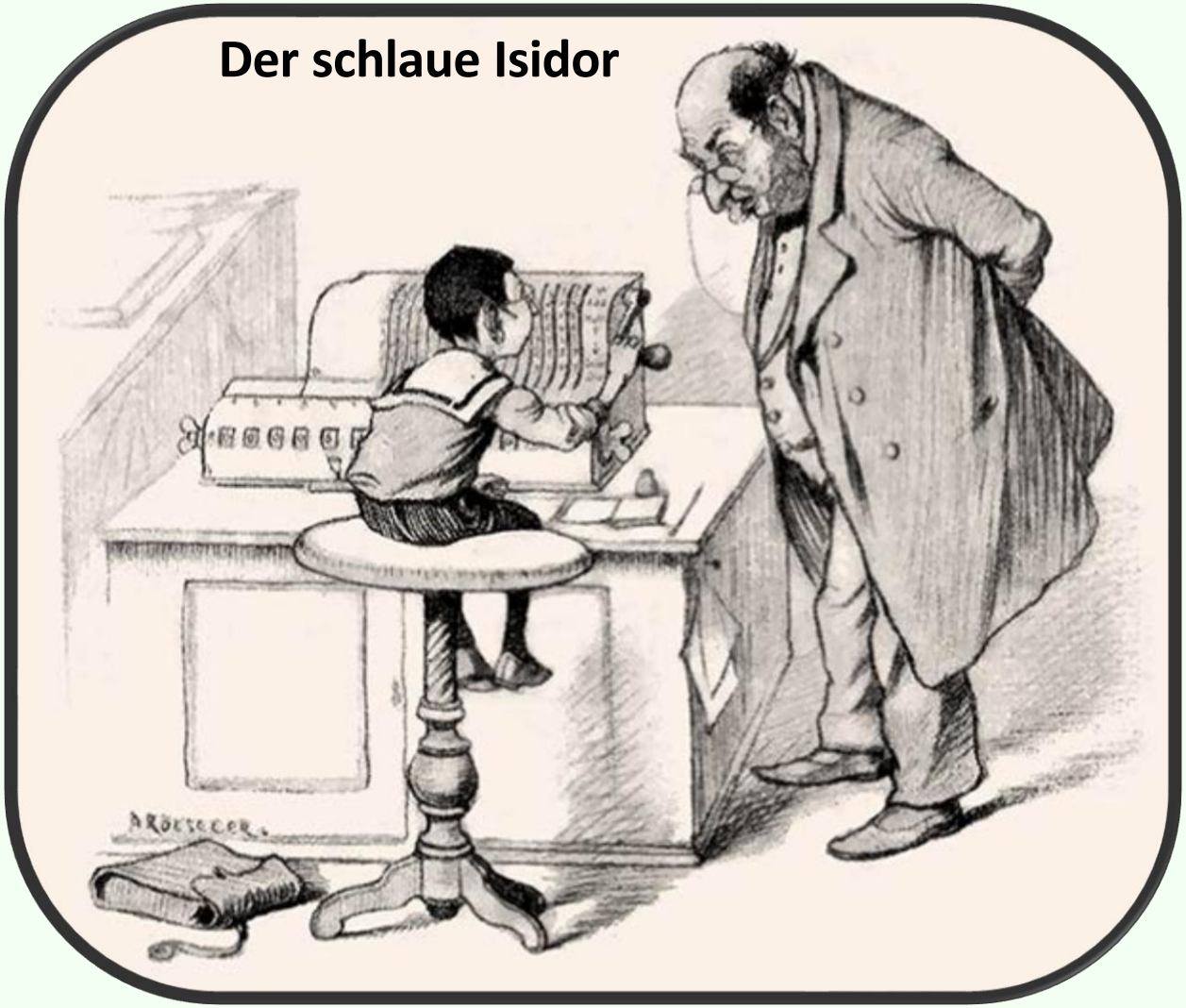


"Wilhelm Schickard, Blaise Pascal and Gottfried Leibniz... These devices were in the nature of ornate curiosities, objets de salon – exquisite, delicate and largely unreliable – rather than the workhorses needed for routine use." -- Doron Swade

Die Abbildung zeigt die mechanischen Rechenmaschinen, die im 19. Jh. produziert wurden. Nachdem ein Markt dafür etabliert war, war es für andere Erfinder (mit weiteren Verbesserungen hinsichtlich „user experience", Robustheit und Eignung für die Serienfertigung) leichter, zu reüssieren; ab etwa 1890 boomte das Rechenmaschinengeschäft regelrecht.

Die Zielgruppe der Hersteller waren grosse Wirtschaftsunternehmen, darunter vor allem Banken und Versicherungen. Wissenschaftler (in rechenintensiven Bereichen wie Astronomie, Meteorologie, Aerodynamik, Spektroskopie, Statistik etc.) nutzten die Maschinen auch, allerdings fehlten bei den mechanischen Geräten noch die für wissenschaftliche Zwecke wichtigen Winkelfunktionen und Operationen wie Potenzieren, Wurzelziehen etc. – daher waren als Rechenhilfsmittel noch bis zum Aufkommen der elektronischen Tisch- und Taschenrechnern in den 1970er-Jahren zusätzlich auch Tafeln für Logarithmen und Winkelfunktionen sowie Rechenstäbe in Gebrauch.

Der schlaue Isidor

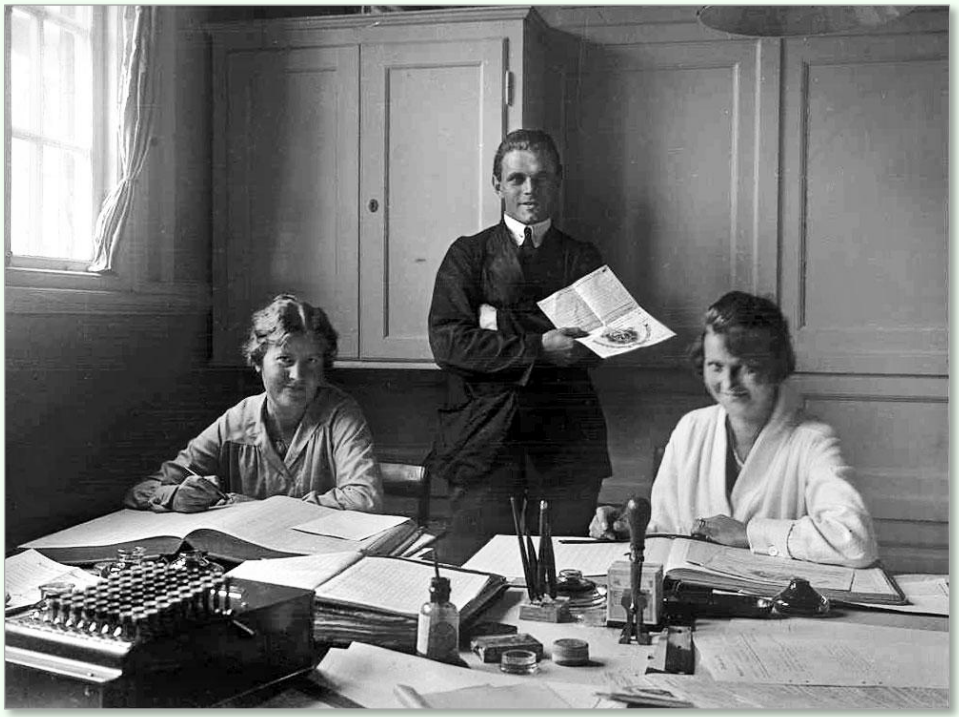


„Was treibst Du denn da mit meiner Rechenmaschine, Isidor?“ – „Ich lasse mir nur eben meine Schulaufgabe ausrechnen!“

Der Rechenmaschinen-Boom Ende des 19. Jh. entging natürlich auch nicht den Karikaturisten – hier ein Cartoon aus der humoristischen Wochenzeitschrift „Fliegende Blätter“ von 1897.

Und es ist ja wirklich ein Witz, dass Schulkinder Rechenmaschinen nutzen und dass sie sich im Widersinn zum eigentlichen Zweck von Schulaufgaben dabei von einer „künstlichen Intelligenz“ helfen lassen!

Das Unvorstellbare dauerte dann doch immerhin noch rund 80 Jahre – erst dann waren elektronische Taschenrechner, von denen 1897 niemand auch nur träumte, billig genug, dass Schüler sie für sich nutzen konnten. Und nach nochmals 50 Jahren erledigt die künstliche Intelligenz darüber hinaus auch nicht-numerische Schulaufgaben…



Büroszenen mit Rechenmaschinen Anfang des 20. Jh.; links: Stockholm, unten: Hamrånge bei Gävle (Schweden).

Messestand der Bell Punch Company ca. 1939; propagiert wird hier die „Plus“-Rechenmaschine „made in England“.

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Demonstration_of_the_%22Plus%22_Rapid_adding_machine,_c._1937,_by_Logan_(Birmingham)_Ltd_(5513485334).jpg

Nachdem im 18. und 19. Jh. neue konstruktive Aspekte bei mechanischen Rechenmaschinen „ertüftelt“ wurden sowie Herstellungstechnologien verbessert wurden, eröffnete sich im 20. Jh. die Massenfertigung und der kommerzielle Erfolg. Oben links: Ladengeschäft in London 1908; oben rechts: Messestand in Paris; unten: Schulung junger Damen ca. 1925 in London. Auf die Entwicklung im späteren Verlauf des 20. Jahrhunderts kommen wir → weiter unten zurück.

Rechenkalküle als Voraussetzung für mechanische Rechenmaschinen

Sybille Krämer diskutiert in ihrem Buch „Berechenbare Vernunft – Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert“, wieso mechanische Rechenmaschinen in der Antike noch nicht möglich waren (der Abakus ist in diesem Sinne übrigens keine Maschine, sondern ein Rechenhilfsmittel):

„Nun sind die technischen Elemente, die zur Verwirklichung der Grundidee einer Mechanisierung des Rechnens nötig sind, nämlich sich in diskreten Zuständen bewegende Zahnräder sowie ein Stift, der sogenannte Einzahn, der den Stellenübertrag leistet, indem er bei jeder vollen Umdrehung des Zahnrades ein weiteres Zahnrad um eine Einstellung weiterdreht, schon seit der Antike bekannt. Bei Heron von Alexandrien (1. Jh. n. Ch.) und dem römischen Architekten Vitruvius liegen ruckweise sich bewegende Zahnräder in Gestalt von Hodometern bzw. Wegmessern vor. Im Ausgang des Mittelalters findet sich auch der Einzahn in den verschiedensten mechanischen Einrichtungen, z.B. als dens pili bei Agricola (1494 — 1555). Dass diese Elemente aber nicht zu einer Rechenmaschine geformt wurden, zeigt, dass die entscheidenden Bedingungen für das Aufkommen mechanischer Rechenmaschinen […] nicht technisch-physikalischer Natur sind, vielmehr mathematisch-symbolischer Natur. Erst die Kalkülisierung des Rechnens, durch die Einführung des dezimalen Stellenwertsystems mit seinem Symbol für die Null und der ihr eigenen Verschriftlichung und Algorithmisierung der Rechenoperationen, schafft die Voraussetzungen seiner Mechanisierung. Erst wo das Rechnen im Medium einer formalen Sprache organisiert, auf das Formieren und Transformieren von Zeichenreihen zurückgeführt ist, kann das Operieren mit Zeichen durch das Operieren mit Zahnradstellungen abgebildet werden. Ehe [wie es Leibniz formuliert] *allezeit was auffm Papyr geschieht in die Maschine (zu) transferieren* ist, müssen wir uns selbst beim Rechnen auf dem Papier wie eine Maschine verhalten können.“

Leibniz' „Machina Deciphratoria“

Leibniz entwarf auch eine „Machina Deciphratoria“ zum Ver- und Entschlüsseln von Texten. Sie automatisiert die seinerzeit bereits bekannte Methode der polyalphabetischen Substitution, die allerdings für praktische Zwecke bei manueller Anwendung zu kompliziert und fehleranfällig war.

„Damit nahm er um reichlich 200 Jahre das Prinzip der Rotor-Schlüsselmaschine vorweg, nach dem die erste Generation der mechanischen Chiffriermaschinen (ab 1918) funktionierte. Wie die berühmte Enigma hatte Leibnizens Maschine eine Tastatur zur Eingabe von Buchstaben, die zugleich das Chiffrieralphabet weiterschaltete, und eine Anzeige für das Ergebnis. Allerdings war, der Zeit entsprechend, die Tastatur nicht von der Schreibmaschine inspiriert, sondern vom Klavier, und die Anzeige nicht elektrisch, sondern mechanisch. Nicht eine Elektronik wechselte für den jeweils nächsten Buchstaben in möglichst undurchschaubarer Weise die Verschlüsselung, sondern die Staffelwalze, die Leibniz bereits für seine Rechenmaschine verwendet hatte.“ [Nicholas Rescher]

Spektrum der Wissenschaft 9/16

Im Unterschied zu vielen seiner anderer Erfindungen sprach Leibniz mit fast niemandem über die Machina Deciphratoria; er hoffte auf potente Geldgeber bei Fürsten und Königen. Als ihm dann nach längeren Bemühungen 1688 endlich Audienz bei Kaiser Leopold I. in Wien gewährt wurde, bereitete Leibniz das Treffen mit dem Monarchen eingehend

vor; sein Nachlass enthält fünf Redemanuskripte unterschiedlicher Länge dazu. In ihnen preist er auch seine Verschlüsselungsmaschine an – z.B. so: „Damit ein potentat mit vielen ministris, in unterschiedlichen ziphern gleich correspondiren, und ohne einige muhe entweder die zipher die er schreiben will, und den verstand deßen so ihm in zipher zugeschickt wird gleichsam wie auff einem musicalischen instrument oder clavicordio greiffen könne, also dass es gleich mit berührung der clavir darstehe, und nur abcopiret werden dürffe.“

Über den 26 Buchstabentasten die Anzeigewalze mit 2 x 6 Buchstabenleisten für je 6 Chiffrierungen / Dechiffrierungen; ganz oben die axial verschiebliche Transportwalze mit der Staffelwalze.

In einem weiteren Entwurf seiner Rede betont er neben der „usability“ noch einige andere Aspekte, wie z.B. die Sicherheit und die Portabilität seines Gerätes: „Ist eine kleine Machinula die leicht bey sich zu fuhren. Darauff kan ein großer herr viele fast unauflößliche Ciphern zugleich haben, und mit vielen Ministris correspondiren; weilen aber sowohl die stellung in Ziphern als das deciphriren mühsam, so bestehet die facilitat darinn, daß man die gegebene Ziphern oder buchstaben nur greiffen darff als wenn man auff einem clavicordio oder Instrument spielte, so kommen die begehrten augenblicklich herauß und stehen da; durffen denn nur abgeschrieben werden.“

Wie schon bei der Machina Arithmetica stellt auch die Machina Deciphratoria einen bedeutenden intellektuellen und praktischen Qualitätssprung dar: Zwar waren diverse Hilfsmittel

„Heute erinnert der Apparat eher an eine Schreibmaschine als an ein Tasteninstrument, aber von Schreibmaschinen konnte Leibniz ja noch nichts wissen.“ – Hannoversche Allgemeine Zeitung

(Chiffrierscheiben, Codebücher und -tabellen, Schablonen etc.) bei den seinerzeitigen Kryptographen in Gebrauch, doch war dies alles manuell anzuwenden. Erst Leibniz‘ Maschine mechanisierte und automatisierte diesen Prozess, sodass er „kinderleicht“ und (zumindest prinzipiell) in hoher Geschwindigkeit angewendet werden konnte.

Anders als im Zweiten Weltkrieg bei der Enigma und ähnlichen Chiffriermaschinen mit ihren computerisierten Gegenspielern „Turing-Bombe“ sowie „Colossus“ hätten seinerzeitige Codeknacker ohne Computer und bei den damals geringen Datenmengen wohl keine Chance gehabt. Dennoch wurde die Machina Deciphratoria zu Zeiten von Leibniz nicht gebaut – die damaligen Herrscher kommunizierten zwar mittels chiffrierter Nachrichten mit ihren Gesandten und Vertrauten, verliessen sich aber (oft zu Unrecht) auf die Kunst ihre Geheimkabinette und sahen daher in der Leibnizschen Maschine, die ein prinzipiell stärkeres Verschlüsselungsverfahren implementierte, keinen Zusatznutzen.

In fünfjähriger Arbeit wurden 2012 nach den alten Konstruktionszeichnungen zwei funktionierende Exemplare der Machina Deciphratoria von Klaus Badur und Gerald Rottstedt fertiggestellt.

Zur Situation des staatlich betriebenen Schnüffelns im Briefverkehr zu Zeiten von Leibniz zitieren wir einige (gekürzte) Passagen aus einer Vortragsausarbeitung „Polyalphabetische Verschlüsselung in der frühen Neuzeit und die Machina Deciphratoria von Gottfried Wilhelm Leibniz“, die Maximilian Heinrich 2017 als Student an der Uni Leipzig angefertigt hat:

„In der Zeit um 1700 hatte so gut wie jeder europäische Fürstenhof seine eigene nachrichtendienstliche Abteilung, die als Schwarze Kammern bezeichnet wurden. Durch diese wurden Nachrichten systematisch abgefangen, Abschriften abgefertigt und verschlüsselte Botschaften dechiffriert.

In diesem Kontext besonders hervorzuheben ist die Schwarze Kammer in Wien, auch bekannt als ‚Geheime Kabinettskanzlei‘, die sich durch eine schier unglaubliche Effektivität auszeichnete und als die beste in Europa galt. Der Prozess des Abfangens, Öffnens, Entschlüsselns und Weiterleitens von Nachrichten war systematisch und detailliert geregelt. So wurde Post, die am selben Tag den ortsansässigen Botschaften zugestellt werden sollte, gegen 07:00 Uhr zur Schwarzen Kammer gebracht und war bereits 09:30 Uhr auf dem Weg zurück zum Hauptpostamt, um die planmässige Zustellung nicht zu gefährden. Post auf dem Transitweg kam um 11:00 Uhr herein und wurde gegen 14:00 Uhr wieder in den regulären Postweg zurückgeleitet. Nachrichten, die an dem Tag in die Post aufgegeben waren, wurden um 16:00 Uhr zu den Spezialisten der Schwarzen Kammer gebracht und waren um 18:30 Uhr wieder auf dem Weg zu ihrer ursprünglichen Bestimmung.

In der Zwischenzeit wurden die einzelnen Korrespondenzen feinsäuberlich geöffnet, die Reihenfolge des Inhalts festgehalten und Abschriften der relevanten Inhalte angefertigt. Zuletzt wurden die Briefe mit gefälschten Siegeln wieder verschlossen. Um eine schnelle Kopie der Briefe vornehmen zu können, standen entsprechende Stenographen bereit. Danach wurden die einzelnen verschlüsselten Botschaften zu den Kryptoanalysten der Schwarzen Kammer gebracht, die mit der Entschlüsselung begannen. Auch die Ausbildung bzw. Arbeitsweise der Kryptoanalysten ist für

damalige Verhältnisse als höchst professionell zu beurteilen; so gab es einen Beschäftigungsrhythmus von einer Woche Arbeit mit einer darauffolgenden Woche Urlaub und für erfolgreiche Entschlüsselungen wurden Prämien gezahlt. Eingestellt wurden in der Regel junge Mitarbeiter Anfang 20 mit mathematischem Grundverständnis und Kenntnissen von Französisch und Italienisch, die systematisch ausgebildet wurden. Insgesamt arbeiteten ungefähr zehn Mann in der Geheimen Kabinettskanzlei in Wien, die zwischen 80 und 100 Briefe am Tag abfingen."

Holzstich, Museum für Kommunikation, Frankfurt am Main

Zu den Aufgaben der Wiener Geheimen Kabinettskanzlei gehörte auch das Fälschen von Nachrichten. Auf diesem Gebiet war die entsprechende Stelle in England, das „Secret Office" beim General Post Office, besonders erfolgreich tätig. Obige Abbildung erschien im Juni 1848 in einem Bericht der Illustrated London News, nachdem die Existenz der um 1653 gegründeten Einrichtung öffentlich bekannt wurde.

Der erfahrene Diplomat Guillaume Comte de Garden erzählt in seinem Buch „Traité complet de diplomatie" von 1833 folgende Geschichte: « Un ambassadeur, recevant par la poste des dépêches de sa cour, cachetées du sceau du cabinet et renfermées sous un second couvert, qui, à son tour, portait l'empreinte du cachet de l'office des postes de la frontière, trouvait le couvert extérieur muni du sceau du cabinet, et le couvert intérieur, au contraire, avec le cachet de l'office des postes... Les habiles *du cabinet noir* avaient pris l'un avant l'autre ! »

Leibniz: So viele Einfälle!

„Il me vient quelques fois tant de pensées le matin dans une heure pendant que je suis encore au lit, que j'ay besoin d'employer toute la matinée et par fois toute la journée et au de là, pour les mettre distinctement par écrit."

„In Mathematicis und Mechanicis habe ich vermittelst artis combinatoriae einige dinge gefunden die in praxi vitae von nicht geringer importanz zu achten, und erstlich in Arithmeticis eine Machine, so ich eine lebendige Rechenbanck nenne, dieweil dadurch zuwege gebracht wird, daß alle zahlen sich selbst rechnen, addiren subtrahiren multipliciren dividiren, ohne einige Mühe des Gemüths – nullo prorsus animi labore."

Leibniz's ingenious machines were not just developed for their quite obvious utility in their own right. They were integral parts of a larger philosophical program that implemented a deep-rooted and far-ranging framework of thought, providing a vivid illustration of Leibniz's amazing capacity to give a concrete embodiment to his abstract reflections. -- Nicholas Rescher

Leibniz: So viele Erfindungen!

Verzeiht! Es ist ein groß Ergötzen,
sich in den Geist der Zeiten zu versetzen;
zu schauen, wie vor uns ein weiser Mann gedacht,
und wie wir's dann zuletzt so herrlich weit gebracht!

[Goethe, Faust, 1. Teil]

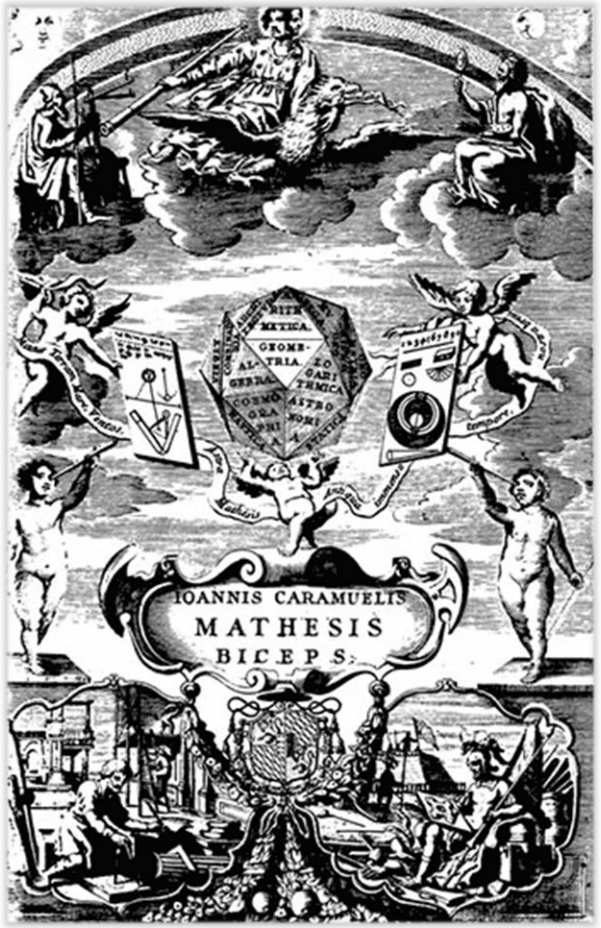
...meine Erfindung umfasst den Gebrauch der gesamten Vernunft, einen Richter für alle Streitfälle, einen Erklärer der Begriffe, eine Waage für die Wahrscheinlichkeiten, einen Kompass, der uns über den Ozean der Erfahrungen leitet, ein Inventar der Dinge, eine Tabelle der Gedanken, ein Mikroskop zum Erforschen der vorliegenden Dinge, ein Teleskop zum Erraten der fernen, einen generellen Calculus, eine unschädliche Magie, eine nicht-chimärische Kabbala, eine Schrift, die jedermann in seiner Sprache liest; und sogar eine Sprache, die man in nur wenigen Wochen erlernen kann und die bald in der ganzen Welt Geltung haben wird. (Leibniz im April 1679 in einem Brief an seinen Dienstherrn Herzog Johann Friedrich von Braunschweig mit der Bitte um eine Leibrente.)

Leibniz' Allegorie der Schöpfung

He was the first to emphasize the creative combinatorial potential of the 0 and 1 bit, and how everything can be built up from this one elemental choice, from these two elemental possibilities. So, perhaps not entirely seriously, I should propose changing the name of the unit of information from the bit to the leibniz! – Gregory Chaitin

Leibniz war so stolz auf seine Erfindung des Dualsystems, dass er eine Zeichnung für eine Medaille entwarf, auf der das Dualsystem dargestellt wurde: „Bild der Schöpfung, erdacht von Gottfried Wilhelm Leibniz im Jahre 1697" (Text im unteren Kreisabschnitt). In der Mitte befindet sich auf einer Tafel die Veranschaulichung des binären Zahlensystems. Links von der Tafel ist die Addition von zwei binären Zahlen und rechts von der Tafel die Multiplikation von zwei binären Zahlen dargestellt. Im Schriftzug oben steht „Omnibus ex nihilo ducendis sufficit unum" („Um alles aus dem Nichts herzuleiten genügt eins").

Dualzahlen aber auch schon vor Leibniz!



Der linke Engel hält eine Logarithmentafel; ein Spruchband *„Metitur Terram, Mare, Ventos, Astra Mathesis. Antiqua immenso tempore, nostra brevi"* zieht sich durch die drei Engel: Eine Lobpreisung der Logarithmen!

ARTICVLVS I.

De Binariâ Arithmeticâ.

Num. III.

Vas Vnitates numerat: & posteà duos Binarios: & posteà duos Binariorum Binarios; & sic progreditur in infinitum. Ideò nominatur *Binaria*, quia per binas Vnitates, binos Binarios, binos Binariorum Binarios, &c. suas periodos absolvit. Puta, si sic procederet

0	0
a	1
a0	2
aa	3
a00	4
a0a	5
aa0	6
aaa	7
a000	8

a00a	9
a0a0	10
a0aa	11
aa00	12
aa0a	13
aaa0	14
aaaa	15
a0000	16

Bereits 1670, also noch vor Leibniz, erwähnte der spanische Zisterziensermönch und spätere Bischof Juan Caramuel y Lobkowitz (Ioannis Caramuelis) in seinem Buch *Mathesis biceps* („zweiköpfige Mathematik") Zahlendarstellungen zu den Basen 2 bis 10, 12 sowie 60, wobei sich gewisse Basen durch eine besondere Natürlichkeit auszeichnen sollen (wie z.B. die 2 wegen den Oktaven der Musik oder die 3 aufgrund der heiligen Dreifaltigkeit); allerdings ohne auf die damit zusammenhängenden mathematischen Aspekte einzugehen.

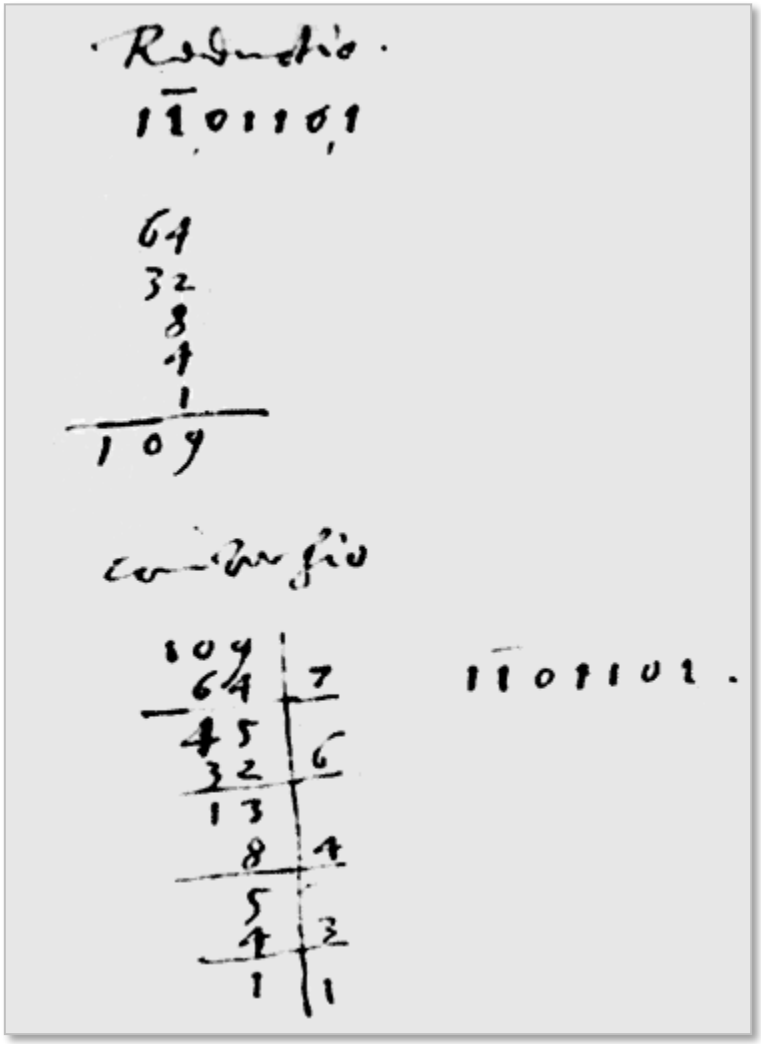
Der etwas sonderbare Titel „zweiköpfige Mathematik" zeigt an, dass neben der damals „alten" Mathematik (Arithmetik, Algebra, Geometrie und Geodäsie) auch neue mathematische Aspekte behandelt werden – darunter logarithmisches Rechnen, Kombinatorik und Trigonometrie.

Dualzahlen aber auch schon vor Leibniz! (2)

Noch etwas früher, um 1605, befasste sich, wie aus unveröffentlichten Manuskripten hervorgeht, der englische Mathematiker, Physiker und Astronom Thomas Harriot (1560 – 1621) mit Dualzahlen. Angeregt dazu wurde er offenbar durch kombinatorische Überlegungen, alle Teilmengen einer endlichen Menge in tabellarischer Weise darzustellen. Einen darüber hinausgehenden Nutzen scheint er in den Dualzahlen allerdings nicht erkannt zu haben.

Der nebenstehende Ausschnitt aus einem seiner Manuskripte zeigt die Umwandlung von der Dualdarstellung in die Dezimaldarstellung („Reductio“) und umgekehrt („Conversio“) am Beispiel 109 (dez.) = 1101101 (dual). An anderer Stelle im Manuskript finden sich Beispiele für die binäre Addition, Subtraktion und Multiplikation.

Durch systematische Kombination durchgezogener und gebrochener Linien konnten im chinesischen Orakel I Ging bereits im 8. Jh. v. Chr. 64 Hexagramme in „Binärdarstellung“ gebildet werden; die Analogie zu den Dualzahlen 0 bis 63 ist allerdings rein formal, irgendeine Form von Arithmetik war damit nicht verbunden.



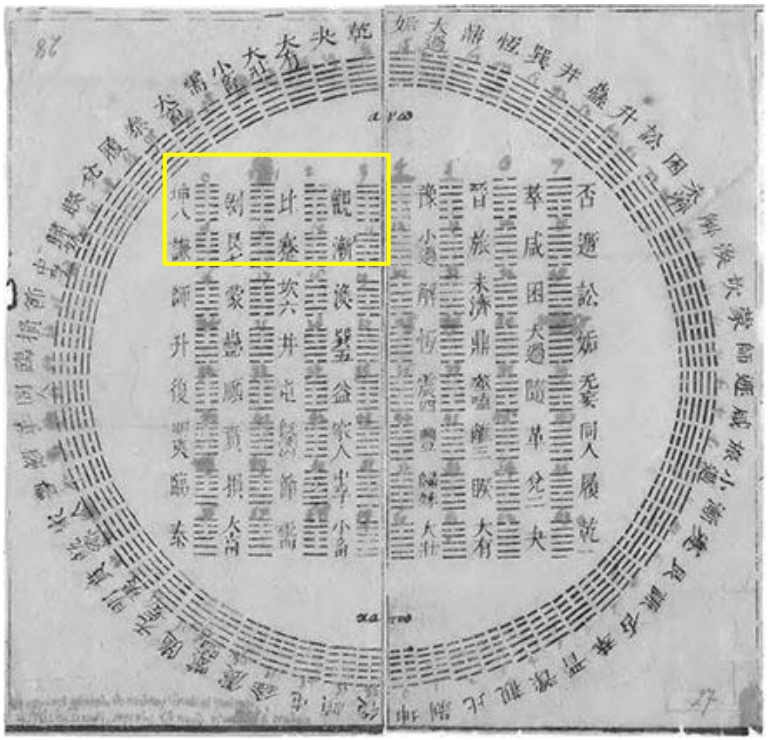
Quelle: John W. Shirley: Binary numeration before Leibniz. American Journal of Physics 19.8 (1951): 452-454.

Das chinesische I Ging

Das I Ging (bzw. Yì Jīng), das „Buch der Wandlungen“, ist eine Sammlung von Strichzeichnungen und zugeordneten Sprüchen. Es ist der älteste der klassischen chinesischen Texte. Seine Entstehungsgeschichte wird bis in das 3. Jahrtausend v. Chr. zurückgeführt. Die älteste Schicht des Buches besteht aus 64 Gruppen von je sechs durchgehenden oder unterbrochenen Linien („Hexagramme“).

000	0	0
001	1	1
010	10	2
011	11	3
100	100	4
101	101	5
110	110	6
111	111	7

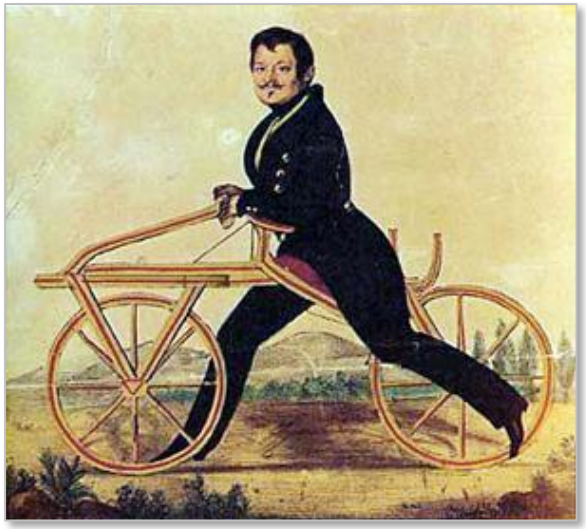
Leibniz erhielt 1701 obiges Dokument vom französischen Jesuitenpater Joachim Bouvet aus China und schloss daraus (fälschlicherweise) auf eine hochentwickelte altchinesische Mathematik.



https://de.wikipedia.org/wiki/I_Ging

Dualzahlen nach Leibniz: Karl Drais

Knapp 100 Jahre nach Leibniz‘ Tod beschäftigte sich kurioserweise Karl Drais (1785 – 1851), der Erfinder der Draisine und des Laufrads (einer frühen Form des heutigen Fahrrads), mit dem Dualsystem – nachdem es zwischenzeitlich fast vergessen wurde. Im *Badischen Magazin* veröffentlichte er 1813 zunächst eine kurze Vorankündigung eines geplanten Buches mit dem Titel „Dyadik“. Darin rechtfertigt



Badiſches Magazin.

Nro 61. Dienſtag, den 16. März 1813.

er sein zukünftiges Buch so: „Das dyadische Rechensystem wurde schon vor mehr als hundert Jahren von dem großen Leibnitz aufgestellt, ist aber bis zur Stunde noch nicht genug gewürdigt worden. In der Aufstellung eines ganzen dyadischen Systems hingegen bin ich – nach der Behauptung des belesenen Herrn Professors Bürmann – der erste.“ Nachfolgend seine Anzeige im „Badischen Magazin“:

Dyadische Charakterik. *)

Auf die in einem öffentlichen Blatte erschienene gütige Aufforderung meines lieben verehrungswürdigen Lehrers, des Großherzogl. Badischen Herrn Directors und Professors Bürmann, zeige ich hierdurch an, daß ich zwar hoffe, mein bereits unternommenes Werk bald herausgeben zu können, und daß meine Absicht mit der des Herr Bürmann sehr übereinstimmt, indem wir uns beyde bestreben, zur Abkürzung und Uebersicht der Gedankenmittheilung etwas wesentliches beyzutragen. Herr Bürmann hat aber sein System zu einer allgemeinen Bezeichnung mit außerordentlichen Einsichten und Fleiß schon so weit verfolgt, als man es kaum einer ganzen gelehrten Gesellschaft hätte zumuthen können. Ich hingegen habe vor der Hand blos eine Vertheidigung des dyadischen Rechensystems nebst einigen Ideen zu einem durch mathematische Eintheilung vollkommen deutlichen, leicht zu übersehenden, sehr kurzen und durchaus wohllautenden Sprachsystem in die Bearbeitung genommen.

Mein Hauptsatz ist folgender:

Zur Bildung aller Charakterik *), sowohl für allgemeine Schrift- und Rede-Sprache **), als auch für allgemeine Messung und Zählung, ist das dyadische System das beste, weil es sich auf die einfachsten Grundsätze reducirt.

Der Titel meiner ersten kleinen Schrift über diesen Gegenstand wird seyn:

DYADIK,

oder

Aufstellung einer Charakterik, welche Alles durch zwey Zeichen ausdrückt.

*

Wenn einige Leser dieser Anzeige Lust haben, sich umständlicher von der Wahrheit meiner Sätze zu überzeugen, so bin ich schon vor der Herausgabe bereit, denselben das Wesentliche meiner Bearbeitung vorzulegen.

*) Durch dieses neue, aus dem Griechischen geformte Wort versteht Herr Director Bürmann — der Stifter desselben — die Bezeichnungskunde, nämlich die wissenschaftliche, die systematische Bezeichnung. Es muß demnach nicht Karakterik geschrieben, und noch weniger mit Charakteristik verwechselt werden, welches, ohne nähere Bestimmung, blos eine genaue Bezeichnung oder Unterscheidung bedeutet.

*) Wo nicht die Natur der Sache selbst eine Ausnahme vorschreibt, wie es z. B. in der Zeitrechnung, bey dem Uebergang von Jahren zu Tagen, oder von $\frac{1}{12}$ Jahr zu 16 Tagen, der Fall ist.

**) In jeder dyadischen Abstufung braucht man blos auf ein einziges charakterisches Unterscheidungszeichen Acht zu geben.

Dualzahlen nach Leibniz: Karl Drais (2)

Die angekündigte kleine Schrift von Karl Drais mit dem Titel „Dyadik“ erscheint tatsächlich 1814 und soll dem misslichen Umstand, dass „der grosse Leibnitz leider zu früh gestorben ist, um die Welt von dieser Wahrheit zu überzeugen“, abhelfen. Allerdings ist das 16 Seiten umfassende Traktat wenig ergiebig: Den „Beweis“ für den Vorteil des Dualsystems gegenüber dem Dezimalsystem sieht Drais vor allem darin, dass von Natur aus Verdoppelungen und Halbierungen 3 bis 4 Mal häufiger als Verzehnfachungen oder Einteilung in 10 gleiche Teile benötigt werden. Den rhetorischen Einwand, wir hätten 10 Finger, kontert er damit, dass wir 2 Arme, 2 Füsse, 2 Ohren und 2 Augen hätten und fährt fort: „Wie angenehm ist es nicht, wo es so üblich ist, dass eine Maas gerade 2 Bouteillen 4 Schoppen und 8 Gläser, ein Malter 8 Simmern, ein Simmern 16 Mäßel, ein Pfund 32 Loth, ein Loth 4 Quintchen, ein Conventionsthaler 2 schwere Gulden, ein Batzen 4 Kreuzer, ein Kreuzer 4 Pfennig, eine Carolin 4 grosse Thaler, eine Ducat 2 Kronenthaler, ein Sechsbätzner 2 Dreybätzner, ein Dreybätzner 2 Sechser und ein Sechser 2 Groschen hat.“

Drais hofft, dass ein einsichtsvoller Regent das dyadische System für die Staatsgeschäftsgänge einführt; die Staatsdiener würden es in wenigen Tagen erlernen. Das Erstellen neuer Tabellen mit dyadischen Logarithmen würde die Gelehrten nur rund ein Jahr beschäftigen. Er schliesst mit den Worten: „Sollte es mir durch diese kleine Abhandlung gelingen, zwey solche beschriebene Männer zur Ausführung meiner nützlichen Ansicht zu finden, so will ich recht gerne den Ruhm mit Ihnen theilen, der dadurch für die Nachwelt entsteht.“

Drais war ein begnadeter Erfinder (er erfand u.a. auch noch die Tastenschreibmaschine und den Klavierrekorder), intellektuell (und erst recht in mathematischer Hinsicht) konnte er es mit Leibniz aber offensichtlich nicht aufnehmen. Im Übrigen war Leibniz bei aller Begeisterung für „sein“ Dualsystem von dessen Praktikabilität gar nicht überzeugt, denn er schrieb: „Cependant je ne recommande point cette manière de compter, pour la faire introduire à la place de la pratique ordinaire par dix. [...] La pratique par dix est plus abrégée, & les nombres y sont moins longs.“

Dualzahlen nach Leibniz: Georg Friedrich Brander

Georg Friedrich Brander (1713 – 1783) war ein bekannter und gefragter Präzisionsmechaniker; er fertigte u.a. Fernrohre, Spiegelteleskope, Barometer, Thermometer, Mikroskope und Entfernungsmesser. 1775 veröffentlichte er mit „Arithmetica binaria sive dyadica das ist Die Kunst nur mit zwey Zahlen in allen vorkommenden Fällen sicher und leicht zu rechnen“ die erste deutschsprachige Beschreibung des Rechnens mit Dualzahlen. Karl Drais irrte sich also, wenn er meinte, dass er derjenige sei, der Leibniz wiederentdeckt hatte!

Bevor Brander mit vielen Beispielen den Umgang mit Dualzahlen lehrt, diskutiert er Vor- und Nachteil im Vergleich zum Dezimalsystem. Die Dualzahlen bedürften „weder großen Nachsinnens, noch im Sinn behaltens daherd auch ein Knab von mittelmäßiger Fähigkeit das Addiren, Subtrahiren, Multipliciren, Dividiren und Regulam de Tri [Dreisatz] nach der Arithmetica binaria eher und leichter begreifen wird, als er nur das Einmal Eins in den Kopf bringen und auswendig lernen wird.“


ARITHMETICA
BINARIA SIVE DYADICA
das ist
Die Kunst
nur
mit zwey Zahlen
in
allen vorkommenden Fällen
sicher und leicht zu rechnen.
Herausgegeben
von
Georg Friederich Brander,
Mechanicus und der Churfürstl. Bayrischen Akademie der Wissenschaften Mitglied.
Augsburg,
bey Eberhard Klett's sel. Wittwe. 1775.

Dualzahlen nach Leibniz

NŒRDMAN Webcomic https://noerdman.de/

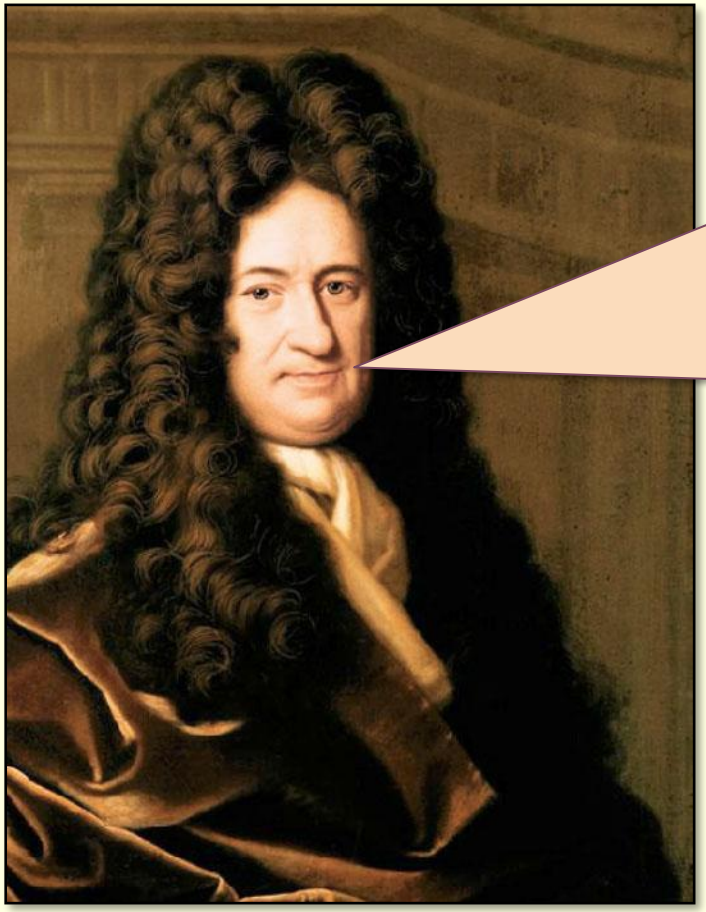
Die Zahl der Witze über Nerds und Informatiker, die nicht mehr im Dezimalsystem, sondern im Dualsystem denken und nur mit Nullen und Einsen rechnen, ist fast schon überabzählbar – das Motiv scheint sich aber immer wieder anzubieten…

Das Binärsystem engl. Weinhändler im 13. Jh.

2 gills = 1 chopin, 2 chopins = 1 pint, 2 pints = 1 quart, 2 quarts = 1 pottle, 2 pottles = 1 gallon, 2 gallons = 1 peck, 2 pecks = 1 demibushel or pin, 2 demibushels = 1 bushel or firkin, 2 firkins = 1 kilderkin, 2 kilderkins = 1 barrel, 2 barrels = 1 hogshead, 2 hogsheads = 1 pipe or butt, 2 pipes = 1 tun.

Perhaps the true inventors of binary arithmetic were English wine merchants!
-- Donald Knuth

Leibniz' Traum:
Die Automatisierung des logischen Denkens



„In Philosophia habe ich ein Mittel funden, dasjenige was Cartesius und andere per Algebram et Analysin in Arithmetica et Geometria gethan, in allen scientien zuwege zu bringen per Artem Combinatoriam welche Lullius und Kircherus zwar excolirt, bey weitem aber in solche deren intima nicht gesehen. Dadurch alle Notiones compositae der ganzen welt in wenig simplices als deren Alphabet reduciret, und aus solches alphabets combination wiederumb alle dinge, samt ihren theorematibus, und was nur von ihnen zu inventiren müglich, ordinata methodo, mit der zeit zu finden, ein weg gebahnet wird."

Welche invention als mater aller inventionen von mir vor das importanteste gehalten wird, ob sie gleich das ansehen noch zur zeit nicht haben mag.

Von der Universalschrift zum *Calculemus!*

Es ist nicht im mindesten überraschend, dass der geistige Impuls, der zur Entwicklung der mathematischen Logik geführt hat, gleichzeitig die ideelle oder tatsächliche Mechanisierung der Denkprozesse in Gang brachte. – Norbert Wiener

Gottfried Leibniz strebte danach, eine universelle Schrift zu entwickeln, in der jede Erkenntnis und alle menschlichen Gedanken klar ausgedrückt werden können, sodass mit einem darauf aufsetzenden Kalkül im Sinne einer symbolischen Logik (dem „calculus ratiocinator“) geistige Tätigkeiten, auch über die Mathematik hinaus, mechanisiert werden können. Angeregt zu dieser grandiosen Idee wurde er nicht nur durch die vom Theologen und Philosophen Raimundus Lullus bereits im 14. Jahrhundert ausgedachten „Ars Magna“ (in der durch mechanisches Kombinieren von Begriffen mittels einer „logischen Maschine“ auf jede (Glaubens)frage eine Antwort gefunden werden sollte), sondern vor allem durch die Arbeiten von René Descartes zur analytischen Geometrie (Algebraisierung und damit rechnerische Operationalisierung der synthetisch-idealistischen Geometrie nach Euklid) sowie nicht zuletzt auch durch seinen eigenen Differentialkalkül, der ma-

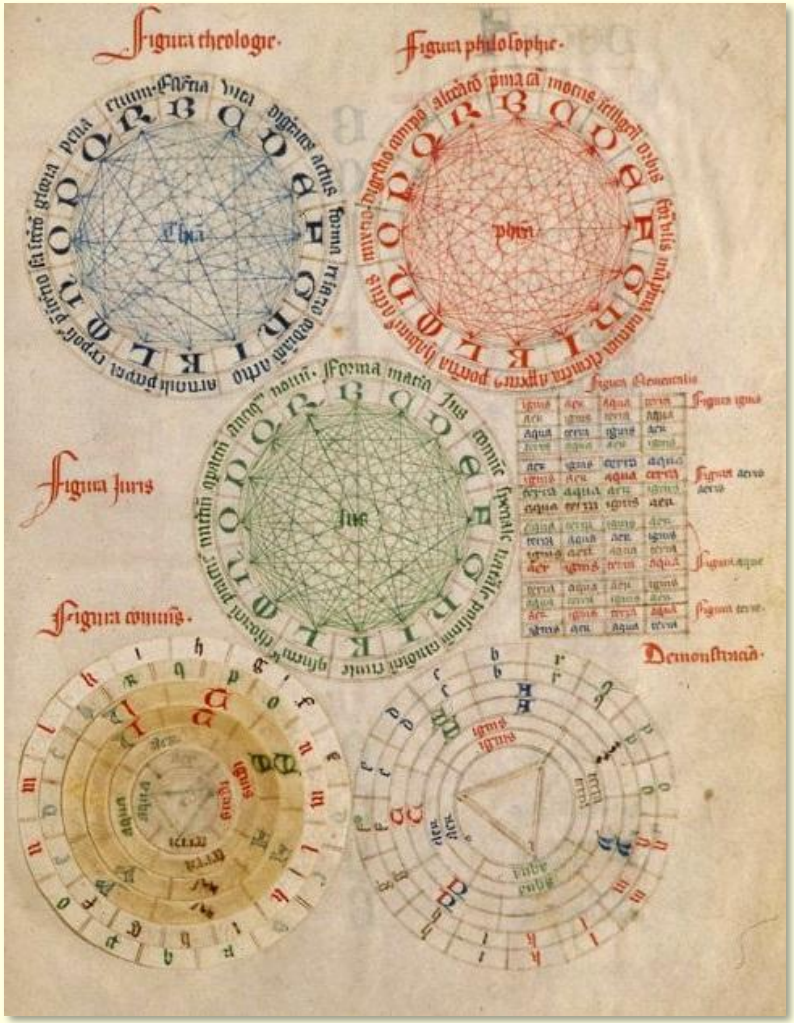
Bild: Österreichische Nationalbibliothek

Raimundus Lullus, „one of the most remarkable tragicomic figures of the Middle Ages“ (Martin Gardner) mit Sprechblase „Lux mea est ipse Dominus“ (Der Herr selbst ist mein Licht; Mi 7,8)

thematisch-physikalische Sachverhalte berechenbar machte. Die klassischen logikorientierten Arbeiten der griechischen Philosophen, wie sie etwa in Aristoteles' Werk beschrieben sind, sowie die darauf aufbauenden Bemühungen der oft theologisch motivierten mittelalterlichen Scholastik gehören natürlich ebenfalls zum geistigen Hintergrund von Leibniz' Idee.

Dieser Idee zugrunde lag einerseits die Annahme, dass die Elemente einer universellen Sprache kombinatorisch aus wenigen einfachen Begriffen gewonnen werden können (die begriffliche Konstruktionsmethode bezeichnete Leibniz daher als „ars combinatoria"), andererseits die Auffassung, dass das diskursive menschliche Denken nichts anderes als die Verknüpfung und Ersetzung von Zeichen ist *(„omnis Ratiocinatio nostra nihil aliud est quam characterum connexio et substitutio").* Letztere stellt, gemessen an den seinerzeitigen vorherrschenden theologischen Lehrmeinungen, eine radikale Vorstellung dar, sie ist jedoch heute grundlegend für die moderne Kognitionswissenschaft und die (sogenannte „starke") Theorie der künstlichen Intelligenz.

Fortsetzung nach dreiseitigem Einschub zu Lullus



Blog.hnf.de/das-universum-des-ramon-llull/

Abbildung aus der „Ars Magna" von Raimundus Lullus: Ringförmige, mit Liniennetzen gefüllte Diagramme, die zu Papiermaschinen aus drehbaren Kreisflächen führen – ein unvollkommener, aber geistesgeschichtlich folgenreicher, erster Versuch der schematischen Erzeugung aller wahren Aussagen.

Raimundus Lullus – der Erfinder der Denkmaschine des 13. Jahrhunderts

Auszug aus https://blog.hnf.de/das-universum-des-ramon-llull/:

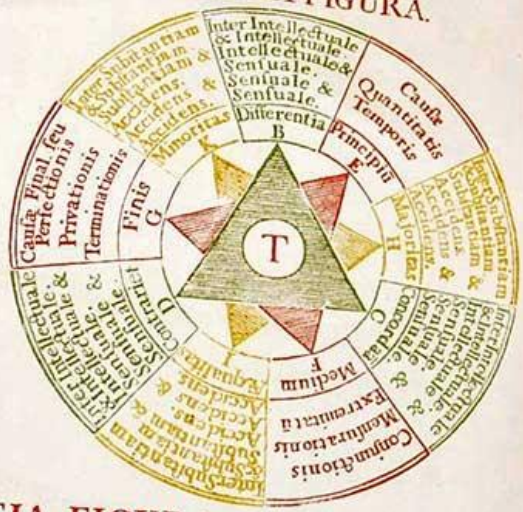
Raimundus Lullus (links) lernt Arabisch. (BLB, Breviculum ex artibus Raimundus Lulli electum.) "It is said that one day Lull struck the Moorish slave in the face after hearing him blaspheme the name of Christ. Soon thereafter the Moor retaliated by attacking Lull with a knife. Lull succeeded in disarming him and the slave was jailed. Expecting to be put to death, the Moor hanged himself with the rope that bound him." [Martin Gardner]

„Geboren wurde Lullus in Palma de Mallorca als Sohn eines Ritters vermutlich 1233. Der junge Ramon liebte Wein, Weib und Gesang, war Vater zweier Kinder und arbeitete im Königspalast als Prinzenerzieher und Hofmeister. Das änderte sich 1263. Lullus hatte ein religiöses Erlebnis, entsagte allen weltlichen Freuden und schloss sich dem Mönchsorden der Franziskaner an. In seiner Kammer studierte er sowohl christliche als auch islamische Theologie und Philosophie. Arabisch lernte er von einem maurischen Sklaven. 1271 oder 1272 schrieb er sein erstes Buch über die Logik des persischen Gelehrten Abu Hamid al-Ghazali. Von nun an führte Ramon Lull ein ruheloses Leben als Denker und Schriftsteller. Sein Output umfasst mehr als 260 Titel auf Arabisch, Lateinisch und Katalanisch, seiner Muttersprache. Im Alter erfuhr er Anerkennung der Professoren der Pariser Universität; zugleich packte ihn das missionarische Feuer. Ramon Lull war sicher der ungewöhnlichste Intellektuelle des Mittelalters. Schon früh nannte man ihn den „erleuchteten" doctor illuminatus. Er schrieb aber auch als Erster philosophische Texte in einer Volkssprache. Sein Hauptwerk ist die Ars magna, die Große Kunst. Das Markenzeichen der Ars magna sind die ringförmigen Diagramme, die zu Papiermaschinen aus drehbaren Kreisflächen führen. Die Grafiken sollten helfen, durch Vernunftschlüsse Fragen aus jeder Wissenschaft zu beantworten." Innovativ ist vor allem die Idee, aus einer endlichen Menge von Grundtermini mittels schematischer Kombinationen eine unendliche Menge von Aussagen herzuleiten. Das algorithmische Denken und die Freude an konstruktiven Lösungen machen Lullus zu einem Urahnen der Informatik.

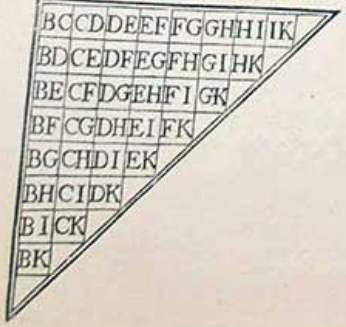
„Lulls Suche nach einem ‚Universalschlüssel' *(clavis universalis),* der – der Logik und Metaphysik vorgeordnet – alle Prinzipien der Wissenschaften (als Universalsprache wie auch als Universalwissen) durch ein kombinatorisches Bildungsverfahren methodisch herzuleiten beansprucht, enthält als neuartigen Grundgedanken, dass durch eine *begrenzte* Menge von Grundtermini *(inveniendi terminos principiorum)* eine unbegrenzte Anzahl von Sätzen *(quibus mediantibus possunt formari infinitae propositiones)* gebildet werden kann: Aus einem vollständigen Inventar von Grund- bzw. Erstbegriffen *(dignitates)* sei alles Wissbare, im strengen Sinne *jede mögliche* Prädikation, logisch herzuleiten. … Die neue Aufgabenstellung, die sie von der Schullogik absetzt, besteht nicht mehr in ihrer Funktion als *ars demonstrandi,* sondern als *ars inveniendi:* als Kunst, neue wahre Aussagen über die Realität zu entdecken." [Hans Feger]

PRIMA FIGURA.

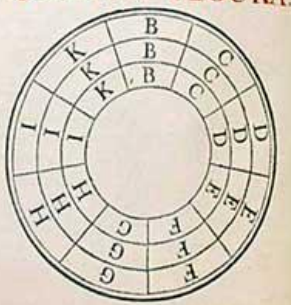
SECUNDA FIGURA.



TERTIA FIGURA



QUARTA FIGURA.



BEATI RAYMUNDI LULLI DOCTORIS ILLUMINATI ARS INVENTIVA VERITATIS SEU ARS INTELLECTIVA VERI.

QUÆ EST

INSTRUMENTUM INTELLECTIVÆ POTENTIÆ.

DEUS Potentissime & Benignissime, cujus Sapientiæ & Amoris non est numerus neque finis, ut te cognoscere sciamus & amare, incipit *Ars Inventiva.*

DE PROLOGO

1. ARs præsens descendit ab *Arte Demonstrativa;* & licèt existentia vel essentia hujus & illius sit una & eadem, tamen est earum Modus procedendi diversus: nam illa procedit per Terminos redactos in Literas, ista verò est contenta suis propriis Terminis seu Principiis, nec indiget aliâ notâ Literarum, sicut illa, ut illi, qui volunt evitare Alphabetum Demonstrativæ Artis, attingant Terminos seu Principia hujus Artis sub suis propriis significatis. Veruntamen oportet nos necessariò uti Literis pro Terminis in ista eadem Arte in Figuris, non autem in processu: nam aliter non posset fieri Inquisitio nec Inventio in duabus ultimis Figuris hujus Artis.

2. „Et cùm essentiæ & operationes rerum, „de quibus intenditur, sint majores & plu„res in se ipsis, quàm earum similitudines in „intellectu, & ipsæ similitudines majores & „ampliores in intellectu, quàm earum signi„ficata in verbis, est magna distantia significato-

Stephan Meier-Oeser schreibt dazu: „Das von älteren Entwürfen einer Universalsprache verfolgte Ziel der Erleichterung des wechselseitigen Verkehrs der Völker sei, wie Leibniz meint, noch der geringste Nutzen, den eine Universalcharakteristik haben würde, bildet sie als *scriptura rationalis* doch das mächtigste Instrument für die Erreichung des größten, was dem Menschen überhaupt widerfahren kann: Der Perfektionierung der Geistesfunktionen (perfectio functionum mentis). Es ist dies jedoch eine Vervollkommnung, die nicht am Ort dieser Geistesfunktionen selbst, der mens, ansetzt, sondern im externen Medium der Zeichen realisiert werden soll. Sie vollzieht sich daher als Exteriorisierung der Denkfunktionen, als Übertragung von Geistesfunktionen auf ein äußeres Zeichensystem, sodass die Vollkommenheit des Zeichensystems als Perfektionierung der Geistesfunktionen selbst erscheinen kann. [...] Entsprechend postuliert er, es müsste sich eine Art Alphabet der menschlichen Gedanken ersinnen und durch die Verknüpfung seiner Buchstaben und die Analyse der Worte, die sich aus ihnen zusammensetzen, alles andere entdecken und beurteilen lassen.“

In einem Brief an den Gelehrten Theodor Haak in England schrieb Leibniz: „Ich meine nämlich, eine Art Universalschrift ersinnen zu können, vermöge derer wir bei Dingen aller Art so rechnen und Beweise finden können wie in der Algebra und der Arithmetik“. *(„Ego enim scripturam quandam universalem excogitari posse arbitror, cuius ope calculare in omni genere rerum et demonstrationes invenire possimus perinde ac in Algebra et Arithmetica.“)* Es ging Leibniz also nicht nur um eine Beschreibung von Sachverhalten, sondern ganz bewusst sollte durch schematisches Rechnen die Entdeckung von noch Unbekanntem möglich sein. In einem Brief an den Abbé Jean Galloys [Gallois] bekräftigt Leibniz, dass seine Universalsprache nicht primär auf die (gesprochene) Sprache zielt, sondern auf die Gedanken und das Verständnis: „En voulant aller d’Angleterre en Hollande j’ay esté retenu quelque temps dans la Tamise par les vents contraires. En ce temps la ne sçachant que faire et n’ayant personne dans le vaisseau que des mariniers, je meditois sur les choses la, et surtout je songeois à mon vieux dessein d’une langue

ou écriture rationelle, dont le moindre effect seroit l'universalité et la communication de differentes nations. Son veritable usage seroit de peindre non pas la parole […] mais les pensées, et de parler à l'entendement plutost qu'aux yeux. Car si nous l'avions telle que je la conçois, nous pourrions raisonner en metaphysique et en morale à peu pres comme en Geometrie et en Analyse." Dass mit seinem Esperanto des Geistes auch gleich noch die nationalen Sprachbarrieren überwunden werden, stellt für Leibniz so gesehen also eher einen Nebeneffekt dar.

Im Jahr 1679 unternimmt Leibniz mehrere Ansätze, einen konkreten Logikkalkül (*characteristica universalis* bzw. *calculus universalis*) zu entwerfen – „eine Charakteristik der Vernunft, kraft derer Wahrheiten der Vernunft gewissermaßen durch einen Kalkül wie in der Arithmetik und in der Algebra, so in jedem anderen Bereich, soweit er der Schlussfolgerung unterworfen ist, erreichbar würde." In seinem kategorisch verfassten Aufsatz „Elementa Calculi" versucht Leibniz, den Begriffen in der Weise Zahlen zuzuordnen, dass begriffliche Unterordnung durch Teilbarkeit repräsentiert wird – in heutiger Terminologie formuliert, entwickelte er also erste Ansätze einer Ontologie in Gestalt eines mathematischen Begriffsverbands. Hieraus einige Zitate:

„Jedem Terminus soll eine charakteristische Zahl zugeordnet werden, die zum Rechnen verwenwendet würde, wie der Terminus selbst zum Schlussfolgern verwendet wird. *(Cuilibet Termino, assignetur suus numerus characteristicus, qui adhibeatur in calculando, ut terminus ipse adhibetur in ratiocinando.*)

Wenn der Begriff eines gegebenen Terminus in direkter Weise aus den Begriffen zweier oder mehrerer anderer Termini gebildet wird, dann soll die charakteristische Zahl des gegebenen Terminus durch Multiplikation der charakteristischen Zahlen derjenigen Termini, die den Begriff des gegebenen Terminus bilden, erzielt werden. Als Beispiel, da der Mensch ein vernunftbegabtes Lebewesen ist: Wenn mit der Zahl *a*, etwa 2, die Lebewesen charakterisiert sind, und Ver-

nunft mit der Zahl *r*, etwa 3, dann wird die Zahl *h* für Mensch gleich *a r* sein, das ist in diesem Beispiel 2 x 3 oder 6. (*Quando Termini dati conceptus componitur in casu recto ex conceptibus duorum pluriumve aliorum terminorum, tunc numerus termini dati characteristicus producatur ex terminorum termini dati conceptum componentium numeris characteristicis invicem multiplicatis. Verbi gratia quia Homo est Animal rationale hinc si sit Animalis numerus* a*, ut 2 Rationalis vero numerus* r *ut 3, erit numerus hominis seu* h *idem quod* a r *id est in hoc exemplo 2 x 3 seu 6.)"*

Gleichermassen würde Gold die Charakteristik 15 zukommen, wenn Metall den Wert 3 und die Eigenschaft „am schwersten" den Wert 5 hätten. Leibniz kommt dann auf die Beziehung zwischen Konzepten zu sprechen, insbesondere auf die Konzepthierarchie:

„Deshalb sage ich, Gold ist umfassender als Metall, da für den Begriff des Goldes mehr erforderlich ist als für den des Metalls, und es macht mehr Arbeit, Gold herzustellen als irgendein Metall. *(Itaque dico aurum majus metallo, quia plura requiruntur ad notionem auri quam metalli, et majus opus est aurum producere, quam metallum qualecunque.)*" Und weiter: „Mensch und Tier haben gemeinsam den Begriff des Lebewesens; Gold und Silber den des Metalls. (*Homo et brutum animalis conceptum habent communem. Aurum et Argentum metalli.*)" Mensch und Affe stehen aber jedenfalls nicht in einer hierarchischen Ordnung: „Sei zum Beispiel die charakteristische Zahl für den Menschen als 6 angenommen, für den Affen hingegen 10, dann enthält offenbar weder der Begriff des Affen den Begriff des Menschen noch umgekehrt, da weder 10 ganz durch 6 teilbar ist noch andersherum 6 durch 10. (*Exempli gratia, si Numerus characteristicus hominis fingatur esse 6, simiae vero 10 patet quod nec simiae notio contineat notionem hominis, nec contra haec illam, quia nec 10 dividi potest exacte per 6 nec contra 6 per 10.)"*

Eines der Manuskripte zu den „Elementa Characteristicae universalis" enthält am Ende eines beigefügten Notizblattes eine von Leibniz angefertigte Skizze. (Es ist aber unklar, wen die bärtige

Gestalt darstellen soll und was Leibniz zur der Skizze an dieser Stelle veranlasst hat. Vielleicht entstand sie ja nur als sinnloses Gekritzel beim Nachdenken...)

Wir kommen auf die Universalsprache und deren Zweck zurück. Mit ihr möchte Leibniz die Logik operationalisieren und letztlich automatisieren. Der Logik kommt nach Leibniz zwei Aufgaben zu, einerseits die der „Beurteilung“ von Aussagen („ars iudicandi“), d.h. den Nachweis ihrer deduktiven Abhängigkeit von anderen Aussagen, deren Wahrheit feststeht; andererseits die Herleitung („Erfindung“) von neuen Aussagen („ars inveniendi“) mittels formalem Schliessen aus bereits als wahr erkannten Aussagen. In heutiger Informatik-Terminologie: Formale Sprachen in der Funktion eines „Akzeptors“ bzw. eines „Generators“.

...nicht allein was fürgestellet zu beurtheilen, sondern auch was verborgen zu erfinden. -- Leibniz

In seinem Essay ohne Titel von 1677 schreibt Leibniz u.a. [Übersetzung von Herbert Herring]: „Nun geschah es aber, ich weiss nicht durch welches Schicksal, dass ich schon als Knabe auf diese Betrachtungen geführt wurde [...] Bei meinen eifrigen Bemühungen um dieses Problem gelangte ich dann mit innerer Notwendigkeit zu einer Betrachtung von erstaunlicher Tragweite: Es müsste sich, meinte ich, eine Art Alphabet der menschlichen Gedanken ausdenken und durch die Verknüpfung seiner Buchstaben und die Analyse der Wörter, die sich aus ihnen zusammensetzen, alles andere entdecken und beurteilen lassen. Dieser Einfall machte mir nun ganz ausserordentliche Freude, die allerdings nur kindlich war, da ich die Wichtigkeit der Sache damals noch nicht ausreichend begriff. Später aber kräftigte sich mit jedem weiteren Fortschritt meiner Erkenntnis in mir zugleich der Entschluss, einen Gegenstand von solcher Bedeutung weiter zu verfolgen. (*Factum est autem, nescio quo fato, ut ego adhuc puer, in has cogitationes inciderem [...]. Cui studio cum intentius incumberem, incidi necessario in hanc contemplationem admirandam, quod scilicet*

excogitari posset quoddam Alphabetum cogitationum humanarum, et quod literarum hujus Alphabeti combinatione et vocabulorum ex ipsis factorum analysi omnia quae ratione constant et inveniri et dijudicari possent. Hoc ego deprehenso mirifice exultavi, puerili quidem gaudio, nam tunc rei magnitudinem non satis capiebam. Sed postea quanto majorem in rerum cognitione progressum feci, eo magis confirmatus sum in consilio rem tantam prosequendi.)“

Leibniz sieht den Nutzen seiner Universalschrift aber auch darin, dass damit keine fehlerhaften Schlüsse mehr möglich sein sollten, denn diese würden sich als erkennbare Rechenfehler manifestieren: „Das ist zu erreichen: dass jeder Fehlschluss nichts anderes als ein Rechenfehler ist, [...] der durch die blossen Gesetze dieser philosophischen Grammatik leicht in Ordnung zu bringen ist. *(Id scilicet efficiendum est, ut omnis paralogismus nihil aliud sit quam error calculi, [...] ex ipsis grammaticae hujus philosophicae legibus facile revincendus.).“*

Auf nette Weise fasst Leibniz seine Vision in einer Beschreibung zweier Menschen guten Willens zusammen, die, in einen philosophischen Disput verwickelt und auf der Suche nach der Wahrheit, ihre Argumente in die formale Sprache übersetzen und dann nicht wie zwei Philosophen disputieren, sondern wie zwei Mathematiker sagen: „Calculemus“ – Rechnen wir es einfach aus! Wörtlich im Original auf Latein: *„Quo facto quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophos, quam inter duos Computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sedereque ad abacos, et sibi mutuo (accito si placet amico) dicere: calculemus.“* („Bei Streitfragen zwischen zwei Philosophen wird keine grössere Diskussion erforderlich sein als zwischen zwei Rechenmeistern oder Buchhaltern. Es wird nämlich genügen, Schreibzeug zur Hand zu nehmen, sich ans Rechengerät zu setzen und – wenn es beliebt, nach Hinzuziehen eines Vertrauten – zueinander zu sagen: *lasst uns rechnen!*“) Leibniz selbst scheint an diesem etwas skurrilen Szenario Gefallen gefunden zu haben, an anderer Stelle schrieb er nämlich: „Et si quelqu‘un doutoit de ce que j’aurois avancé, je luy dirois: contons, Monsieur, et ainsi prenant la plume et de l’encre, nous sortirions bientost d’affaire.“

Das Zitat „…contons, Monsieur…“ in grösserem Zusammenhang – original im altertümlichen Französisch sowie übersetzt ins Deutsche („leibnizisch, richtig und lesbar zugleich“) von Franz Schmidt:

De là il est manifeste, que si l’on pouvoit trouver des caracteres ou signes propres à exprimer toutes nos pensées, aussi nettement et exactement que l’arithmetique exprime les nombres, ou que l’analyse geometrique exprime les lignes, on pourroit faire en toutes les matieres autant qu’elles sont sujettes au raisonnement tout ce qu’on peut faire en Arithmetique et en Geometrie.

Car toutes les recherches qui dependent du raisonnement se feroient par la transposition de ces caracteres, et par une espece de calcul; ce qui rendroit l’invention des belles choses tout a fait aisée. Car il ne faudroit pas se rompre la teste autant qu’on est obligé de faire aujourd’huy, et neantmoins on seroit asseuré de pouvoir faire tout ce qui seroit faisable, *ex datis.*

De plus on feroit convenir tout le monde de ce qu’on auroit trouvé ou conclu, puisqu’il seroit aisé de verifier le calcul soit en le refaisant, soit en essayant quelques preuves semblables à celle de l’abjection novenaire en arithmetique. Et si quelqu’un doutoit de ce que j’aurois avancé, je luy dirois: contons, Monsieur, et ainsi prenant la plume et de l’encre, nous sortirions bientost d’affaire.

Wenn man Charaktere oder Zeichen finden könnte, die geeignet wären, alle unsere Gedanken ebenso rein und streng auszudrücken, wie die Arithmetik die Zahlen oder die analytische Geometrie die Linien ausdrückt, könnte man offenbar bei allen Gegenständen, soweit sie dem vernünftigen Denken unterworfen sind, das tun, was man in der Arithmetik und der Geometrie tut.

Denn alle Forschungen, die vom vernünftigen Denken abhängen, würden durch die Umwandlung dieser Charaktere und eine Art Kalkül zustande kommen, was die Erfindung schöner Dinge ganz leicht machen würde. Denn es würde nicht nötig sein, sich den Kopf ebenso zu zerbrechen, wie man heute gezwungen ist zu tun, und man würde trotzdem sicher sein, alles, was hier zu tun sein würde, tun zu können *ex datis*.

Zudem würde man jeden von dem überzeugen, was man gefunden oder erschlossen hätte, da es leicht sein würde, den Kalkül zu prüfen, sei es, indem man ihn nachvollzieht, sei es indem man einige Proben versucht, ähnlich solchen, wie es die Neunerprobe in der Arithmetik ist. Und wenn jemand an dem, was ich vorgebracht haben würde, zweifelte, würde ich zu ihm sagen: „Rechnen wir, mein Herr!“, und Feder und Tinte nehmend, würden wir uns bald aus der Verlegenheit ziehen.

Aus „La vraie methode“, in: Gottfried Wilhelm Leibniz: Sämtliche Schriften und Briefe. Sechste Reihe, 4. Band, „Leibniz 1677 - Juni 1690“, Teil A, S. 4-7

Vier Absätze später, am Ende seines Traktats, drückt Leibniz – nicht ganz unbescheiden – seine Erwartung und Hoffnung zum „Geisteskalkül“ aus; er ist und bleibt eben ein Bilderbuchoptimist!:

J’ose dire que cecy est le dernier effort de l’esprit humain, et quand le projet sera executé, il ne tiendra qu’aux hommes d’estre heureux puisqu’ils auront un instrument qui ne servira pas moins à exalter la raison, que le Telescope ne sert à perfectionner la vue.

C’est une de mes ambitions de venir à bout de ce projet, si Dieu me donne la vie. Je ne le dois qu’à moy, et j’en ay eu la premiere pensée à l’âge de 18 ans […].

La raison m’apprend qu’il n’y a rien qui contribue d’avantage au bien general de tous les hommes, que ce qui la perfectionne.

Ich wage zu sagen, dass dies die letzte Bemühung des menschlichen Geistes ist, und wenn der Plan wird ausgeführt sein, wird den Menschen nur noch daran liegen, glücklich zu sein, da sie ein Hilfsmittel haben werden, das nicht weniger dazu dienen wird, die Vernunft zu steigern wie das Fernrohr dazu dient, das Sehen zu vervollkommnen.

Es ist eine meiner Bestrebungen, diesen Plan auszuführen, wenn Gott mir das Leben dazu gibt. Ich verdanke ihn nur mir, und ich habe den ersten Gedanken daran im Alter von 18 Jahren gehabt […].

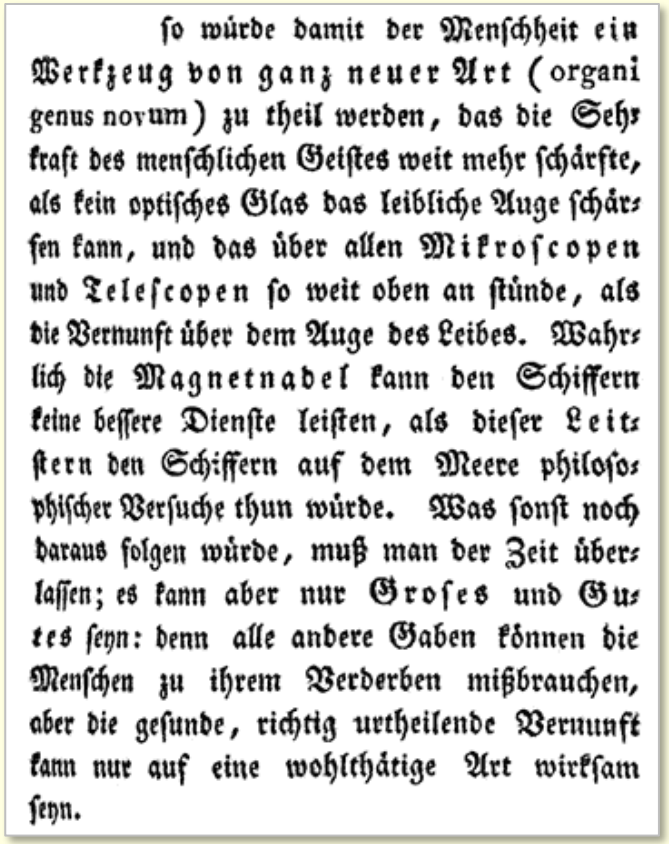
Die Vernunft lehrt mich, dass es nichts gibt, das mehr zum allgemeinen Guten aller Menschen beiträgt, als was die Vernunft vervollkommnet.

Das Teleskop-Gleichnis verwendet Leibniz auch in einem wohlformulierten Traktat („De numeris characteristicis ad linguam universalem constituendam“), das an die Öffentlichkeit gerichtet zu sein scheint. Für seine Methode werbend, gerät er, ähnlich wie heutige KI-Adepten, ins Schwärmen:

„…so wird das Menschengeschlecht gleichsam ein neues Instrument besitzen, welches das Leistungsvermögen des Geistes weit mehr erhöhen wird als optische Gläser die Sehschärfe der Augen fördern, und das die Mikroskope und Teleskope in dem gleichen Maße übertreffen wird, wie die Vernunft dem Gesichtssinn überlegen ist. Größeren Nutzen, als die Magnetnadel jemals den Schiffern gebracht, wird dieses Sternbild denen bringen, die das Meer der Forschung befahren. Was sonst daraus folgen wird, liegt in der Macht des Schicksals, es kann insgesamt jedoch nur Großes und Gutes sein. Denn alle anderen Gaben können dem Menschen zum Schlechten gereichen, einzig die rechte Vernunft ist ihm unbedingt heilsam.“

Wie so vieles, schrieb Leibniz auch obige Bemerkung zum neuen Instrument des Menschengeschlechtes auf Latein. Die 1992 erschienene deutsche Übersetzung stammt von Herbert Herring. Nur wenige Leibniz-Manuskripte wurden schon früher einmal ins Deutsche oder Französische übersetzt, darunter just dieser Text: 1815 wurde er im etwas obskuren „Magazin für allgemeine Sprache mit besonderer Rücksicht auf die teutsche Sprache“ publiziert, dessen Herausgeber Johann Michael Schmid (1767 - 1821) eine Universalschrift propagierte und Leibniz bewunderte. Man möge die altertümliche Übersetzung mit derjenigen oben von 1992 vergleichen:

…so würde damit der Menschheit ein Werkzeug von ganz neuer Art zu theil werden, das die Sehkraft des menschlichen Geistes weit mehr schärfte, als kein optisches Glas das leibliche Auge schärfen kann, und das über allen Mikroscopen und Telescopen so weit oben an stünde, als die Vernunft über dem Auge des Leibes. Wahrlich die Magnetnadel kann den Schiffern keine bessere Dienste leisten, als dieser Leitstern den Schiffern auf dem Meere philosophischer Versuche thun würde. Was sonst noch daraus folgen würde, muß man der Zeit überlassen; es kann aber nur Groses und Gutes seyn: denn alle andere Gaben können die Menschen zu ihrem Verderben mißbrauchen, aber die gesunde, richtig urtheilende Vernunft kann nur auf eine wohlthätige Art wirksam seyn.



ſo würde damit der Menſchheit ein Werkzeug von ganz neuer Art (organi genus novum) zu theil werden, das die Sehkraft des menſchlichen Geiſtes weit mehr ſchärfte, als kein optiſches Glas das leibliche Auge ſchärfen kann, und das über allen Mikroſcopen und Teleſcopen ſo weit oben an ſtünde, als die Vernunft über dem Auge des Leibes. Wahrlich die Magnetnadel kann den Schiffern keine beſſere Dienſte leiſten, als dieſer Leitſtern den Schiffern auf dem Meere philoſophiſcher Verſuche thun würde. Was ſonſt noch daraus folgen würde, muß man der Zeit überlaſſen; es kann aber nur Groſes und Gutes ſeyn: denn alle andere Gaben können die Menſchen zu ihrem Verderben mißbrauchen, aber die geſunde, richtig urtheilende Vernunft kann nur auf eine wohlthätige Art wirkſam ſeyn.

Wenn wir Übersetzungen vergleichen, sollte aber nicht das 1679 verfasste lateinische Original fehlen:

…habebit genus humanum organi genus novum, plus multo Mentis potentiam aucturum, quam vitra optica oculos juverunt tantoque superius Microscopiis aut Telescopiis quanto praestantior est ratio, visu. Nec unquam acus magnetica plus commodi navigantibus attulit quam haec cynosura experimentorum mare tranantibus, feret. Quae alia inde consequentur, in fatorum arbitrio est, nisi magna autem et bona esse non possunt. Nam aliis omnibus dotibus homines deteriores reddi possunt; sola recta ratio nisi salutaris esse non potest.

Leibniz war ein Optimist („wir leben in der besten aller möglichen Welten“), Voltaire karikiert ihn diesbezüglich nett in seiner satirischen Novelle „Candide ou l’optimisme“. Aber selbst wenn wir die Wahrheiten immer ausrechnen könnten, würden die Probleme der Welt nicht verschwinden und wären die politischen Entscheidungen nicht einfach, wie der Soziologe Alexander Bogner erläutert:

Die Vision [einer Wissensgesellschaft] wurde von vielen Sozialwissenschaftlern als Fortschritt empfunden: An die Stelle partikularer Aspekte (Interessen) tritt ein universalistisches Prinzip (Wissen). Kämpfe zwischen Ideologien und Weltanschauungen gehören damit der Vergangenheit an, die alten Zerreißproben der Gesellschaft bleiben erspart. Die Wissensgesellschaft wird nicht länger durch Leidenschaften und Eigennutz gesteuert, so die Hoffnung, sondern durch Vernunft und Gemeinwohlorientierung.

Der schöne Traum von einer ideologiefreien, rein wissensgesteuerten Politik hat jedoch einen Haken: Er basiert auf der irrigen Annahme, dass es auf politische Streitfragen stets »richtige« oder wahre Antworten gibt. Doch das ist nicht der Fall. Selbst wenn wir zuverlässige Zahlen über die Infektiosität des Virus oder über das Ausmaß der globalen Erwärmung haben, so steckt in diesen Zahlen doch noch kein politisches Handlungsprogramm.

Der verständliche Wunsch nach einer rationalen, faktenfesten Politik fördert die Bereitschaft, auf politische Abwägungs- und Kompromissbildungsprozesse zu verzichten. Im Zuge einer Politik, die sich über Wissen und Wahrheit legitimiert, muss Bürgerbeteiligung als Ballast erscheinen. […]

Wenn politische Auseinandersetzungen als Streit um die bessere Expertise ausgetragen werden, dann muss, wer an solchen Konflikten ernsthaft teilhaben will, über extrem profundes Wissen verfügen. Wer es nicht schafft, die eigene normative Position durch den Rückgriff auf Experten abzusichern, für den wird es eng. Ein Ausweg besteht darin, die von anderen etablierte Faktenwelt auf den Kopf zu stellen. […] Die Proteste der Anti-Corona-Bewegung sind nicht nur gegen die Regierung gerichtet, sie haben immer auch eine antiwissenschaftliche Schlagseite. Es geht gegen eine vermeintlich autoritative Instanz, die mittels überlegener Rationalität festzulegen beansprucht, was real ist, was rational und politisch geboten. Verschwörungstheorien sind eine zwangsläufige Begleiterscheinung […] einer Konstellation, in der Fakten, Evidenzen und Expertise sowohl maßgebliche Ressource als auch zentraler Gegenstand politischer Kontroversen sind. Ihr Boom lässt sich als ideologische Reaktion auf eine Politik verstehen, die stark im Einvernehmen mit der Wissenschaft handelt und daher im Rahmen eines Wissenskonflikts von den Ungebildeten, Uninformierten oder einfach nur Ungehaltenen nicht mehr wirkungsvoll herausgefordert werden kann. Alternative Fakten haben ganz offensichtlich Konjunktur, wenn Politik als alternativlos erscheint.

[Der Spiegel 6/2021, S. 17-18]

Dieses „lasst uns rechnen“ muss nun aber gar nicht mit Feder und Tinte geschehen, denn dank der rechnenden Maschinen sollten Wahrheiten prinzipiell nun auch maschinell aufgefunden werden können – sind doch die von Leibniz konstruierte Rechenmaschine sowie seine symbolverarbeitende Chiffriermaschine nur Beispiele dafür, die „menschliche Gemüthskraft“, welche bisher als ein „proprium hominis“ gehalten wurde, durch „eine Machina zu wege zu bringen“. Eine veritable Maschine, die wahre Aussagen erzeugt oder bestätigt, wird von Leibniz nicht explizit postuliert; durch Phrasen wie „wie durch die Tätigkeit einer Maschine“ aber alludiert: „Diese allgemeine Algebra bewirkt, dass wir, selbst wenn wir das wollten, nicht irren können und dass die Wahrheit gleichsam als gemalt und wie durch die Tätigkeit einer Maschine auf das Papier gedruckt erfasst werden kann“; *(„Haec Algebra generalis praestat, Errare ne possumus quidem si velimus, et ut Veritas quasi picta, velut Machinae ope in charta expressa, deprehendatur“).*

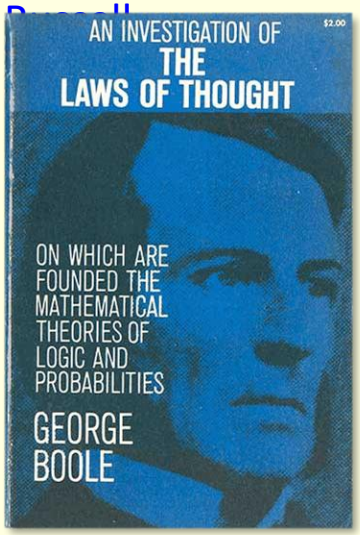
„*Rechnen wir!* – das berühmteste Zitat des Frühaufklärers.“ [„Die Zeit“ am 13. März 2008 über Leibniz]

Auch als Intelligenzverstärker solle sich, so Leibniz, seine Methode mit der Universalschrift eignen. Man könne sie nämlich „so gebrauchen, dass jeder auch nur mit mittelmässigem Verstand Begabte [...] die schwierigsten Dinge verstehen und die schönsten Wahrheiten [...] entdecken könnte.“ *(„...ita utendi, ut quisque mediocri licet ingenio praeditus [...], difficillima etiam intelligere, et pulcherrimas veritates [...] invenire possit.“)* Man kann sich natürlich fragen, ob ein „ausgelagerter Verstand“ einem mittelmässig Begabten wirklich nützt, und auch der französische Logiker Louis Couturat merkt in seinem Buch „La logique de Leibniz, d‘après des documents inédits“ an, dass mit Leibniz‘ Methode der Verstand eher nicht unterstützt, sondern ersetzt wird: „Mais elle est plus encore, à savoir l‘incarnation et le substitut de la raison : elle n‘aide pas seulement le raisonnement, elle le remplace“.

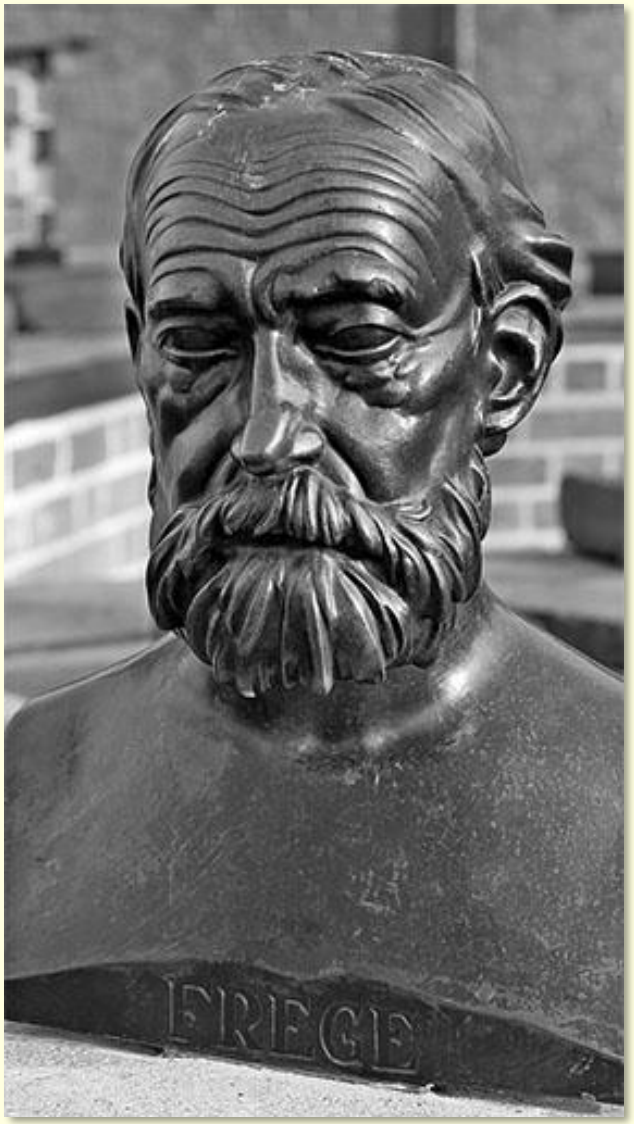
Zusammengefasst bestand Leibniz’ Idee in der Bildung eines vollständigen Systems von Begriffen als Grundlage einer schematischen (und idealerweise automatisierbaren) Methode in Form eines Kalküls, mit dem alle möglichen Urteile und Schlüsse gefunden werden können. Dem liegt

implizit die Überzeugung zugrunde, dass die algorithmische Methode der Mathematik auf den gesamten Bereich menschlicher Geistestätigkeit anwendbar sei und jedes in der Universalsprache als Aussage formulierte Problem mit „ja“ oder „nein“ entscheidbar sei. In den Jahrzehnten und Jahrhunderten nach Leibniz hat sich allerdings herausgestellt, dass diese Annahme problematisch ist und dass es dabei sogar prinzipielle Grenzen gibt. Dazu mussten aber zunächst Logik, Algorithmik und der Berechnungsbegriff besser verstanden und formalisiert werden.

Ein konkreter Logikkalkül wurde tatsächlich erst knapp zwei Jahrhunderte nach Leibniz von Augustus De Morgan und George Boole in Form der heute allseits bekannten Aussagenlogik und Booleschen Algebra entwickelt. Die Mächtigkeit dieses Formalismus ist allerdings gegenüber der Leibnizschen Vision noch relativ beschränkt. Mathematiker wie Gottlob Frege, Bertrand

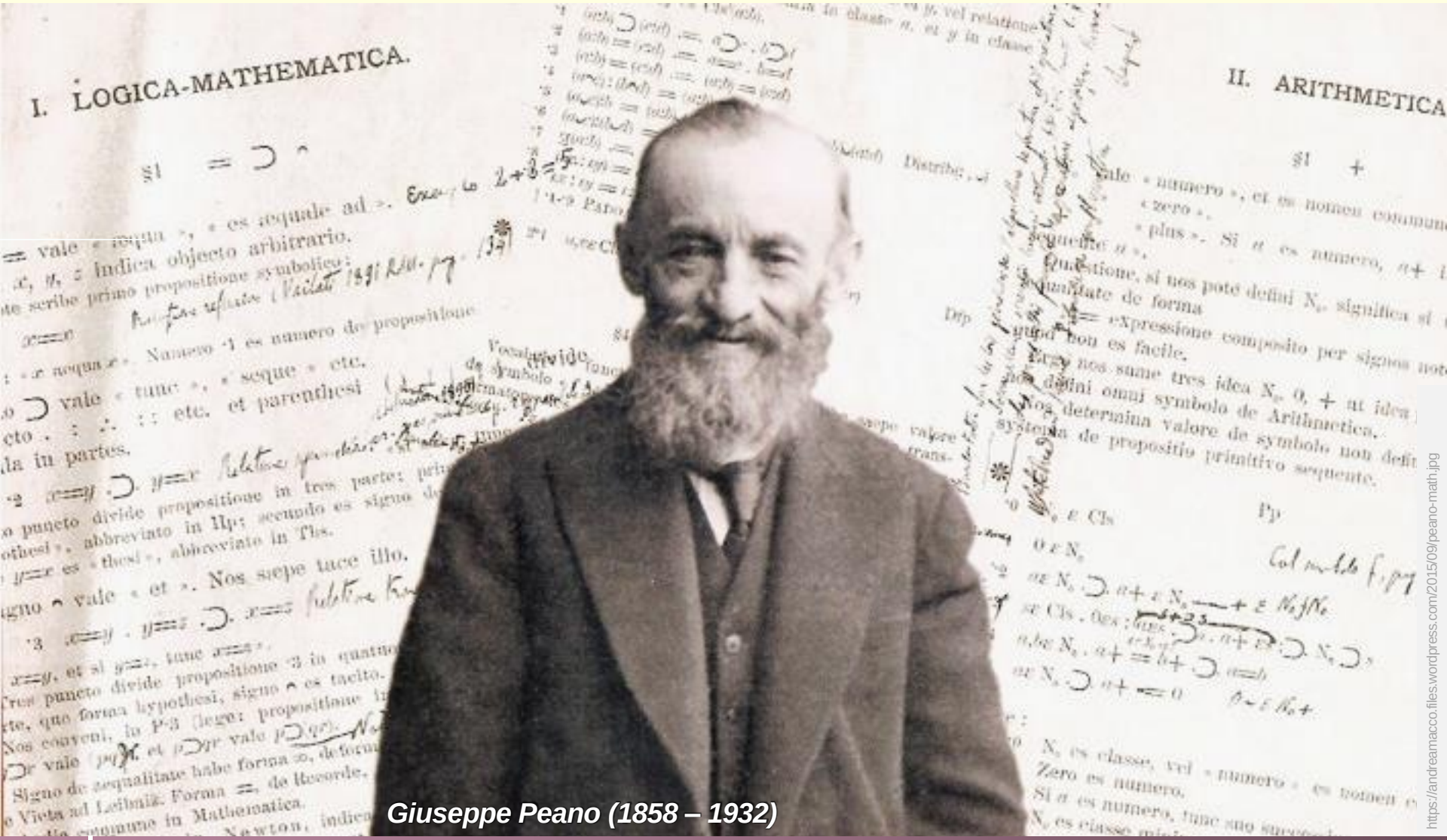


“It is upon the foundation of this general principle, that I purpose to establish the Calculus of Logic, and that I claim for it a place among the acknowledged forms of Mathematical Analysis.”
-- George Boole



Gottlob Frege, Bronzebüste in Weimar von K.-H. Appelt

Russell, Giuseppe Peano und andere setzen in der zweiten Hälfte des 19. sowie zu Beginn des 20. Jahrhunderts das (gewissermassen von Leibniz begründete) Programm einer Formalisierung der Logik fort, indem weitere wichtige Aspekte wie Prädikatenlogik oder Semantik erforscht wurden.



Giuseppe Peano (1858 – 1932)

https://andreamacco.files.wordpress.com/2015/09/peano-math.jpg

Das hohe Lied der Logik singt überraschenderweise die Wochenzeitung „Die Zeit“. Aus dem lesenswerten Artikel „Wo die Logik Fabrik wurde“ vom 13.03.2008 hier einige Sätze:

„**Die Logik hat kein Zuhause**, ist überall und nirgends. Wer sie sucht, stößt auf Schriften, die nur der Eingeweihte versteht. […]

Mathematik ist sie nicht, obwohl logische Manuskripte auf den ersten Blick wie mathematische aussehen. Den Unterschied haben vor gut 100 Jahren Benjamin Peirce und sein Sohn Charles miteinander ausdiskutiert. Der Senior war Mathematiker, der junge Peirce einer der wichtigsten Logiker der Geschichte. Beide stellten fest, dass ihre Interessen bezeichnend weit auseinanderlagen. Mathematiker, schrieb Charles Sanders Peirce später, ziehen zwingende Schlüsse, Logiker hingegen untersuchen das zwingende Schließen. Während der Mathematiker, beispielsweise, einen kurzen knackigen Beweis schön findet, seziert ihn der Logiker in seine atomaren Bestandteile, denn er will nicht nur erleben, dass der Beweis zwingend ist, sondern ganz genau zeigen, warum. Damit sich in den Beweisgang keine Missverständnisse einschleichen, baut die Logik ihre Begriffsgebäude minutiös, Steinchen auf Steinchen. Im Idealfall so, dass sich die Sätze durch regelkonforme Umgruppierung von Symbolen auseinander erzeugen lassen, rein mechanisch, wie von Computern gesteuert. Weshalb die Logik zugleich die Basisdisziplin der Informatik ist (und Software auf Französisch logiciel heißt). […]

Die Logik ist rein abstrakt; sie sieht ab von Ideologie und Religion, Nationalität und Hautfarbe, Geschlecht und Alter und Klassenlage und Leitkultur oder Migrationshintergrund und Zeitalter und Ort und überhaupt von allem, was den Teilnehmer am Überzeugungsprozess spezifisch anfärbt. **Die Regeln der logischen Vernunft sind eben universell**.“

Weiterlesen? www.zeit.de/2008/12/OdE21-Logik

„Logik sagt nicht, wie wir richtig denken, sie sagt, wie wir richtig denken sollen. Wenn Sie die Spielregeln der Logik befolgen, dann sind Sie rational. Die Frage, warum wir so denken sollen, beantwortet die Logik nicht.

Verhält man sich unlogisch, so bringt das Nachteile mit sich. Wenn man denkt, ein Löwe und noch ein Löwe heben sich gegenseitig weg, dann kann man schon mal gefressen werden. Aber die Logik verteilt keine Werturteile."

-- Reiner Kree

Mein teurer Freund, ich rat Euch drum
Zuerst **Collegium Logicum**.
Da wird der Geist Euch wohl dressiert,
In spanische Stiefeln eingeschnürt,
Dass er bedächtiger so fortan
Hinschleiche die Gedankenbahn,
Und nicht etwa, die Kreuz und Quer,
Irrlichteliere hin und her.

-- ***Goethe**, Faust (1808)*

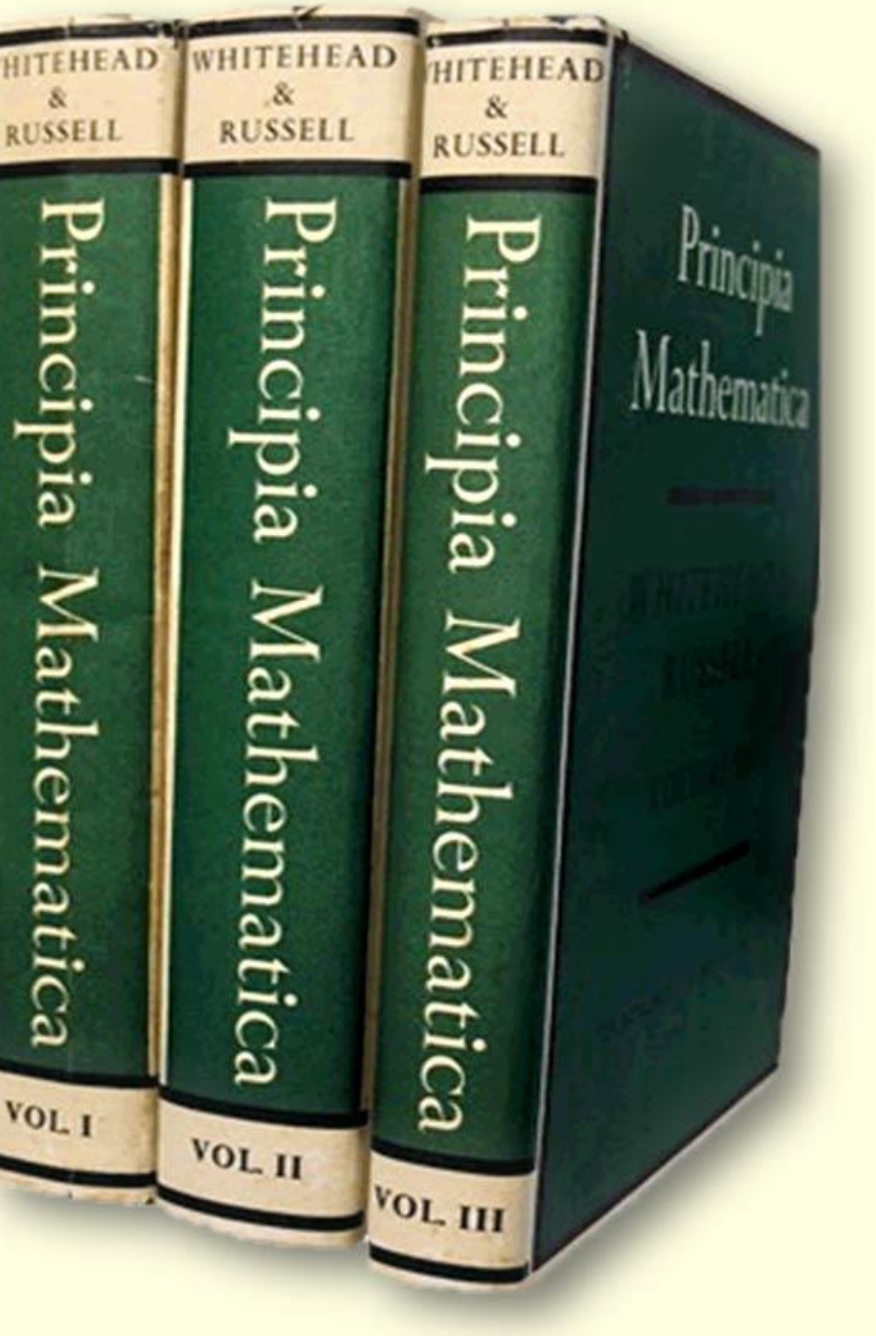
„Collegium Logicum“ war die Bezeichnung der Logikvorlesung der Universität des Mittelalters. Ein Collegium Logicum war bis in die Goethezeit obligatorisch für alle, auch Goethe selbst hat zu Beginn seines Studiums – er war damals 15 Jahre alt – eine solche Vorlesung in Leipzig besucht. In der Studierzimmer-Szene schlüpft Mephisto in die Robe und Rolle von Professor Faust, just bevor ein neuer Student mit folgenden Worten eintritt: „Ich bin allhier erst kurze Zeit / Und komme voll Ergebenheit / Ich wünschte recht gelehrt zu werden / Und möchte gern, was auf der Erden / Und in dem Himmel ist, erfassen / Die Wissenschaft und die Natur.“ Den Reim aufgreifend, antwortet Mephisto: „Da seid Ihr auf der rechten Spur“ und holt dann in Form einer zynischen „Studienberatung“ zu einem satirischen Rundumschlag gegen die Universitätsgelehrsamkeit aus. („Irrlichtelieren“ – sich wie ein Irrlicht ziellos hin und her bewegen – ist eine spontane Wortschöpfung Goethes, die es in den Duden geschafft hat.)

Lewis Carroll (eigentlich Charles Lutwidge Dodgson 1832 – 98), Autor von „Alice’s Adventures in Wonderland“ und „Through the Looking-Glas“, war nicht nur Schriftsteller, sondern auch ein Mathematiker an der Universität Oxford. 1896 erschien sein erfolgreiches populärwissenschaftliches Lehrbuch „Symbolic Logic“. Neben den genannten veröffentlichte er weitere Werke literarischer Art sowie eine Reihe mathematischer Bücher und Aufsätze. Er erfand auch zahlreiche Spiele und Rätsel.

If it was so, it might be;
and if it were so, it would be;
but as it isn't, it ain’t.
That’s logic.

*-- **Lewis Caroll**, Alice through the Looking Glass (1871)*

This is a play on words, possibly based on the fact that people didn’t use the past subjunctive consistently. Even native English speakers have to think about it for a while to see how it makes sense.
-- Peter Shor



Nicht allen Mathematikern gefielen seinerzeit die Bemühungen um die Formalisierung der Logik, da diese eine intuitionsfreie „automatische Mathematik“ zu implizieren schienen, bei der Beweise mechanisch ohne Sinn und Verstand geführt werden könnten. Henri Poincaré etwa verglich dies mit dem lustlosen mechanischen Anwenden von Schachregeln gegenüber den wirklich das Spiel beherrschenden wahren Schachexperten und bringt die Kritik 1908 in seinem Buch „Science et Méthode“ so auf den Punkt: „Pour démontrer un théorème, il n’est pas nécessaire ni même utile de savoir ce qu’il veut dire. On pourrait [...] imaginer une machine où l’on introduirait les axiomes par un bout pendant qu’on recueillerait les théorèmes à l’autre bout, comme cette machine légendaire de Chicago où les porcs entrent vivants et d’où ils sortent transformés en jambons et en saucisses. Pas plus que ces machines, le mathématicien n’a besoin de comprendre ce qu’il fait.“

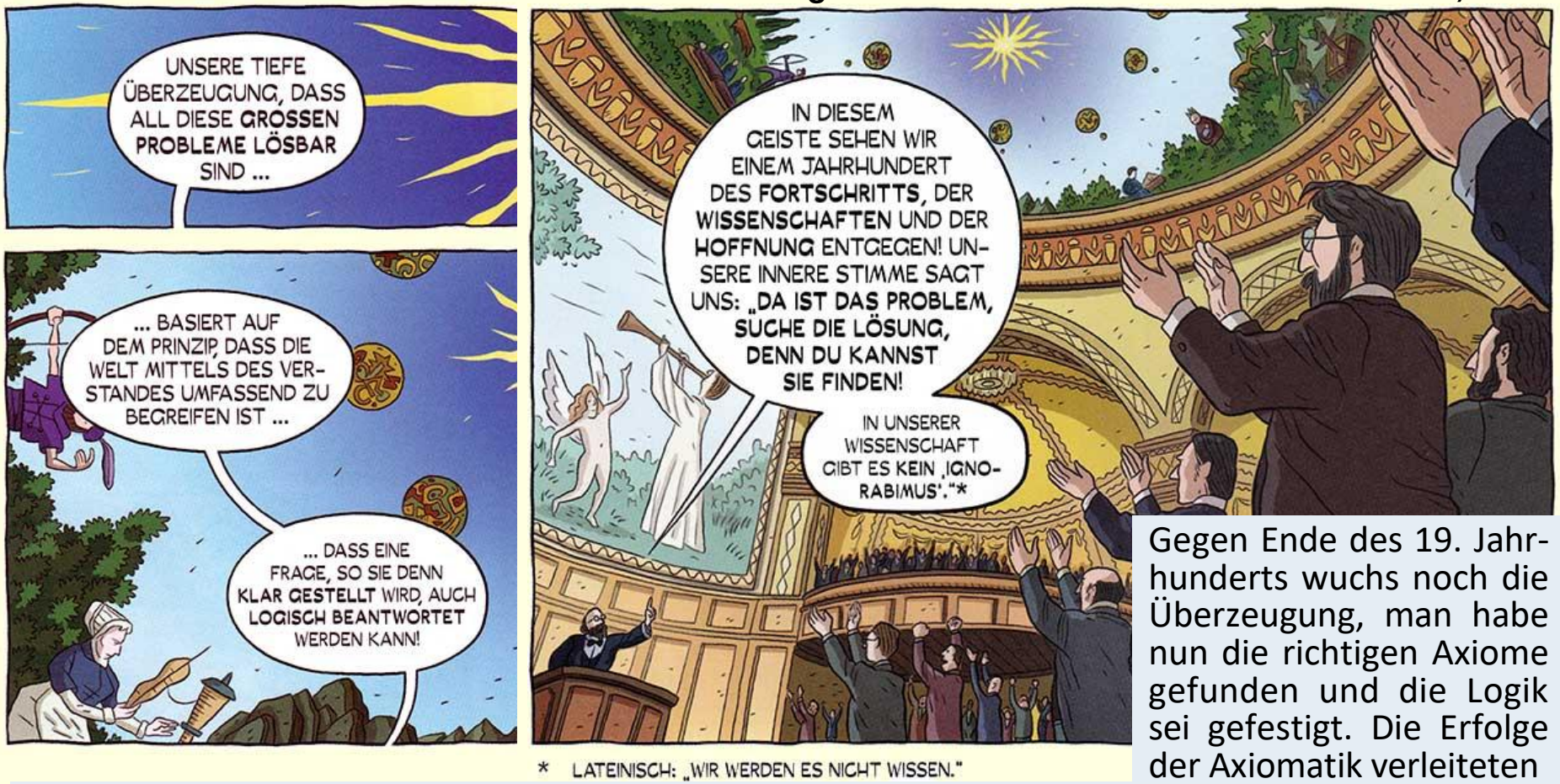
Dass jede mathematische Aussage im Prinzip formal beweisbar oder widerlegbar ist, dass also zumindest innerhalb der Mathematik und den durch sie formalisierbaren Wissensbereichen die

Leibniz'sche Idee einer kalkülbezogenen schematischen Verifikation möglich ist, war jedenfalls noch zu Beginn des 20. Jahrhunderts unbestritten. David Hilbert formulierte diese „Überzeugung, die jeder Mathematiker gewiss teilt" im Jahr 1900 in seiner programmatischen Rede „Mathematische Probleme" beim internationalen Mathematikerkongress in Paris so: *„Ich meine die Überzeugung, dass ein jedes bestimmte mathematische Problem einer strengen Erledigung notwendig fähig sein müsse, sei es, dass es gelingt, die Beantwortung der gestellten Frage zu geben, sei es, dass die Unmöglichkeit seiner Lösung und damit die Notwendigkeit des Misslingens aller Versuche dargetan wird."* (Hilbert nennt dies das „Axiom von der Lösbarkeit eines jeden Problems"; auf seinem Grabstein wird später stehen „Wir müssen wissen. Wir werden wissen.")

David Hilbert (1862–1943)

Roland Mechling kommentiert dies so: „Viel klarer kann man sein Glaubensbekenntnis zur unbedingten Entscheidbarkeit kaum formulieren! Folgerichtig ging Hilbert daran, die Leibniz'sche Idee von der vernünftigen Sprache oder Schrift in die Tat umzusetzen, indem er nämlich die Methode der algorithmischen Formulierung auf die gesamte mathematische Sprache ausdehnte: Sein Ziel war die Erstellung eines umfassenden formalen Regelwerks, in dem sich ein Mathematiker sicher bewegen kann. Ob ein Schluss von einer Aussage auf eine andere richtig ist, sollte sich völlig unabhängig vom Gehalt dieser Aussagen nur aufgrund von formalen Regeln begründen lassen." Hilbert begründet diese Vorgehensweise, fast in Opposition zu Poincaré und ganz im Geiste von Leibniz in seinem Buch „Die Grundlagen der Mathematik" so: „In meiner Theorie wird das inhaltliche Schliessen durch ein äusseres Handeln nach Regeln ersetzt; damit erreicht die axiomatische Methode diejenige Sicherheit und Vollendung, deren sie fähig ist und deren sie auch bedarf, wenn sie zum Grundmittel aller theoretischen Forschung werden soll."

Aus dem Comicbuch *Logicomix:*
David Hilbert beim internationalen Mathematikerkongress an der Pariser Sorbonne-Universität, 1900.



* LATEINISCH: „WIR WERDEN ES NICHT WISSEN."

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts wuchs noch die Überzeugung, man habe nun die richtigen Axiome gefunden und die Logik sei gefestigt. Die Erfolge der Axiomatik verleiteten David Hilbert und andere zu der Überzeugung, alles in der Mathematik sei logisch einwandfrei begründbar, jede Aussage könne man beweisen oder widerlegen. Hilbert stellte auf dem zweiten internationalen Mathematikerkongress im Jahr 1900 in seinem auf Deutsch gehaltenen Vortrag eine Sammlung von 23 seinerzeit offener mathematischer Fragen vor, die er in diesem Sinne allesamt für lösbar hielt. Aufgrund von Hilberts Prominenz übte die Vorstellung der Problemsammlung einen wesentlichen Einfluss auf die Entwicklung der Mathematik im 20. Jahrhundert aus. Einige der Probleme sind allerdings noch immer offen, andere stellten sich als unentscheidbar heraus.

Mathematische Probleme.

Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Kongreß zu Paris 1900.

Von

D. Hilbert.

Wer von uns würde nicht gern den Schleier lüften, unter dem die Zukunft verborgen liegt, um einen Blick zu werfen auf die bevorstehenden Fortschritte unsrer Wissenschaft und in die Geheimnisse ihrer Entwickelung während der künftigen Jahrhunderte! Welche besonderen Ziele werden es sein, denen die führenden mathematischen Geister der kommenden Geschlechter nachstreben? welche neuen Methoden und neuen Thatsachen werden die neuen Jahrhunderte entdecken — auf dem weiten und reichen Felde mathematischen Denkens?

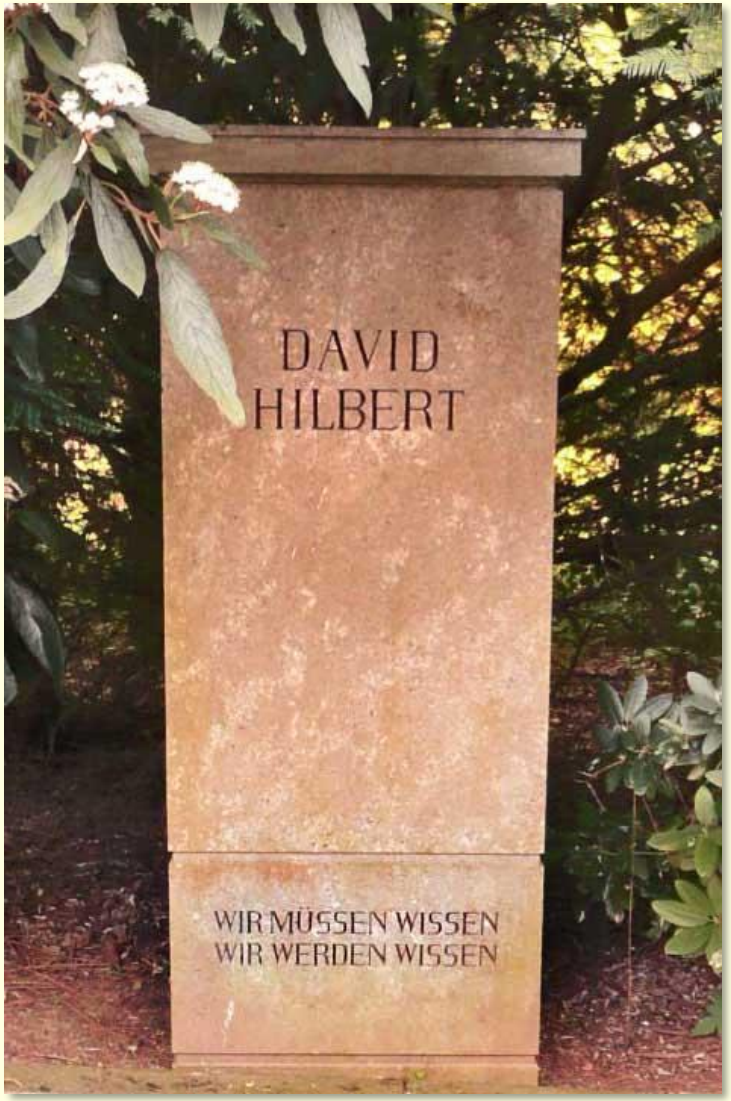
Die Geschichte lehrt die Stetigkeit der Entwickelung der Wissenschaft. Wir wissen, daß jedes Zeitalter eigene Probleme hat, die das kommende Zeitalter löst oder als unfruchtbar zur Seite schiebt und durch neue Probleme ersetzt. Wollen wir eine Vorstellung gewinnen von der muthmaßlichen Entwickelung mathematischen Wissens in der nächsten Zukunft, so müssen wir die offenen Fragen vor unserem Geiste passiren lassen und die Probleme überschauen, welche die gegenwärtige Wissenschaft stellt, und deren Lösung wir von der Zukunft erwarten. Zu einer solchen Musterung der Probleme scheint mir der heutige Tag, der an der Jahrhundertwende liegt, wohl geeignet; denn die großen Zeitabschnitte fordern uns nicht blos auf zu Rückblicken in die Vergangenheit, sondern sie lenken unsere Gedanken auch auf das unbekannte Bevorstehende

Wer von uns würde nicht gern den Schleier lüften, unter dem die Zukunft verborgen liegt!

Passend dazu veröffentlichen zwischen 1910 und 1913 Bertrand Russell und Alfred North Whitehead ihr dreibändiges Werk „Principia Mathematica“, in dem versucht wird, die gesamte klassische Mathematik in einem Logikkalkül zu entwickeln und mit diesem alle mathematischen Wahrheiten aus einem wohldefinierten Satz von Axiomen und Schlussregeln herzuleiten. Einige prinzipielle Fragen blieben offen, und David Hilbert schlug um 1920 ein mathematisches Forschungsprogramm vor, dessen Ziel darin bestand, einen Kalkül mit einfachen Axiomen zu finden, mit dem für jeden mathematischen Satz beweisbar ist, ob er wahr oder falsch ist (Entscheidbarkeit), und mit dem alle wahren Sätze aus dem Axiomensystem ableitbar sind (Vollständigkeit).

In Hilberts Nachlass, der in der Göttinger Universitätsbibliothek aufbewahrt wird, finden sich Notizbucheinträge, die zwischen 1888 und 1890 entstanden sein dürften, und aus denen hervorgeht, dass Hilbert schon damals die Frage beschäftigte, ob alle klar formulierten mathematischen Probleme „beantwortet“ werden können:

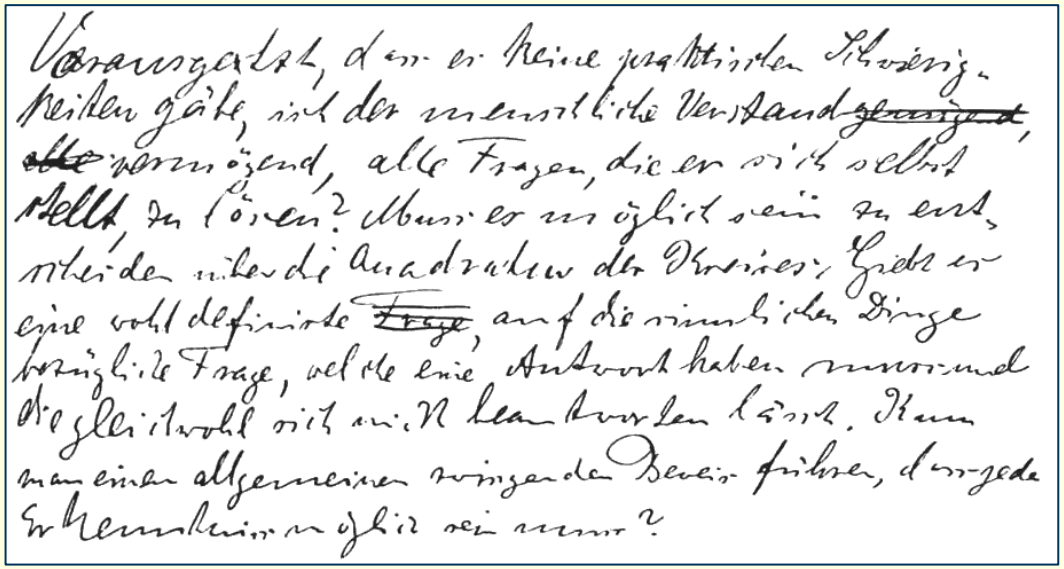
„Vorausgesetzt, dass es keine praktischen Schwierigkeiten gäbe, ist der menschliche Verstand vermögend, alle Fragen, die er sich selbst stellt, zu lösen? Muss es möglich sein zu entscheiden über die Quadratur des Kreises; giebt es eine wohl definirte, auf die sinnlichen Dinge bezügliche Frage, welche eine Antwort haben muss und die

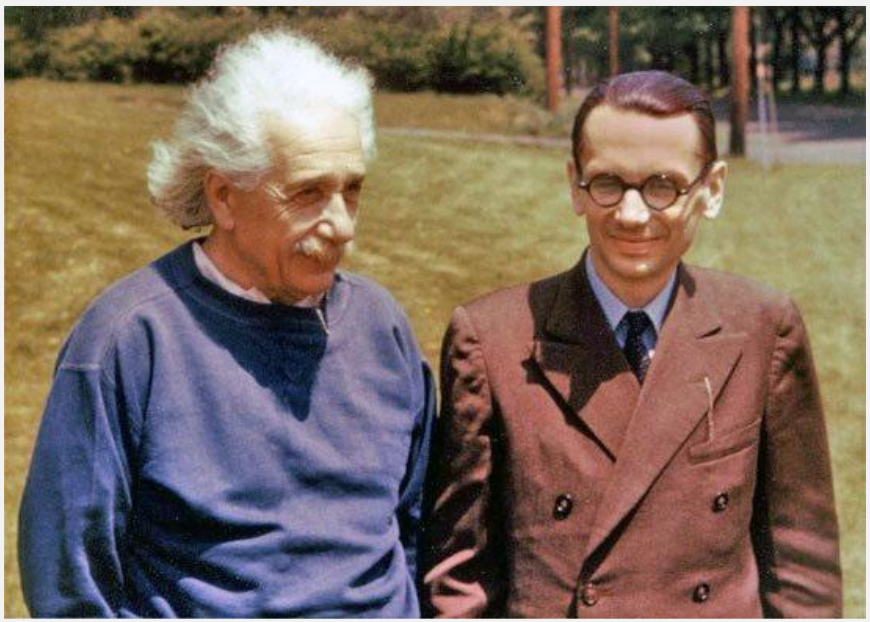


Wenn ich nach einem tausendjährigen Schlaf erwachte, wäre meine erste Frage: „Ist die Riemann-Hypothese bewiesen?“

gleichwohl sich nicht beantworten lässt? Kann man einen allgemeinen zwingenden Beweis führen, dass jede Erkenntniss möglich sein muss?“

Der Schock geschah im Jahr 1931, als Kurt Gödel (1906–1978) in einer spektakulären Arbeit („Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme“) zeigt, dass in jedem (hinreichend starken) formalen System ein Satz existiert, der innerhalb dieses Systems weder beweis-



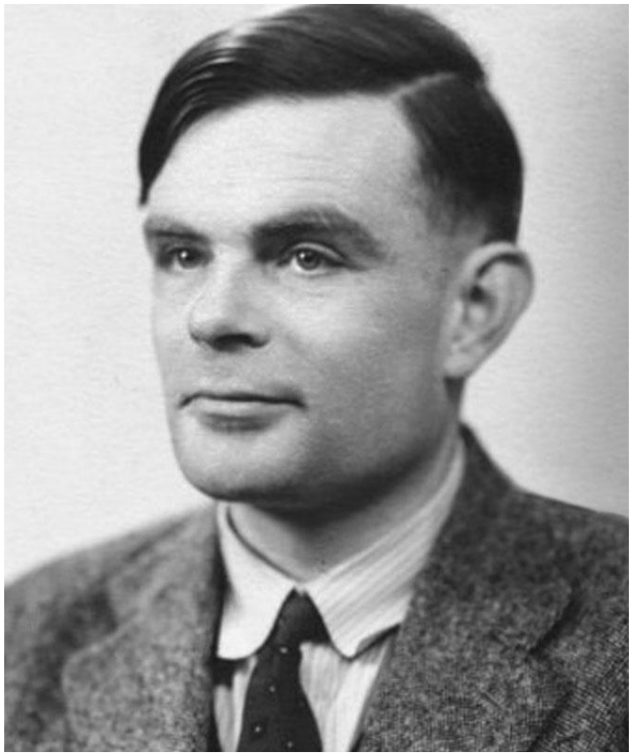


Gödel (rechts) mit seinem Freund Albert Einstein, fotografiert von Oskar Morgenstern, um 1948.

“The Institute for Advanced Study in those years was directed by J. Robert Oppenheimer. On the faculty were Albert Einstein, Kurt Gödel, and John von Neumann. Einstein and Gödel, good friends, were often seen walking to or from the Institute buildings together. I well remember the first time we encountered them walking down the middle of Olden Lane together: Einstein dressed like a tramp accompanied by Gödel in a suit and tie carrying his briefcase. “Einstein and his lawyer” was Virginia’s vivid characterization.” [Erinnert sich Martin Davis, der von 1952 bis 1954 Gast am Institute for Advanced Study war und damals mit seiner Ehefrau Virginia in Princeton lebte.]

bar noch widerlegbar ist. Dies gelang ihm, indem er alle mathematischen Aussagen effektiv „durchnummerierte“ (was heute als „Gödelisierung“ bezeichnet wird) und analog zu Cantors bekanntem Diagonalverfahren einen Widerspruch durch Selbstbezug konstruierte. 1936 wurde dann die Unentscheidbarkeit des von Hilbert so genannten „Entscheidungsproblems“ von Alan Turing (und auf etwas andere Art unabhängig auch von Alonzo Church) gezeigt. Turing führte in seiner berühmten Veröffentlichung „On Computable Numbers, with an Application to the ‘Entscheidungsproblem’“, in der er auch die nach ihm benannte abstrakte Turing-Maschine konstruierte, das Entscheidungsproblem auf das Halteproblem dieser Maschinen zurück und zeigte, dass die Frage, ob eine solche Maschine anhält, unentscheidbar ist. Mit den Erkenntnissen von Gödel, Turing und Church schien Leibniz‘ grosser Calculemus-Traum von der „Streitschlichtung und Entscheidung durch einfaches Nachrechnen“ ausgeträumt. (ETH-Professor Erwin Engeler merkt an: „Zum Glück, meine ich, und nicht überraschend zudem. Denn Mathematik ist ein zentrales Kulturgut, und wer würde schon glauben, dass Kultur programmierbar sei. Es sei denn ein Ideologe.“)

„Einen Computer! Gab’s damals nicht, außer in Turings Kopf. Man kann sich diese „Turing-Maschine“ auch als einen Kasten denken: Oben wirft man eine Zeichenfolge hinein, unten kommt eine andere heraus. Sie ist also eine Logikmaschine. *Turing hatte der Logik Beine gemacht.*“ – DIE ZEIT



A. M. Turing *(1912 – 1954)*

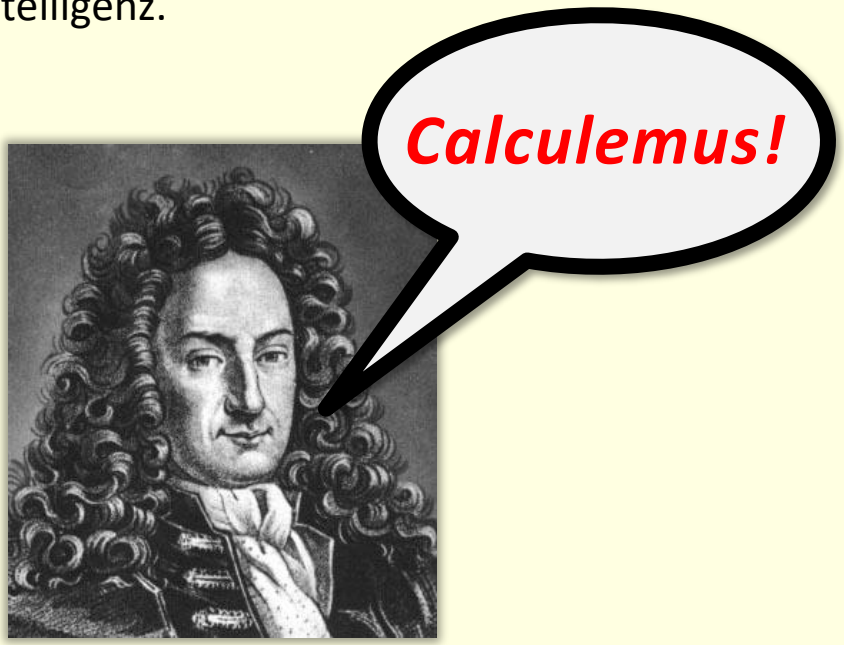
So einschneidend und fundamental diese negativen Ergebnisse auch sind – sie bedeuten allerdings nicht, dass das automatische Beweisen der Korrektheit mathematischer Sätze (und auch der Korrektheit von Programmen!) im Allgemeinen unmöglich ist. Der Prädikatenkalkül ist nämlich „semi-entscheidbar“ – das heisst, wenn eine Aussage wahr ist, dann kann dies auch in

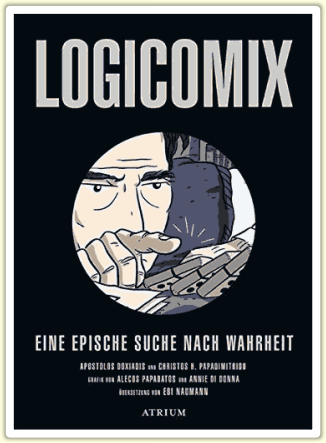
endlich vielen Schritten nachgewiesen werden. (Sollte die Aussage hingegen falsch sein, dann gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder ein Nachweis der Inkorrektheit gelingt im konkreten Fall trotzdem, oder das automatische Verifikationsprogramm läuft ohne je zu terminieren weiter und man weiss es eben nicht: Kommt vielleicht doch noch irgendwann ein positives Ergebnis oder sollte man lieber aufgeben, weil man ja nicht ewig warten kann?)

„Zum Glück stellt sich heraus, dass der Gödelsche Satz für die praktische Arbeit kaum von Bedeutung ist. *Man beweist halt alles, was sich so beweisen lässt*, und das ist ziemlich viel und ziemlich interessant. Wenn man auf etwas stößt, das man nicht beweisen kann, so kann man es zu einem Problem erklären, das auf einen Beweis wartet.“ -- Reiner Kree

Mit dem Aufkommen elektronischer Digitalrechner wurden ab den 1950er-Jahren Computerprogramme zum Beweisen mathematischer Sätze entwickelt, die die Regeln der Kalküle automatisch (und möglichst zielführend) anwenden. Der historisch erste computergenerierte Beweis einer mathematischen Aussage soll übrigens der Satz gewesen sein, dass die Summe zweier gerader Zahlen wieder eine gerade Zahl ist. Die Theorie und Praxis automatischer Theorembeweiser und Deduktionssysteme (sowie automatischer Programmverifikation als spezielle Anwendung hiervon) ist heute ein wichtiges Teilgebiet der künstlichen Intelligenz.

Leibniz‘ über 300 Jahre alte Calculemus-Vision ist in ihrem umfassenden Anspruch so zwar nicht ganz wahr geworden – aber sein „Forschungsprogramm“ dazu wurde von späteren Generationen aufgegriffen und hat viele bedeutende Erkenntnisse hervorgebracht sowie neue Teildisziplinen in der Wissenschaft begründet. Leibniz, der Schutzpatron der Informatik, war also nicht nur mit seinen Rechenmaschinen und dem Dualsystem, sondern auch mit der Idee einer Formalisierung sowie Mechanisierung menschlicher Intelligenzleistung seiner Zeit weit voraus und einer ganz spannenden Sache auf der Spur!

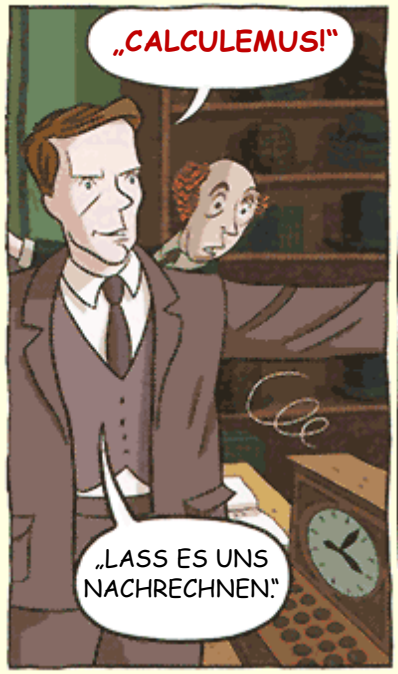




Lesenswert ist in diesem Kontext die „graphic novel" Logicomix, welche auch auf Deutsch erschienen ist.

Sie berichtet durch den Erzähler Bertrand Russell vom Bemühen, die Logik Ende des 19. und zu Anfang des 20. Jh. zu formalisieren. Unter anderen treten auf: Georg Cantor, Ludwig Wittgenstein, David Hilbert, Alfred North Whitehead, Henri Poincaré, Kurt Gödel, Christos Papadimitrio, Gottlob Frege.

(Griechische Originalausgabe 2008; 2010 auf Deutsch.)



Als Beispiel hier die Einführung der Russellschen Antinomie $R := \{x \mid x \notin x\}$ im Comic.

Antinomie: Die Richtigkeit der Aussage hat ihre eigene Falschheit zur Folge und umgekehrt. In formalen Systemen führt dies zu Inkonsistenzen und damit zur völligen Unbrauchbarkeit der zugrunde liegenden Axiome und Schlussregeln.

Ich weiss, dass ich nichts weiss.
-- Sokrates

„Die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst als Element enthalten“ stellt eine logische Antinomie dar, die unabhängig von konkreten Mengenaxiomen gilt. Daher hat sie besonders kräftig erschüttert und schlagartig das Ende der naiven Mengenlehre herbeigeführt.

Es gibt eine Reihe populärer Varianten der Russellschen Antinomie. Am bekanntesten ist das Barbier-Paradoxon (*man kann einen Barbier als jemanden definieren, der genau diejenigen rasiert, welche sich nicht selbst rasieren; die Frage ist: rasiert der Barbier sich selbst?*), mit dem Russell selbst 1918 seinen Gedankengang veranschaulichte.

Der Barbier ist eine Frau

Hätte der Barbier auch selbst lösen können, indem er sich einen Vollbart wachsen lässt. -- H. Danisch.

Die türkischen Barbiere in meiner Straße rasieren sich gegenseitig. -- N.N.

Johanna Hartmann: *Barbiere und sonstiger Zwist in der Mathematik um 1900. Easy – wie man in der Anerkennung gesellschaftlicher Realitäten mathematische Probleme löst.* In: Bulletin – Texte 32, Humboldt-Universität Berlin, ISSN 0947-6822, Sep. 2006, www.gender.hu-berlin.de/de/publikationen/gender-bulletin-broschueren/bulletin-texte/texte-32/texte32pkt2.pdf (Auszug)

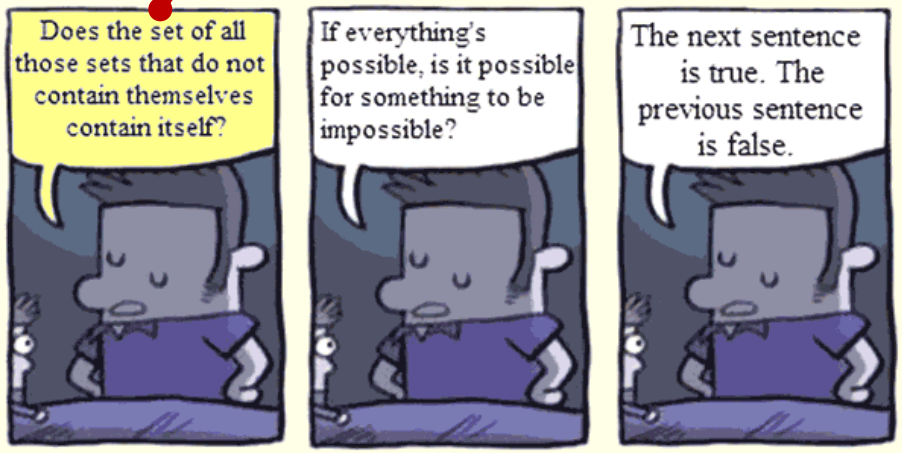
[...] Die Frage, der ich in dieser Arbeit nachgehen möchte, ist die, ob die „Krise“ der Mathematik als Krise von Männlichkeit gelesen werden kann. [...] Ein Blick, der nicht für die mathematischen Ausdrucksweisen geschult ist, kann Phänomene als auffällig wahrnehmen und ins Zentrum der Untersuchung rücken, die einer mathematischen Betrachtung möglicherweise nicht ins Auge fallen. [...]

Männlichkeit und Objektivität werden gleichgesetzt in der Darstellung eines mathematischen Wissens, das unabhängig von Produktionsformen entsteht in einer Welt, in der sich mathematische Gesetzmäßigkeiten dem Wissenschaftler zeigen, der sie nicht produziert, sondern entdeckt. [...] Die Mathematik kann in der „Grundlagenkrise“ ihren Anspruch nach einer aus sich selbst erklärenden Wahrheit, nach Universalität, Zeitlosigkeit und Übertragbarkeit nicht mehr aufrecht erhalten. Das männliche Erkenntnissubjekt verliert seine Position eines objektiven Erkennens der Wahrheit und ist insofern in der Krise. [...]

Die Erschütterung der Mathematik in ihren Grundfesten droht die unangezweifelte, unangreifbare, unsichtbare und überlegene Position von Männlichkeit in Frage zu stellen. All dies verdeutlicht sich im Beispiel des ungelösten Problems des Barbiers in der Erläuterung der mengentheoretischen Antinomie. Die Lösung dafür ist simpel, aber dennoch (bisher) nicht innerhalb des Rahmens mathematischer Lösungsvorschläge möglich. Auch wenn es sich bei dem Beispiel mit dem Barbier lediglich um ein Bild handelt [...], so ist dieses von Mathematikern gewählte Bild doch ein äußerst treffendes, das die Begrenztheit der Lösungsvorschläge [...] auf Männlichkeit als Lösung verdeutlicht. Für die Lösung muss der Schritt aus der gegenseitigen Legitimierung und Stabilisierung der Konstrukte von Mathematik und Männlichkeit gemacht werden. Der Barbier ist eine Frau. Easy.

Bedtime Paradox

„Bedtime Paradox“ ist eine Cartoon-Serie, bei der ein zu Bett gebrachtes Kind seinen Vater bittet, ihm durch ein „Gutenacht-Paradoxon“ (anstelle einer Gutenacht-Geschichte) beim Einschlafen zu helfen. Seit dem Original-Comic im Jahr 2011 wurden von der Fan-Community viele kreative Derivate veröffentlicht, meist indem nur das Bildelement mit dem Vater und seinem Paradoxon ersetzt wurde. Hier einige Beispiele:



https://at.pinterest.com/pin/553168766704440532/

Die Welt geht nicht unter, wenn man ein gedankliches Paradoxon konstruiert. Und nachdem man sich darüber echauffiert hat, kann man trotzdem gut schlafen. (Die Russellsche Antinomie irritiert aber doch, oder?)

Kein Platz für Kurt Gödel im Ehrenhof der Uni Wien

„Die Presse“, 18.6.2024, Autor: Karl Sigmund (gekürzte Auszüge)

Es zeugt von Geschichtsblindheit, auf einen Platz für den genialen Logiker im Arkadenhof der Universität zu verzichten.

Kurt Gödel im Jahr 1967

Die Entscheidung der Universität hätte Kurt Gödel nicht überrascht. In Wien, das wusste er, galt er nur wenig. „Man will anscheinend beweisen, dass ich nicht existiere und nie existiert habe“, schrieb er 1948 seiner Mutter. Das ist natürlich übertrieben, ein Symptom der Verfolgungsängste, die ihn (den laut Einstein „größten Logiker seit Aristoteles“) chronisch heimgesucht haben. Nein, niemand streitet Gödel die Existenz ab. Doch was sich kürzlich an der Universität Wien abgespielt hat, wäre Wasser auf seine Mühlen gewesen.

Vor einem knappen Jahr traten vier Fakultäten an den Rektor heran mit dem Wunsch, Kurt Gödel durch ein Denkmal im Arkadenhof zu ehren. Mathematik, Informatik, Physik und Philosophie – alle vier Fächer verdanken Gödel Bahnbrechendes; und der Arkadenhof dient der Alma Mater gewissermaßen als *walk of fame*.

Der Ort – einer der schönsten von Wien – hat Aura und Prestige: Man trifft hier Boltzmann, Freud, Semmelweis, Kelsen, Loschmidt, Rokitansky. Lauter ruhmvolle Gelehrte, und zwischen den prachtvollen Bärten neuerdings einige Frauen, wie Lise Meitner oder Maria Jahoda. Viel Platz für Neuzugänge bleibt da nicht, doch unweit von Schrödinger bietet ein Pfeiler den perfekten Ort für eine Gedenktafel. Der Zeitpunkt wäre auch ideal: im Herbst vor 100 Jahren hat sich der 18-jährige Gödel an der Wiener Universität eingeschrieben.

Die Antwort aufs Ansuchen der Fakultäten erfolgte keineswegs vorschnell. Nach vier Monaten kam es zu einer ersten Besprechung im Kreis der Vizerektorinnen und -rektoren; nach einem halben Jahr wurde auch der Senat der Universität beigezogen; nach weiteren Monaten bildeten Rektorat und Senat eine gemeinsame Arbeitsgruppe. Damit war das Projekt auch schon tot, jedem Einsichtigen war das klar. Und so entschieden die Uni-Granden schließlich: Nein, Gödel kommt uns nicht in den Arkadenhof.

Es kommt überhaupt kein weiteres Denkmal in den Hof, nicht jetzt, und nicht in aller Zukunft. Die Antwort lässt an Deutlichkeit wenig zu wünschen. Es wird nicht nur die Türe zugeknallt, sie wird zur Sicherheit gleich zugemauert. Per Satzungsänderung!

Gödel prägte die Logik in ähnlichem Maß wie Newton die Physik. Seine Arbeiten dominierten das folgende Jahrhundert: Seine Untersuchungen formaler Systeme und rekursiver Kalküle haben das digitale Zeitalter eingeläutet. Seine Ergebnisse nehmen in jedem Buch über die Grundlagen von Informatik oder Mathematik einen zentralen Platz ein.

Der geniale John von Neumann schrieb: „Gödel ist absolut unersetzlich. Er ist der einzige Mathematiker, von dem ich das zu behaupten wage.“ Harvard verlieh Gödel 1950 das Ehrendoktorat für „die bedeutendste Entdeckung in der Mathematik im 20. Jahrhundert“. An diesen Einschätzungen hat sich nichts geändert.

Was sich inzwischen verändert hat, ist der Stellenwert der Mathematik, die zur Grundlage unserer digitalen Kultur geworden ist. Daher die Faszination, die Gödel auf viele ausübt.

Zu einer wahren Legende wurde die Freundschaft zwischen Einstein und dem viel jüngeren Gödel. Einstein scherzte: „Ich gehe nur ans Institut, um Gödel auf dem Heimweg begleiten zu dürfen.“ Gödel galt in Princeton als „der Einzige, der mit Einstein auf Augenhöhe verkehrte“.

Kurt Gödel in den Arkadenhof aufzunehmen, hätte also weder den Ort noch die dort Verewigten abgewertet. Jetzt aber wird Gödels unentschuldigtes Fehlen, das schon manche erstaunt hat, per Senatsbeschluss einzementiert.

Leibniz' Traum: Automatisiertes Denken als Vorbote künstlicher Intelligenz

Witold Marciszewski schreibt in seinem Essay „Leibniz's Idea of Automated Reasoning Compared with Modern AI" u.a.:

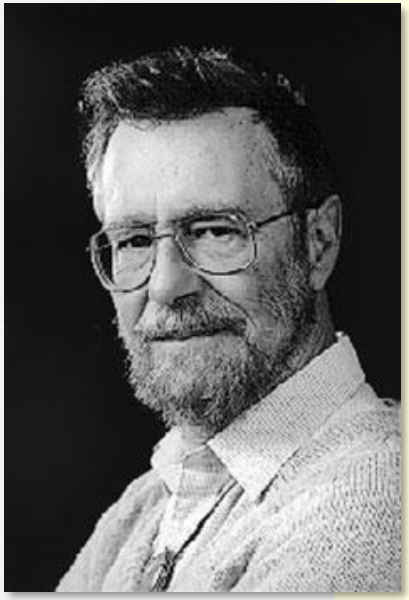
While Hilbert's contention was concerned with mathematics alone, Leibniz believed that all scientific and philosophical problems can be definitely solved in a foreseeable time. In this respect, he was confident like Descartes. However, while Descartes attributed the power of reasoning to the mind alone, and discounted linguistic devices, Leibniz extended that power to the mind-imitating machines equipped with a suitable symbolic system.

Leibniz believed that his arithmetical machine is just the beginning of a development that should result in logical machines to match humans in the ability of reasoning. And that, in principle, there are in science and philosophy no unsolvable problems, either for men of for logical machines, but in practice (he presumably thought) the machines should act better (as carefully equipped for their cognitive tasks).

Leibniz's stress on the sensibility and palpability of characters used in reasoning resembles the formalistic point of Hilbert, and his belief expressed in the famous *Calculemus* is to the effect that every demonstration can be performed in a finite number of steps.

Leibniz als Proto-Informatiker – E.W. Dijkstra im Banne von Leibniz' Traum

In seinem späten Traktat „Under the spell of Leibniz's Dream" vom April 2000 [EWD1298] zollt E.W. Dijkstra Respekt vor Leibniz und begründet, wieso man diesen Mathematiker und Philosophen als prototypischen Informatiker ansehen kann. Einige Auszüge:



As far as I know, Gottfried Wilhelm Leibniz […] has been the first to tackle effective reasoning as a technical problem. As a youngster of 20 years of age he conceived, possibly inspired by the work of Descartes, a vision of reasoning as applying a calculus. Like modern computing scientists, he invented impressive names for what had still to be invented, and, for good reasons not overly modest, he called his system no more and no less than "Characteristica Universalis". And again like modern computing scientists, he grossly underestimated the time the project would take: he confidently prophesied that a few well-chosen men could do the job in five years, but the whole undertaking was at the time of such a radical novelty that even the genius of Leibniz did not suffice for its realization, and it was only after another two centuries that George Boole began to realize something similar to the subsystem that Leibniz had called the "calculus raticinator". […]

I think it absolutely astounding that he foresaw how "the symbols would direct the reasoning", for how strongly they would do so was one of the most delightful discoveries of my professional life.

Around 1900, the Dream of Leibniz came closer to realization as the necessary formalisms became available and the great German mathematician David Hilbert promoted the project. Hilbert made clear that the total calculation had to be achieved with the aid of manipulations from a well-defined repertoire. […] Hilbert's revolution was in any case to redefine "proof" to become a completely rigorous notion, totally different from the psycho/sociological "A proof is something that convinces other mathematicians.". […]

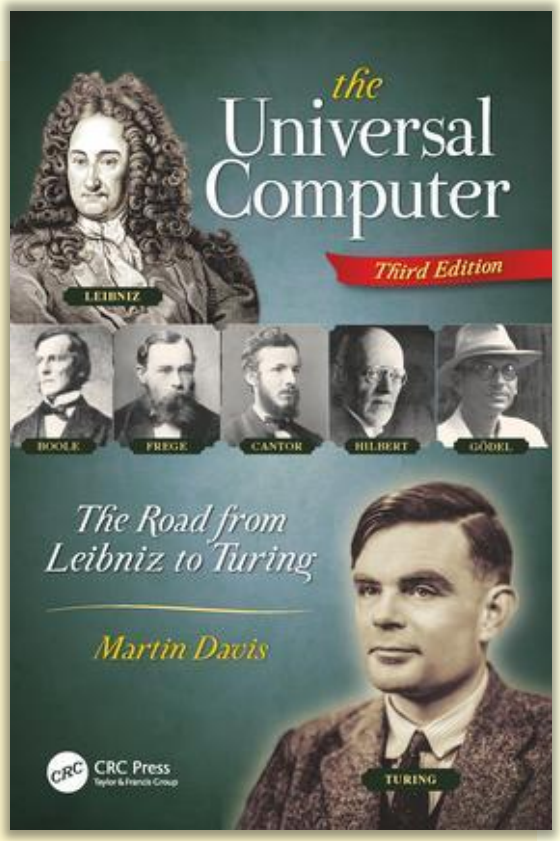
Sure, mathematicians manipulated formulae prior to Hilbert, but with the exception of the most familiar cases — such as doing arithmetic —, people manipulated interpreted formulae, i.e., they justified their manipulations via the perceived properties of the things denoted by their symbols. Hilbert the formalist showed that such interpretation was superfluous because which manipulations were permissible could be defined in terms of the symbols themselves. By leaving the formulae uninterpreted, their manipulations becomes much simpler and safer. [...]

During Hilbert's life, Leibniz's Dream, by and large, just stayed a dream. People viewed formal proofs as an interesting theoretical possibility or an unrealistic idealization, and they would regard their own proof as a usually sufficient sketch of a formal argument. They would even assure you that, if you insisted, they could formalize their informal argument, but how often that claim was valid is anybody's guess.

In the 2nd half of the 20th Century, things shifted with the advent of computers, as more and more people began to adopt formal techniques. Parts of Leibniz's Dream became reality, and it is quite understandable that this happened mostly in Departments of Computing Science, rather than in Departments of Mathematics. Firstly, the computing scientists were in more urgent need of such calculational techniques because, by virtue of its mechanical interpretability, each programming language is eo ipso a formal system to start with. Secondly, for the manipulation of uninterpreted formulae, the world of computing provided a most sympathetic environment because we are so used to it: it is what compilers and theorem provers do all the time! And, finally, when the symbol manipulation would become too labour-intensitive, computing science could provide the tools for mechanical assistance. In short, the world of computing became Leibniz's home. [Information Processing Letters, 2001, 77(2-4): 53-61]

Dijkstra schrieb diesen Text als Beitrag zu einem Symposium „In Pursuit of Simplicity", welches das Computer Science Department der Universität Texas at Austin, wo er zuletzt gewirkt hatte, am 13. Mai 2000 zu Ehren seines 70. Geburtstags sowie seiner kurz zuvor erfolgten Emeritierung ausrichtete. Den langen Kampf gegen seine Krebskrankheit verlor er zwei Jahre später in seiner Heimat in Nuenen in den Niederlanden, wo er seine letzten Monate verbrachte.

Leibniz' unvollendeter Traum: Ein Buch zur Geschichte



Written by Martin Davis, respected logician and researcher in the theory of computation, *The Universal Computer: The Road from Leibniz to Turing* (3rd ed., 2018) explores the lives, ideas, and discoveries of seven remarkable mathematicians.

"The story is told in seven chapters, each devoted to a character whose work profoundly influenced further developments. It begins in the seventeenth century with Gottfried Wilhelm Leibniz and his symbolic infinitesimal calculus, his work on mechanical computing machines, and his "wonderful idea" of a symbolic language whose alphabet would represent concepts to which formalized rules of deduction could be applied in a mechanical fashion to verify the validity of arguments. Then we move to George Boole and his algebra of truth values, and to Gottlob Frege and the system of first-order logic. In the next three chapters, we reach the dawn of the modern era in foundations of mathematics: Georg Cantor's set theory and diagonal arguments, and David Hilbert's program and its collapse under the weight of Kurt Gödel's incompleteness theorems. Finally, in Chapter 7, we meet the young Alan Turing, and we follow his life and the ideas that led directly to the modern understanding of mechanical computation and its limits.

Davis mixes anecdotes from the professional and private lives of the great thinkers with lucid explanations of their central ideas. The history of the ideas is interesting on its own, but it becomes quite fascinating when combined with insights into the personal lives of the philosophers and mathematicians who have made that history. It is hard not to notice how special those characters were, and how much of their pioneering work was made outside, and often against, the mainstream." [Roman Kossak, The Mathematical Intelligencer, June 2019, 41: 78-79]

Und noch eine Buchbesprechung, hier von Brian E. Blank (in Auszügen):

"Davis's perspective is unique: he is concerned with the development of the computer as an engine of logic rather than as an instrument of calculation. As he explains in his introduction, "A computing machine is really a logic machine. Its circuits embody the distilled insights of a remarkable collection of logicians, developed over centuries. Nowadays, as computer technology advances with such breathtaking rapidity, as we admire the truly remarkable accomplishments of the engineers, it is all too easy to overlook the logicians whose ideas made it all possible. This book tells their story." One cannot imagine an author more qualified than Martin Davis for such an endeavor.

In *The Universal Computer* Davis begins his tale with Leibniz, whose proposal for an algebra of logic is the point of departure on the road to the universal Turing machine. It is indicative of the enthusiasm with which Davis infuses his writing that where others see "fragmentary anticipations of modern logic", Davis perceives "a vision of amazing scope and grandeur." As Davis tells the story, Leibniz "dreamt of an encyclopedic compilation, of a universal artificial mathematical language in which each facet of knowledge could be expressed, of calculational rules which would reveal all the logical interrelationships among these propositions. Finally, he dreamed of machines capable of carrying out calculations, freeing the mind for creative thought." The chapter is called "Leibniz's Dream".

Following the style of "Leibniz's Dream", Davis devotes each of the next six chapters to the life and contributions of a leading logician: the list comprises Boole, Frege, Cantor, Hilbert, Gödel, and Turing.

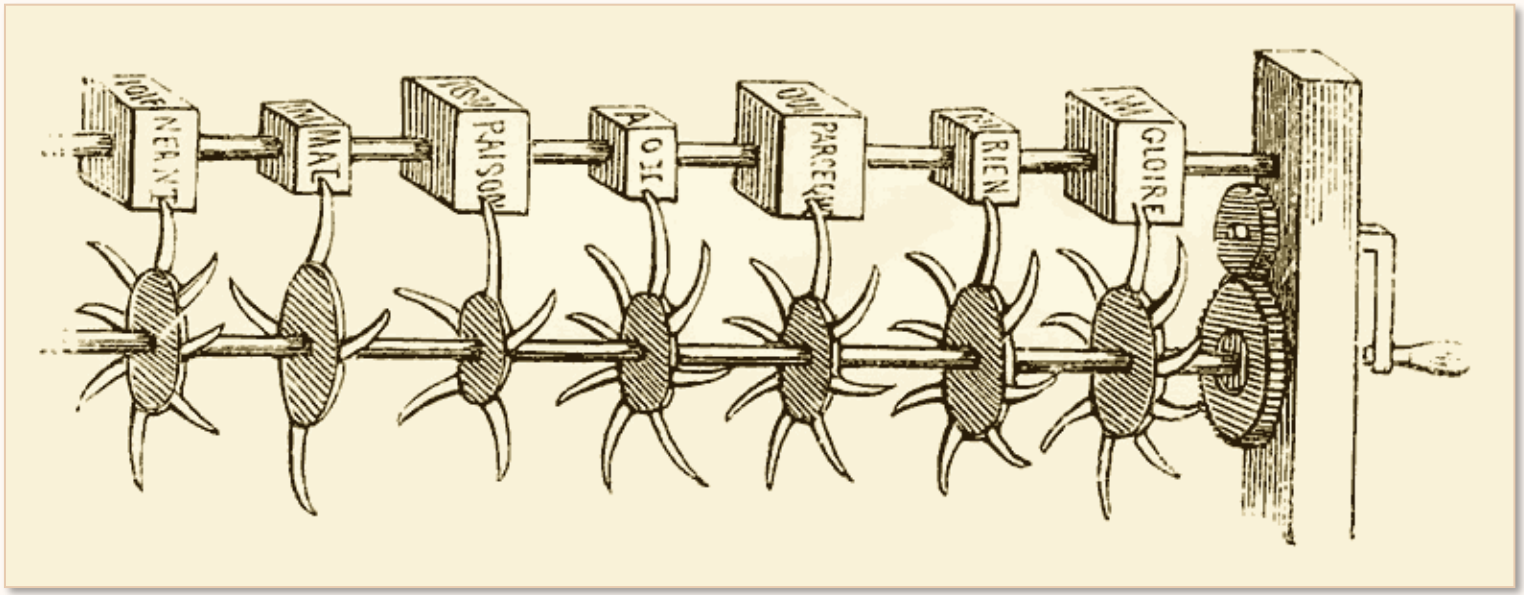
By the end of the seventh chapter, Davis's readers will have learned about Boole's algebra of logic, Frege's Begriffsschrift, the Continuum Hypothesis, Gödel's theorem on undecidable propositions, Hilbert's Entscheidungsproblem, and Turing machines. At this point the timeline of the narrative has reached the end of World War II: all the developments in logic that are needed for the universal computer are in place, and their physical realizations are literally on the drawing boards."

In the author's own words: "This book underscores the power of ideas and the futility of predicting where they will lead." Seldom has this point been made so well. Read this book and enjoy."

www.ams.org/notices/200105/rev-blank.pdf

Jonathan Swift (1667 – 1745), 21 Jahre jünger als Leibniz, parodiert in seinem Roman „Gullivers Reisen“ (1726) die Ideen zahlreicher zeitgenössischer Wissenschaftler, darunter auch die Bemühungen von Lullus und Leibniz, auf mechanische Weise zu Wissen zu gelangen. Im dritten Teil seines satirischen Romans (nachdem im ersten Teil Gulliver bei den Liliputanern war, im zweiten das Land der Riesen besuchte) reist Gulliver zur Akademie von Lagado. Er entdeckt eine Vielzahl von Absurditäten; unter anderem jemanden, der versucht, Sonnenlicht aus Gurken zu extrahieren, oder einen Architekten, der ein Haus „top down“, also vom Dach her nach unten, bauen will, oder einen Professor, der meint, Frauen sollten nach ihrer Schönheit und nach ihrer Geschicklichkeit in der Bekleidung besteuert werden.

Dann trifft Gulliver einen Gelehrten, der die spekulativen Wissenschaften durch praktische und mechanische Operationen zu verbessern trachtet: „Er schmeichelte sich mit dem Gedanken, dass eine höhere und edlere Idee noch nie aus dem Gehirn eines Menschen entsprungen sei. Ein jeder wisse, wieviel Mühe die gewöhnliche Erlernung der Künste und Wissenschaften bei den Menschen erfordere; er sei überzeugt, durch seine Erfindung werde die ungebildetste Person bei mässigen Kosten und bei geringer körperlicher Anstrengung Bücher über Philosophie, Poesie, Mathematik und Theologie ohne die geringste Hilfe des Genies oder von Studien schreiben können. Er führte mich an einen Rahmen, wo alle seine Schüler in Reihen aufgestellt waren. Der Rahmen enthielt zwanzig Quadratfuss und befand sich in der Mitte des Zimmers. Die Oberfläche bestand aus einzelnen Holzstücken von der Form eines Würfels, von denen jedoch einzelne grösser als andere waren. Sie waren sämtlich durch leichte Drähte miteinander verbunden. Diese Holzstücke waren an jeder Fläche mit Papier überklebt, auf dem alle Worte [...] ohne alle Ordnung aufgeschrieben waren. Der Professor bat mich, achtzugeben, da er seine Maschine in Bewegung setzen wolle. Jeder Zögling nahm auf seinen Befehl einen eisernen Griff zur Hand, von denen vierzig am Rande befestigt waren. Durch eine plötzliche Wendung wurde die ganze



Die Wortkombinationsmaschine der Akademie von Lagado, Details des Getriebes. [Voyages de Gulliver dans des contrées lointaines par Swift, Edition illustrée par Grandville, Paris, 1838]

Anordnung verändert. Dann befahl er sechzehn Knaben, die verschiedenen Zeilen langsam zu lesen, und wenn sie drei oder vier Worte herausgefunden hatten, die einen Satz bilden konnten, diktierten sie diese vier anderen Knaben, welche sie niederschrieben. [...]

Der Professor zeigte mir mehrere Folianten, die auf diese Weise aus abgebrochenen Sätzen gebildet waren und die er zusammenstellen wollte. Aus diesem reichen Material werde er einen vollständigen Inbegriff aller Wissenschaften und Künste bilden. [...] Er gab mir die Versicherung, diese Erfindung habe schon von Jugend auf alle seine Gedanken in Anspruch genommen; er habe seinen Rahmen so eingerichtet, dass er den ganzen Sprachreichtum umfasse. [...] Ich bezeigte dieser ausgezeichneten Person meinen demütigsten Dank für seine grosse Güte, mir die ganze Erfindung mitzuteilen, und [...] sagte ihm: Obgleich es in Europa bei Gelehrten Gewohnheit sei, sich einander die Erfindungen zu stehlen, wodurch sie den Vorteil hätten, dass wenigstens ein Streit über das Eigentum stattfinde, so werde ich doch mit allem Eifer darauf hinwirken, dass er, ohne irgendeinen Nebenbuhler, die Ehre an seiner Erfindung ausschliesslich erlange.“ □

Kurze Leseprobe aus: **Umberto Eco: Die Insel des vorigen Tages** (1994) [L'Isola del Giorno Prima]

Deshalb hatten sie ein großes Rad konstruiert, das sie [...] aufrecht auf den Dorfplatz gestellt hatten. Es bestand aus sechs konzentrischen Kreisen, die sich jeder für sich drehen ließen. Der erste war in vierundzwanzig Felder geteilt, der zweite in sechsunddreißig, der dritte in achtundvierzig, der vierte in sechzig, der fünfte in zweiundsiebzig und der sechste in vierundachtzig. In den Feldern standen geschrieben [...] Tätigkeiten wie Gehen, Kommen oder auch Sterben, Leidenschaften wie Hassen, Lieben oder auch Frieren, dazu Modalitäten wie gut und schlecht, traurig oder fröhlich und schließlich Orts- und Zeitangaben wie zu Hause oder nach einem Monat.

Wenn man diese Räder nun drehte, erhielt man Geschichten wie «Gestern ging er nach Hause und traf seinen Feind, der Schmerzen litt, und brachte ihm Hilfe» oder «Er sah ein Tier mit sieben Köpfen und tötete es». Die Insulaner behaupteten, dass man mit dieser Maschine siebenhundertzweiundzwanzig Millionen Millionen verschiedene Geschichten schreiben oder denken könne, und das sei genug, um dem Leben eines jeden von ihnen in allen kommenden Jahrhunderten einen Sinn zu geben. [...]

Pater Emanuele sagte, er sei gerade im Begriff, den Besuchern seine Aristotelische Maschine zu zeigen, woraufhin er sie alle drei in einen Raum führte, in dem sich das sonderbarste Möbel befand, das man sich vorstellen kann. [...] Der untere Teil bestand aus einer Kommode, in deren Vorderseite einundachtzig Schubladen eingelassen waren – neun waagrechte Reihen auf neun senkrechte, jede Reihe oben und an der Seite, wie bei einem Schachbrett, beschriftet mit einem Buchstaben in der Abfolge BCDEFGHIK. Oben auf der Kommode stand links ein Lesepult, auf dem ein großes Buch lag, eine aufgeschlagene Handschrift mit kolorierten Initialen. Rechts neben dem Pult befanden sich drei ineinandergesteckte zylinderförmige Walzen von abnehmender Länge und zunehmendem Umfang (wobei die kürzeste die geräumigste war, sodass sie die beiden längeren in sich aufnehmen konnte), die mit einer rechts angebrachten Kurbel so gedreht werden konnten, dass sie sich aufgrund des Trägheitseffektes mit unterschiedlicher Geschwindigkeit je nach ihrer Schwere ineinander drehten. Jede Walze trug am linken Ende die gleichen neun Buchstaben eingraviert, die auch die Schubladen bezeichneten. Es genügte, die Kurbel einmal zu drehen, und die Walzen setzten sich unabhängig voneinander in Bewegung, und wenn sie wieder zum Stillstand gekommen waren, konnte man Triaden von zufällig zusammengestellten Buchstaben lesen, CBD, KFE oder BGH. Pater Emanuele begann das Prinzip zu erklären, das seine Maschine beherrschte. [...] □

Leibniz-Trivia

Es gibt viele Menschenrechte, dazu gehört aber nicht das Recht, dass man nicht verspottet werden darf. – Ernst Horst

1966, zum 250. Todesjahr von Leibniz, schrieb „Der Spiegel" in der Rubrik «Philosophie» u.a.: „Mit 13 Jahren schrieb er ein Pfingstgedicht in 300 lateinischen Hexametern, mit 14 bezog er die Universität, mit 16 bestand er das Baccalaureus-Examen, mit 20 habilitierte er sich, mit 21 war er Hofjurist in Mainz. In Paris als Scheidungsanwalt tätig, begann er erst als 26-jähriger, sich mit der Mathematik zu befassen. Unabhängig von Newton fand er den Infinitesimalkalkül. Sein geradezu gefräßiger Forschungseifer beschäftigte sich mit der Konstruktion von Türschlössern, der Entzifferung von Geheimschriften, der Entwicklung von U-Booten wie mit Gottesbeweisen und der Erfindung einer «künstlichen» Sprache. Preußens Soldatenkönig Friedrich Wilhelm I. hielt ihn für einen Kerl, der nicht einmal zum Schildwachestehen nütze sei. Die meisten Bürger Hannovers halten Leibniz für den Erfinder der gleichnamigen Kekse."

Der bekannte Butterkeks (mit 14 Zähnen in der Länge und 10 Zähnen in der Breite) der Firma Bahlsen aus Hannover wurde 1891 tatsächlich nach Gottfried Wilhelm Leibniz benannt. („Was ißt die Menschheit unterwegs? Na selbstverständlich Leibniz Cakes!" lautete seinerzeit ein Reklameslogan.) Allerdings hatte Leibniz selbst nichts damit zu tun und hat ihn schon gar nicht „erfunden". (Leibniz hatte seinerzeit zwar nach einem haltbaren Produkt zur Verpflegung von Soldaten gesucht, dafür aber Zwieback favorisiert.) Das Wort „Keks" wurde übrigens nach dem Englischen „cakes" für „Kuchen" gebildet. Der Duden schrieb 1915 dazu: „Diese Eindeutschung des engl. cake ist annehmbar, aber es muß in der Einzahl Kek gesagt werden, nicht Keks." (In der Schweiz bzw. im Alemannischen hat sich „Keks" nicht durchgesetzt, hier ist dafür das Wort „Guetzli" oder auch „Biscuits" gebräuchlich, in süddeutschen Dialekten auch die Varianten „Gutsle" oder „Guatzl").

Leibniz-Trivia (2) Leibniz-Uni geht Bahlsen auf den Keks

134 **Wirtschaft: Nachrichten**

Wem gehört Leibniz?

Der Bahlsen-Konzern in Hannover sieht seine Markenrechte verletzt und zieht im Namensstreit gegen die Universität Hannover vor Gericht. Die nach Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) benannte Hochschule hatte sich die Webdomain "Leibniz-Shop" in allen möglichen Schreibweisen gesichert und den Namen beim Patentamt angemeldet.

Die Bahlsen-Gruppe mit einem Jahresumsatz von rund 552 Mio. Euro sieht eine Verwechslungsgefahr mit ihrer Marke Leibniz, die sie schon 1897 hatte schützen lassen. Die Universität wollte nicht Stellung nehmen.

ARD Teletext, 15.09.2017

Leibniz Universität Hannover

Leibniz – Gelehrter oder Gebäck?

Kann man einen Philosophen der Aufklärung und ein Traditionsgebäck verwechseln? Ja, sagt der Hersteller der Leibniz-Kekse - und klagt gegen die Leibniz-Universität in Hannover. Wer jedoch im Onlineshop der Uni nach den Schlagworten „Kekse“ oder „Gebäck“ sucht, erhält lediglich die Meldung: „Zu dem angegebenen Suchbegriff konnten keine Artikel gefunden werden.“ Angeboten werden stattdessen T-Shirts, USB-Sticks oder Schreibgeräte mit dem Hochschullogo.

www.spiegel.de

Leibniz-Trivia (3) Leibniz-Uni geht Bahlsen auf den Keks

...Forderung der Firma Bahlsen, dass sie aufgrund ihrer Marke für Kekse o.ä. allein den Namen Leibniz in einer Domain und einem Internetshop beanspruchen dürfe, und zwar unabhängig vom angebotenen Produktsortiment.

...überzeugt uns die Vorstellung, die Figur oder das Wort Leibniz sei automatisch in der Wahrnehmung der Öffentlichkeit mit einem Keks assoziiert, nicht. Sie würde auch dem Leben und Wirken von Leibniz als Gelehrtem nicht gerecht.

Aus dem „Statement der Hochschulleitung der Leibniz Universität Hannover zur Klage der Firma Bahlsen gegen die Universität", 19.9. 2017

Dunkler Leibniz neben Fat Free Newton in einem amerikanischen Supermarktregal.

Leibniz-Trivia (4)

Am 16.10.2018 gab es eine Pressemeldung der Uni:

Die Leibniz Universität Hannover und das Unternehmen Bahlsen haben sich im Streit um die Nutzung des Namens […] außergerichtlich geeinigt. Die nun getroffene Vereinbarung vermeidet mögliche Verwechslungen und Konflikte […].

Der Online-Shop der Leibniz Universität Hannover wird zukünftig unter dem Domainnamen "leibniz-shop-uni.de" oder einem vergleichbaren Domainnamen mit der Kennzeichnung "uni" betrieben. […] Bahlsen erhebt keine Einwände gegen das Sortiment des Shops der Leibniz Universität Hannover. Die Leibniz Universität wird jedoch keine Keks-, Gebäckwaren, Kuchen oder Schokoladenartikel unter Verwendung des Namens LEIBNIZ anbieten. Beide Seiten einigten sich zudem über die künftige nicht verwechslungsfähige Kennzeichnung der universitätsbegleitenden Merchandisingartikel. Die Leibniz Universität wird den Namen „Leibniz" für alle universitätsgebundenen Zwecke, insbesondere im Rahmen ihrer Lehr- und Forschungstätigkeiten sowie auch für kulturelle Veranstaltungen, wie bisher frei und ungehindert verwenden.

In Deutschland gibt es 246 Orte mit einer nach Leibniz benannten Strasse.

Österreich: In Wien-Favoriten gibt es eine Leibnizgasse; in Linz wurde 1940 eine Strasse nach ihm benannt.

Leibniz in Frankreich: In Brive-la-Gaillarde und in Ivry-sur-Seine wird Leibniz mit ‚tz' auf den Schildern geschrieben; in Paris jedoch ab 1997 mit ‚z'.

Leibniz (am 27. Nov. 1711, im Alter vom 65)

„...hoffen, meine implicationes fündeten in futuri ihr voll entffaltung"

...versprach ich einen *abacus universalis*, mit dem man könnt den *spiritus entlasten*. dieweil hab ich, seit dazumahlen in paris ich die gerätheschaft ersann, noch immer nicht den rechten opifex automatarius gefunden, deßen räderwerke den winndungen der ratio paribus wärn: Meyn mechanicus Adam erweiset sich, trotz laurus nobilis, als entteuyscherung monumentalis. Meine *mathe=matica dualis*, seit jahro 1679 conceptionirt, war bereyts quasi auffgegeben, so schwër gerietet alleyn die Machina in decimalis. Und doch konnt ich underweysen, in unsrer «Explication de l'arith=métique binaire», editum 1703 in den Mémoires de l'Académie royale, *daz auch der Chinëse die dyadica kennt* (ich hätt die explicatio lieber teutsch geschriebn, alleyn der auslender hätt's nicht können verstünden). Kunde erreichtt mich von der Missio Societate Iesu in Peching, mit der ich pflege regelmessige corres=pondentia, dass der keyserlüche monarch Fo-hi, eyn gar großer Liebhaber der Rëchten Kunst, dyadisch componiret. *Einz - null*,... Obschohn ich fürderhin *hoffete*, *daz meine dyadica wird eynes tages practick werden*, in arithmeticis et mechanicis. Meine kreffte schwinden hinfort und ob man wohl sagen möchtt es wär vergebens den Stall zu schließen, wenn die pferde geraubet, so will ich dennoch *inständigst hoffen, meine implicationes fün=deten in futuri ihr voll entffaltung.* Leibniz

Leibniz stirbt

Romantisierender Kupferstich „Leibniz stirbt"
(Ausschnitt; aus: Johann August Eberhard:
Gottfried Wilhelm Freyherr von Leibnitz, 1795)

Johann Georg von Eckhart (1674 – 1730), der Sekretär von Leibniz, berichtete: „Er meinte nicht, daß er schon sterben müßte, und discourirte noch kurz vor seinem Ende, wie der bekannte Furtenbach einen eisernen Nagel halb in Gold verwandelt. Wie er so schwach war, und ihm seine Diener erinnert, ob er nicht das heil. Abendmahl nehmen wolte, hat er geantwortet: sie sollen ihn zufrieden lassen; er habe niemand etwas zu leyde gethan; habe nichts zu beichten. Er starb den 14. Novemb. 1716." [Eckhart: Lebensbeschreibung des Freyherrn von Leibniz]

Leibniz ist der konservativste Revolutionär der abendländischen Geistesgeschichte gewesen. Aus jedem Kiesel Funken schlagend und auf eine ihm eigene Art mit diesen Funken überall Lichter entzündend, die noch keiner vor ihm entzündet hatte. Ein erleuchtender grosser Positivist, wenn unter einem Positivisten ein Mensch verstanden wird, der überall das Positive sieht und zu Ehren bringt. -- Heinrich Scholz

Heinrich Scholz (1884 - 1956) war Logiker, Philosoph und ev. Theologe. In den 1930er-Jahren hatte er Kontakt zu Alan Turing und befasste sich daraufhin mit Berechenbarkeits- und Entscheidbarkeitsproblemen. An der Universität Münster schuf er einen Schwerpunkt für mathematische Logik, der (auch über seine „akademischen Kinder" Gisbert Hasenjaeger und Hans Hermes sowie indirekt deren Schüler) starken Einfluss auf die heutige Theoretische Informatik hatte. Er erreichte 1938, dass der polnische Logiker Jan Łukasiewicz Ehrendoktor in Münster wurde und unterstützte ihn finanziell, als dessen Wohnung durch die deutsche Bombardierung Warschaus zerstört wurde und er aufgrund der deutschen Besatzung ohne Anstellung und Einkommen war. Als Łukasiewicz 1944 beim drohenden Einmarsch der Roten Armee in Polen um sein Leben bangte, gelang es Scholz unter schwierigen Bedingungen, ihn mit seiner Frau nach Münster zu holen. Die Ermordung vieler anderer von ihm verehrten Mitglieder der polnischen Logik durch die Gestapo, die SS oder deren Kollaborateure, insbesondere von Adolf Lindenbaum, Janina Hosioasson (Ehefrau von Adolf Lindenbaum), Józef Pepis sowie Mojżesz Presburger vermochte er allerdings nicht zu verhindern.

5-DM-Silbermünze von 1966, ausgegeben anlässlich des 250. Todestages von Leibniz. Im gleichen Jahr erschien auch eine entsprechende Münze aus Anlass des 200. Geburtstages von Wilhelm von Humboldt, die ihn zusammen mit seinem jüngeren Bruder Alexander zeigt. Beide Münzen wurden in einer Auflage von 2 Millionen Stück geprägt.


100
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ 1646-1716 DEUTSCHLAND
60
DEUTSCHE BUNDESPOST
EUROPA
DEUTSCHE BUNDESPOST
30
24
DEUTSCHE DEMOKRATISCHE REPUBLIK
250 JAHRE DEUTSCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN
40
GOTTFR. WILH.
LEIBNIZ
Deutsches Reich
MARILE ANIVERSARI CULTURALE
1646-1716
G.W. LEIBNIZ
POSTA ROMANA
135
LEI
LEIBNIZ
Gotfrid
Vilhelm
1646-1716
10
LEKE
FILOZOFE DHE MATEMATIKANE TE SHQIPËRIA
SHQIPERIA
$2
ST. VINCENT
750th ANNIVERSARY OF HANNOVER

Fragen zur altägyptischen Multiplikationsmethode

- Funktioniert das immer?
  - Was heisst „immer“? (z.B. negative Zahlen?)
  - Wenn nicht: wann?
- Wieso funktioniert es?
  - Wie beweist man die Korrektheit?
- Ist das besser als die „Schulmethode“?
  - Was heisst „gut“?
  - Lässt sich Güte linear anordnen?
- Wie kommuniziert man das Verfahren unmissverständlich?
  - In welcher Notation / Sprache?

Kernaspekte der Informatik!

Wieso funktioniert die Methode?

Denkübung: Was geschieht, wenn b eine Zweierpotenz ist?

- Beobachtung bei **3 × 18**:

a	b
~~3~~	~~18~~
6	9
~~12~~	~~4~~
~~24~~	~~2~~
48	1
54	

Die erste Zeile wird sowieso gestrichen

Gleiches Ergebnis, als hätte man 6 × 9 (statt 3 × 18) berechnet

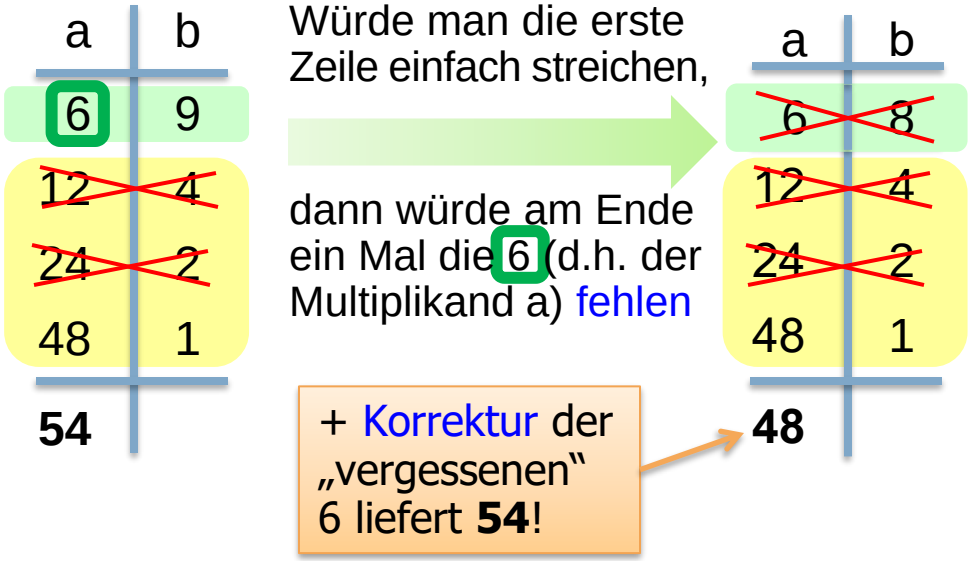
a	b
6	9
~~12~~	~~4~~
~~24~~	~~2~~
48	1
54	

- Also: a × b wird auf 2a × b/2 zurückgeführt, falls b gerade
  - a × b = 2a × b/2 ist offenbar richtig
  - Bei geradem b darf man die erste Zeile also einfach streichen → Tabelle wird kürzer!
  - Minimal kurze Tabelle wäre perfekt: Ergebnis steht da!
- Aber bei ungeradem b?

Denkübung: Man wandle Multiplikand und Multiplikator in das Dualsystem um (z.B. 3 → 11 und 18 → 10010) und multipliziere „schriftlich“: Welchen Bezug zur altägyptischen Multiplikationsmethode erkennt man?

Ungerade Multiplikatoren

- Beispiel $a \times b = \mathbf{6} \times 9$:



- Also: Wenn der Multiplikand b ungerade ist, muss man den Multiplikator **a** zum Ergebnis (des „approximierten“ Multiplikationsproblems) noch hinzuaddieren

- Rechtfertigung:

$$a \times b = \mathbf{a} + (2a \times (b-1)/2)$$

$$6 \times 9 = \mathbf{6} + (12 \times \underbrace{(9-1)/2}_{4})$$

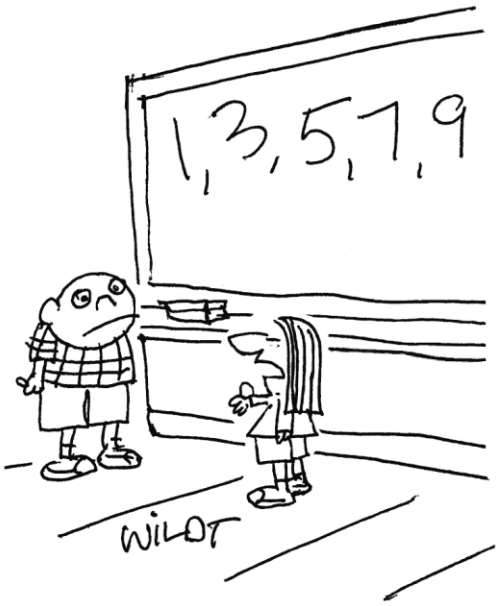
Wir haben also **6 × 9** durch **12 × 4** „approximiert“

Bzw. durch **6 × 8** (indem 9 zu 8 „abgerundet“ wurde)

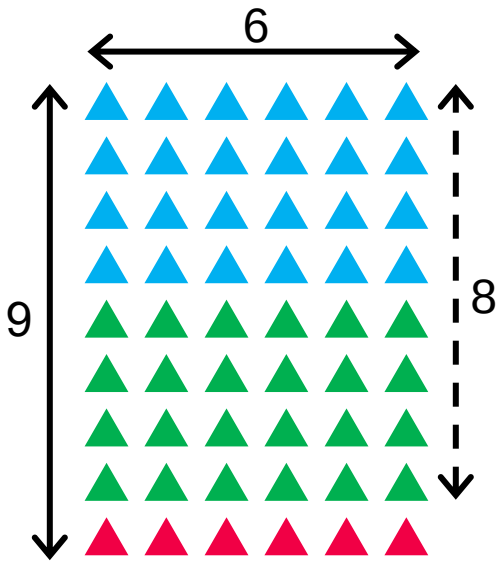
→ alternat. Rechtfertigung: $a \times b = \mathbf{a} + (a \times (b-1))$

Ungerade Multiplikatoren

- Beispiel $a \times b = \mathbf{6 \times 9}$:



"Jason! We don't call them 'odd' numbers anymore. They're multiple of two challenged integers!" (Chris Wildt)

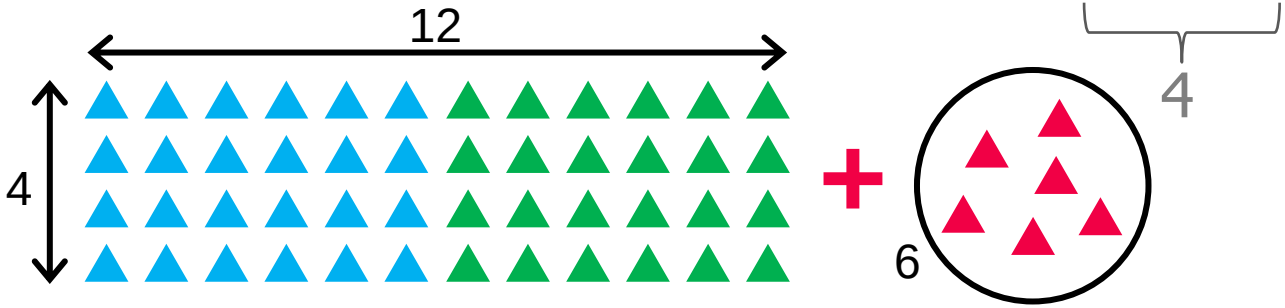


- Also: Wenn der Multiplikand b ungerade ist, muss man den Multiplikator **a** zum Ergebnis (des „approximierten" Multiplikationsproblems) noch hinzuaddieren

- Rechtfertigung:

$a \times b = \mathbf{a} + (2a \times (b-1)/2)$

$6 \times 9 = \mathbf{6} + (12 \times (9-1)/2)$



Problemreduktion

- Es gilt $a \times b = \begin{cases} 2a \times \frac{b}{2} & \textit{falls b gerade} \\ a + \left(2a \times \frac{b-1}{2}\right) & \textit{falls b ungerade} \end{cases}$

- Was nützt diese leicht zu beweisende Eigenschaft?

➔ Wenn Duplizieren und Halbieren triviale Operationen sind, dann kann die Multiplikation zweier Zahlen auf ein „einfacheres" Multiplikationsproblem zurückgeführt werden

- 12 × **4** ist „einfacher" als 6 × **9**, da mit 4 zu multiplizieren einfacher ist als mit 9
- „Einfacher" heisst, näher bei der 1: Mit 1 zu multiplizieren, ist ganz einfach („trivial")!

Endlose Reduktion?

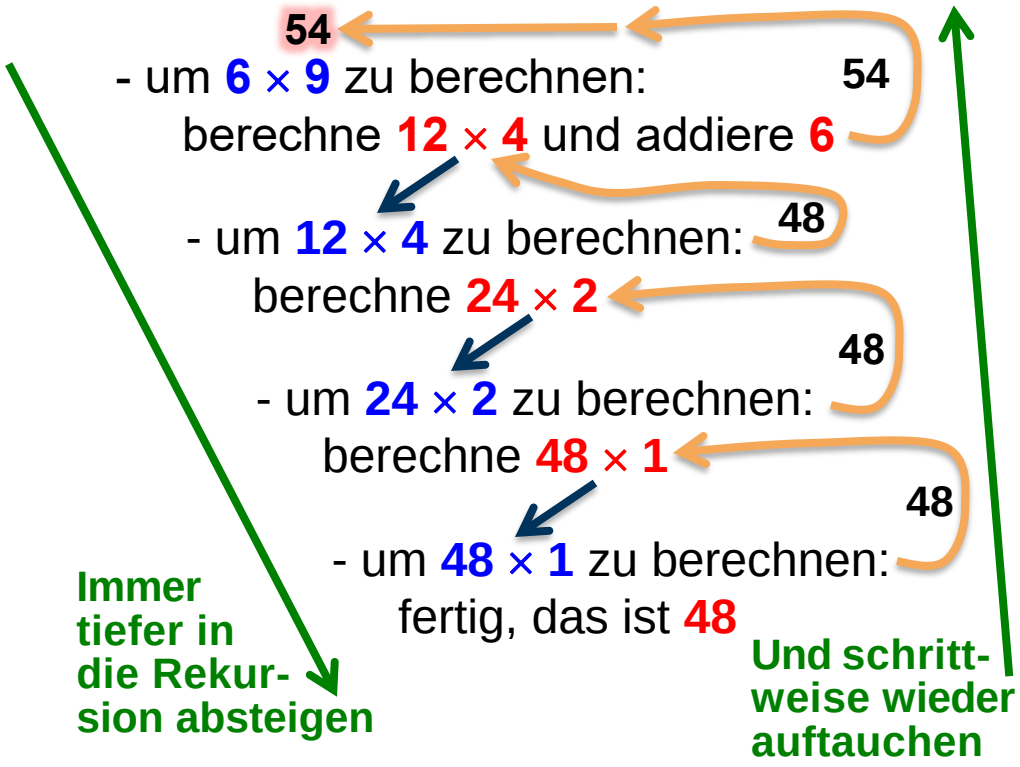
- Wir müssen aber noch festlegen, wann man mit der Problemreduktion am Ende ist
  - Eine endlose Reduktion wäre nicht sinnvoll
  - Wir hören auf, wenn das Problem trivial geworden ist
- Hier: wenn b = 1 ist
  - Denkübung: Wieso nicht bei b = 0 (mit Ergebnis a x 0 = 0), wäre das nicht noch einfacher?
- Wir schreiben daher: $a \times b = \begin{cases} a & \textit{falls } b = 1 \\ 2a \times \frac{b}{2} & \textit{falls } b \textit{ gerade} \\ a + \left(2a \times \frac{b-1}{2}\right) & \textit{sonst} \end{cases}$

Rekursion

To understand recursion, one must first understand recursion

- Wir haben ein Problem auf eine einfachere „Instanz“ des gleichen Problems zurückgeführt („Rekursion“)

- Im Beispiel sieht das etwa so aus:



Die Multiplikation könnte als rekursive Funktion f daher so definiert werden:

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls } b \text{ gerade} \\ a + f\left(2a, \frac{b-1}{2}\right) & \text{, sonst} \end{cases}$$

Denkübung: Mathematisch exakte Rechtfertigung für Korrektheit?
(Und für welchen Definitionsbereich?)

Der Algorithmus in Java

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls } b \text{ gerade} \\ a + f\left(2a, \frac{b-1}{2}\right) & \text{, sonst} \end{cases}$$

Das interessiert uns jetzt nicht

„f“: Name der Methode (≙ Funktion in C / C++)

Das Ergebnis und die beiden Parameter sind ganze Zahlen

```
static int f(int a, int b){
  System.out.println(a + "  " + b);
  if (b == 1)   return a;
  if (b%2 == 0) return f(a+a, b/2);
     else return a + f(a+a, (b-1)/2);
}
```

Zugehörige schliessende Klammer „}“ am Ende

Jedes Mal, wenn f „aufgerufen“ wird, werden die Parameter ausgegeben

Ein einziger, aus drei Komponenten zusammengebauter, Textstring

Modulus-Operator % liefert den Rest bei der ganzzahligen Division

Denkübung: Kann man das Schlüsselwort „else“ hier auch weglassen?

Wir nennen die Methode der Kürze wegen hier „f“; eigentlich sollte man aussagekräftigere Bezeichnungen wie z.B. „multAegypt“ wählen

Ein ganzes Java-„Programm“

In Java ist immer alles in Klassen eingepackt; unsere Klasse nennen wir „Mult“

```
class Mult {
  public static void main(String args[]) {
  int i = 5, j = 9;
  System.out.println
   (i + " mal " + j + " ist " + f(i,j));
  }

  static int f(int a, int b){
    System.out.println(a + "  " + b);
    if (b == 1)   return a;
    if (b%2 == 0) return f(a+a, b/2);
          else return a + f(a+a, b/2);
  }
}
```

Zwei Variablen für ganzahlige Werte (hier 5 bzw. 9)

Das Ende der Methode „main“

Aufruf der Methode „f“

Die Methode „f“ von vorhin

Hier steht jetzt aber b/2 statt (b-1)/2: wieso ist das korrekt?

Das Ende der Klasse

Wir brauchen noch ein „Hauptprogramm“, das die Methode f aufruft und das Ergebnis ausgibt

- die Methode, die alles startet, heisst „main“
- um die anderen Dinge in dieser Zeile („public“ etc.) kümmern wir uns jetzt nicht; man schreibe das zunächst immer exakt so hin

Das Ergebnis:

```
 5  9
10  4
20  2
40  1
5 mal 9 ist 45
```

Illegale Eingaben? Terminierung?

- Was würde geschehen, wenn wir diese Zeile vergessen hätten?


```
static int f(int a, int b){
  System.out.println(a + "  " + b);
  if (b == 1)   return a;
  if (b%2 == 0) return f(a+a, b/2);
        else return a + f(a+a, b/2);
}
```

- Oder: Woher wissen wir, dass stets b schliesslich 1 wird?
- Und was geschieht z.B. bei Aufrufen wie f(1,0) oder f(0,5)?
- Oder bei negativen Zahlen?

Ein Experiment: f(1,0)

```
if (b%2 == 0) return f(a+a, b/2);
```

100000000000000000000000000000
100000000000000000000000000000
100000000000000000000000000000

Jedes Mal, wenn die Methode f aufgerufen wird, gibt sie die Parameter auf dem Display aus

1	0
2	0
4	0
8	0
16	0
32	0
64	0
128	0
256	0
512	0
1024	0
2048	0
4096	0
8192	0
1048576	0
2097152	0
4194304	0
8388608	0
16777216	0
33554432	0
67108864	0
134217728	0
268435456	0
536870912	0
1073741824	0
-2147483648	0

Klar! 1 mal 0 ist dasselbe wie 2 mal 0 ist dasselbe wie 4 mal 0 ist dasselbe wie …

2^{31} ist eine „prominente" Zweierpotenz – hier negativ!

Ach ja, wir haben ja schon in „Informatik I" gelernt, dass man bei einem Überlauf aus dem Wertebereich negative Zahlen erhalten kann und es dabei meist keine Fehlermeldung gibt!

verdoppeln

halbieren

...auf „if (b == 1)" kann man da lange warten...

Ein Experiment: f(1,0)

```
if (b%2 == 0) return f(a+a, b/2);
```

1	0	4096	0	16777216	0
2	0	8192	0	33554432	0
4	0	16384	0	67108864	0
8	0	32768	0	134217728	0
16	0	65536	0	268435456	0
32	0	131072	0	536870912	0
64	0	262144	0	1073741824	0
128	0	524288	0	-2147483648	0
256	0	1048576	0		
512	0	2097152	0		
1024	0	4194304	0		
2048	0	8388608	0		

verdoppeln

halbieren

1000000000000000000000000000000
1000000000000000000000000000000
1000000000000000000000000000000

Es geht also weiter!

0 0
0 0

Fixpunkt erreicht?

Aber nach vielen Doppelnullen plötzlich:

java.lang.StackOverflowError

...auf „if (b == 1)“ kann man da lange warten...

Nullmol Null es Null, bliev Null, en d'r Kayjass Nummer Null! (Lang nit jesinn, loss mer fiere!)

java.lang.StackOverflowError

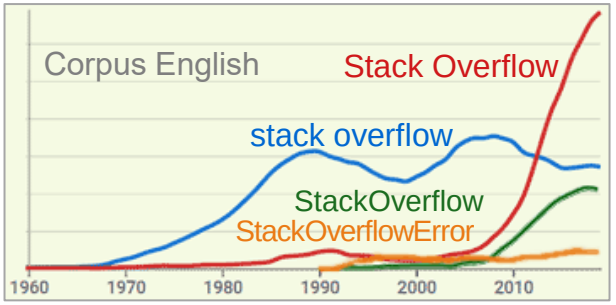
Eine freundliche Erklärung auf Französisch aus https://**fr.wikipedia.org**/wiki/Dépassement_de_pile:

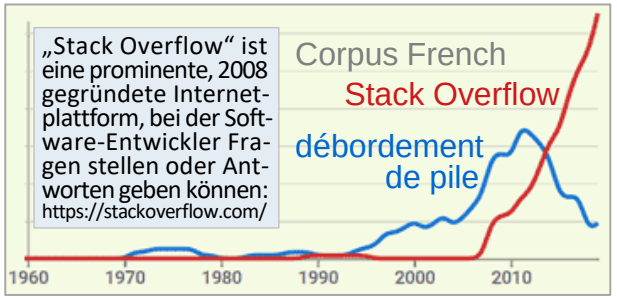
En informatique, un dépassement de pile ou débordement de pile (en anglais, stack overflow) est un bug causé par un processus qui, lors de l'écriture dans une pile, écrit à l'extérieur de l'espace alloué à la pile, écrasant ainsi des informations nécessaires au processus.

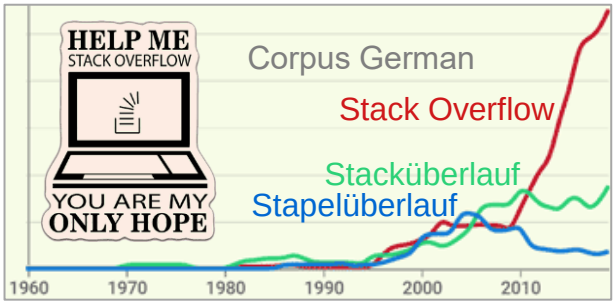
L'expression *dépassement de pile* peut s'appliquer à toutes les piles. Cependant, lorsque l'on parle de dépassement de pile, on fait habituellement référence à la pile d'exécution.

Dans tous les langages de programmation, la pile d'exécution contient une quantité limitée de mémoire, habituellement déterminée au début du programme. La taille de la pile d'exécution dépend de nombreux facteurs, incluant le langage de programmation, l'architecture du processeur, l'utilisation du traitement multithread et de la quantité de mémoire vive disponible. Lorsque trop d'informations sont enregistrées dans la pile d'exécution, la pile déborde et écrase des zones de programme à l'extérieur de la pile. Il en résulte généralement une interruption du programme.

La cause la plus fréquente est une récursivité trop profonde.





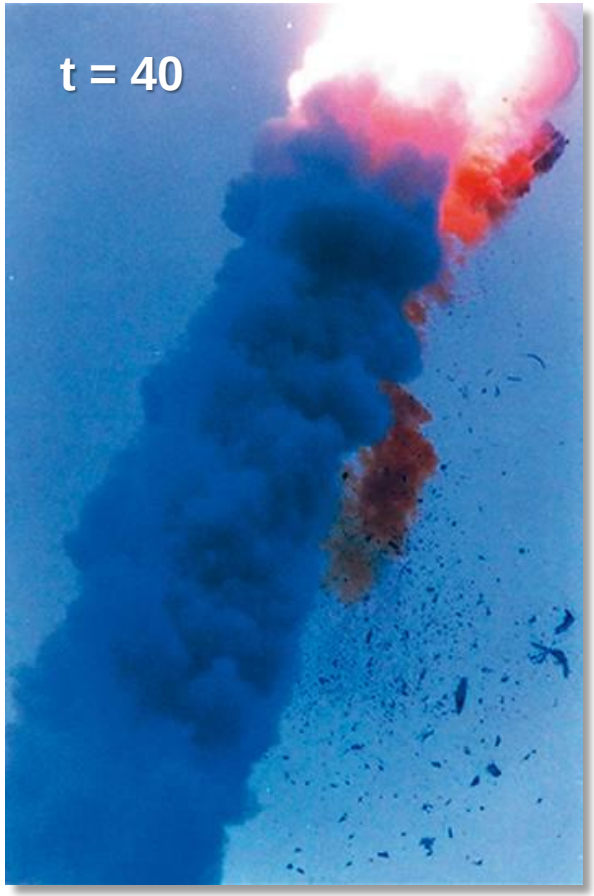


Quelle: Google Books

4. Juni 1996: „An overflow occurred“

Historische Notiz

Am 4. Juni 1996 misslang der erste Flug einer Ariane 5-Rakete. Sie explodierte nur 40 Sekunden nach dem Start in einer Höhe von ca. 3700 m.



An overflow occurred...

Fri, 2 Aug 1996 – The causes of the Ariane 5 rocket crash (ESA summary):

- An **overflow** occurred in the Inertial Reference System (SRI) computer when converting a 64-bit floating point to 16-bit signed integer value.
- There was no error handler for that specific overflow. The default handler shut down the SRI unit.
- The standby SRI unit had previously shut itself down for the same reason. The hot SRI and the standby were running the same software.
- The shutdown caused the SRI to output a memory dump on the bus. The main computer interpreted the memory dump as flight data, causing such a violent trajectory "correction" that the rocket disintegrated.
- → The program that failed was a pre-flight program, and should not have been running during the flight.

SRI ("Système de Référence Inertielle") computes position, orientation, and velocity without external references

Das klingt sympathischer und ungefährlicher als „exploded" und erinnert an die frühe SF-Kurzgeschichte „The Disintegration Machine" des britischen Schriftstellers Sir Arthur Conan Doyle (1859 – 1930), der auch die Abenteuer von Sherlock Holmes und dessen Freund Dr. Watson verfasste. („There is a Latvian gentleman … who claims to have invented a machine of a most extraordinary character which is capable of disintegrating any object placed within its sphere of influence".)

Quelle: www.esrin.esa.it/htdocs/tidc/Press/Press96/ariane5rep.html

An overflow occurred...

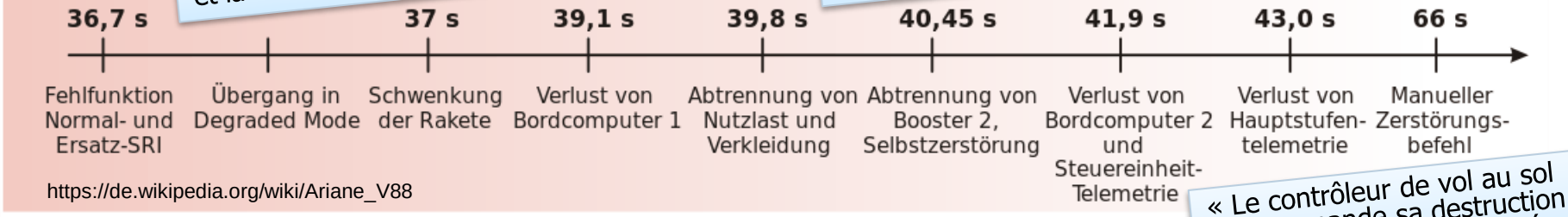
Nothing is as expensive as making mistakes. – E.W. Dijkstra

- "The investigation team concluded that the designers of the computer system put in protections against hardware faults but did not take into account software faults."
- Das gesamte Ariane-Programm wurde so anderthalb Jahre verzögert; dies verursachte Kosten von ca. 10 Milliarden €.

« L'ordinateur de bord croyait avoir corrigé une trajectoire suite à une déviation qui n'avait en fait jamais eu lieu. »

« Les tuyères sont braquées jusqu'en butée, et la fusée part violemment en virage serré. »

« Cette perte de l'un des deux boosters active instantanément un interrupteur qui déclenche l'auto-destruction de la fusée, une mesure de sécurité visant à éviter de créer des victimes au sol, si la fusée retombait en un seul morceau. »



https://de.wikipedia.org/wiki/Ariane_V88

« Le contrôleur de vol au sol télécommande sa destruction, mais la fusée a déjà explosé. »

Vgl. dazu: J. Jezequel, B. Meyer: "Design by Contract: The Lessons of Ariane", Computer, Jan. 1997, 129-130; sowie: https://de.wikipedia.org/wiki/Ariane_V88

« La récupération des deux systèmes de guidage inertiel parmi les débris de la fusée, et l'analyse des informations encore présentes dans la mémoire des appareils a permis de retracer avec précision les dernières secondes du vol. »

An overflow occurred...

Paolo Ferri von der European Space Agency (ESA) war seinerzeit der "Spacecraft Operations Manager" für die mit Nutzlast, die Cluster-Satellitenflotte. Er war im Kontrollzentrum dabei und erinnert sich:

I remember Heike Schweitzer, the secretary of our Flight Director, standing behind the back row, gazing fascinated at the pictures on the wall screen.

Suddenly, Heike's eyes widened, and her expression changed. I turned to the screen: a big fireball was there, in place of the previous image of Ariane climbing to the clouds. My first thought was: well, this is the separation of the solid boosters. At the same time, in the headphones I heard two voices: the voice of the Kourou launch control centre speaker stating the usual: "trajectoire normale, tous les paramètres normaux", and, on a different loop, the voice of Nicolas Bobrinsky, the ESOC Ground Operations Manager, announcing to all the ground stations: "Launcher exploded. Loss of mission". (Probably all these events happened within less than a second. I still wonder how Nicolas could react so quickly to what he was seeing.) My next thought at this stage was: "What a stupid joke to make about the separation of the solid boosters!". I was still refusing to accept the evidence. Then the picture on the screen changed, the camera was zooming in on the burning and smoking remains of Ariane and its payload falling down to the coast of Guyana. It was at this stage that I first thought: "that piece of burning hardware must be one of the Cluster spacecraft". And I sat back in my chair, feeling totally empty. I turned again to the back row: Heike was still staring at the screen, tears in her eyes. […] We had foreseen and trained for all sorts of launcher problems, low injection altitude, wrong separation attitude, even the catastrophic case of having to acquire for tumbling spacecraft. In all cases we had found solutions, designed contingency procedures, practised them. Of course, there had been no point in simulating a launcher explosion: there was no possible reaction for this case. […]

Heike was not the only one with tears in her eyes on that day. Several of my colleagues were surreptitiously wiping their eyes, and many of them were crying openly. When you have invested more than 5 years of your life in a project, it is not easy to see it literally go up in smoke 38 seconds after launch.

Aus: Madeleine Schäfer: How to Survive in Space! ESA, 1997

An overflow occurred...

Der Programmcode:

- Berechnung der Ariane-Vertikalbeschleunigung (ist OK: hat Überlaufschutz):

```
L_M_BV_32 := TBD.T_ENTIER_32S ((1.0/C_M_LSB_BV)
                * G_M_INFO_DERIVE(T_ALG.E_BV));
if L_M_BV_32 > 32767 then P_M_DERIVE(T_ALG.E_BV) := 16#7FFF#;
elsif L_M_BV_32 < -32768 then P_M_DERIVE(T_ALG.E_BV) := 16#8000#;
else
   P_M_DERIVE(T_ALG.E_BV) := UC_16S_EN_16NS
      (TDB.T_ENTIER_16S(L_M_BV_32));
end if;
```

Programm in der Sprache „Ada"

Konvertierung auf 16-Bit-Integer

- Und der Horizontalbeschleunigung (ohne Überlaufschutz!):

```
P_M_DERIVE(T_ALG.E_BH) :=
    UC_16S_EN_16NS (TDB.T_ENTIER_16S ((1.0/C_M_LSB_BH)
      * G_M_INFO_DERIVE(T_ALG.E_BH)));
```

Konvertierung auf 16-Bit-Integer

Nachfolgende Reparatur: E_BH *(biais horizontal)* als 32-Bit- statt 16-Bit-Integer

Das Modul enthält sieben Variablen, deren Berechnung evtl. einen Operandenfehler auslösen kann. Vier der Variablen wurden durch eine Ausnahmebehandlung geschützt. Da die maximale Auslastung des SRI-Computers laut den technischen Vorgaben 80% nicht überschreiten durfte, wurde von den Projektpartnern beschlossen, aus Effizienzgründen die restlichen drei Variablen inklusive E_BH ungeschützt zu lassen. Analysen hatten ergeben, dass sie entweder begrenzte Auswirkungen hatten oder ein grosser Sicherheitsspielraum vorhanden war. Dies stellte sich im Falle von E_BH als falsch heraus.

An overflow occurred...

Der Programmcode:

The official Ariane 5 accident report notes that software was assumed to be correct until it was shown to be faulty. The opposite assumption is more realistic. -- Nancy G. Leveson

Der sodann „reparierte" Code zur Berechnung der Horizontalbeschleunigung; nun mit Überlaufschutz, analog zur Vertikalbeschleunigung:

```
L_M_BH_32 := TBD.T_ENTIER_16S((1.0 / C_M_LSB_BH)
             * G_M_INFO_DERIVE(T_ALG.E_BH));
if L_M_BH_32 > 32767 then P_M_DERIVE(T_ALG.E_BH) := 16#7FFF#;
elseif L_M_BH_32 < -32768 then P_M_DERIVE(T_ALG.E_BH) := 16#8000#;
else
   P_M_DERIVE(T_ALG.E_BH) := UC_16S_EN_16NS
      (TBD.T_ENTIER_16S(L_M_BH_32));
end if;
```

"Why, in case it overflows, of course."

Creative Computing, 3(3), May / June 1977, p. 14

An overflow occurred...

https://en.wikipedia.org/wiki/Cluster_(spacecraft)

The Ariane 5 reused the inertial reference platform from the Ariane 4, but the Ariane 5's flight path differed considerably from the previous models. Specifically, the Ariane 5's greater horizontal acceleration caused the computers in both the back-up and primary platforms to crash and emit diagnostic data misinterpreted by the autopilot as spurious position and velocity data. Pre-flight tests had never been performed on the inertial platform under simulated Ariane 5 flight conditions, so the error was not discovered before launch. During the investigation, a simulated Ariane 5 flight was conducted on another inertial platform. It failed in exactly the same way as the actual flight units.

The greater horizontal acceleration caused a data conversion from a 64-bit floating point number to a 16-bit signed integer value to overflow and cause a hardware exception. Efficiency considerations had omitted range checks for this particular variable, though conversions of other variables in the code were protected. The exception halted the reference platforms, resulting in the destruction of the flight.

Although a software error was identified as the direct cause, this was considered to be made possible by system design failures and management issues:

a) On the basis of those calculations the main computer commanded the booster nozzles, and somewhat later the main engine nozzle also, to make a large correction for an attitude deviation that had not occurred.

b) A rapid change of attitude occurred, which caused the launcher to disintegrate at 39 seconds after H_0 due to aerodynamic forces.

c) Ariane 5's inertial reference system is essentially the same as a system presently flying on Ariane 4. The part of the software that caused the interruption in the inertial system computers is used before launch to align the inertial reference system and, in Ariane 4, also to enable a rapid realignment of the system in case of a late hold in the countdown. This realignment function, which does not serve any purpose on Ariane 5, was nevertheless retained for commonality reasons and allowed, as in Ariane 4, to operate for approximately 40 seconds from lift-off.

An overflow occurred...

https://en.wikipedia.org/wiki/Cluster_(spacecraft)

d) During design of the software of the inertial reference system used for Ariane 4 and Ariane 5, a decision was taken that it was not necessary to protect the inertial system computer from being made inoperative by an excessive value of the variable related to the horizontal velocity, a protection provided for several other variables of the alignment software. When taking this design decision, it was not analysed or fully understood which values this particular variable might assume when the alignment software was allowed to operate after lift-off.

e) In Ariane 4 flights using the same type of inertial reference system there had been no such failure because the trajectory during the first 40 seconds of flight is such that the particular variable related to horizontal velocity cannot reach, with an adequate operational margin, a value beyond the limit present in the software.

f) Ariane 5 has a high initial acceleration and trajectory, which leads to a build-up of horizontal velocity five times more rapid than for Ariane 4. The higher horizontal velocity of Ariane 5 generated, within the 40-second timeframe, the excessive value that caused the inertial system computers to cease operation.

g) The purpose of the review process, which involves all major partners in the Ariane 5 programme, is to validate design decisions and to obtain flight qualification. In this process, the limitations of the alignment software were not fully analysed and the possible implications of allowing it to continue to function during flight were not realised.

h) The specification of the inertial reference system and the tests performed at equipment level did not specifically include the Ariane 5 trajectory data. Consequently, the realignment function was not tested under simulated Ariane 5 flight conditions, and the design error was not discovered.

i) It would have been technically feasible to include almost the entire inertial reference system in the overall system simulations which were performed. For a number of reasons, it was decided to use the simulated output of the inertial reference system, not the system itself or its detailed simulation. Had the system been included, the failure could have been detected.

j) Post-flight simulations have been carried out on a computer with software of the inertial reference system and with a simulated environment, including the actual trajectory data from the Ariane 501 flight. These simulations have faithfully reproduced the chain of events leading to the failure of the inertial reference systems.

L'explosion était inéluctable

https://fr.wikipedia.org/wiki/Vol_501_d'Ariane_5

Le bug informatique qui a causé la mise hors service des systèmes de guidage à centrales inertielles a eu lieu durant la procédure d'étalonnage de l'appareil. Dans un usage normal, cet étalonnage mesure de très faibles valeurs lorsque la fusée est immobile, et il n'est donc pas protégé contre des valeurs élevées, telles que l'on peut obtenir lorsque ces mesures sont effectuées durant le vol. Le choix de laisser l'appareil en mode calibrage après le décollage date du début du programme Ariane, plus de dix ans avant l'incident. Il est motivé par le fait que sur les premières fusées Ariane, en cas de retardement du décollage, il était nécessaire de relancer la procédure de calibrage, qui durait plus de 45 minutes.

Tout tenait à une seule petite variable : celle allouée à l'accélération horizontale. En effet, l'accélération horizontale maximum produite par Ariane 4 donnait une valeur décimale d'environ 64. La valeur d'accélération horizontale de la fusée étant traitée dans un registre mémoire à 8 bits, cela donne en base binaire $2^8 = 256$ valeurs disponibles, un nombre suffisant pour coder la valeur 64, qui donne en binaire 1000000 et ne nécessite que 7 bits. Mais Ariane 5 était bien plus puissante et brutale : son accélération pouvait atteindre la valeur 300, qui donne 100101100 en binaire et nécessite un registre à 9 bits. Ainsi, la variable codée sur 8 bits a connu un dépassement de capacité, puisque son emplacement mémoire n'était pas assez grand pour accepter une valeur aussi importante. Il aurait fallu la coder sur un bit de plus, donc 9 bits, ce qui aurait permis de stocker une valeur limite de $2^9-1 = 511$, alors suffisante pour coder la valeur 300. De ce dépassement de capacité a résulté une valeur absurde dans la variable, ne correspondant pas à la réalité. Par effet domino, le logiciel décida de l'autodestruction de la fusée à partir de cette donnée erronée.

Le système de navigation, utilisé depuis longtemps sur Ariane 4, était réputé fiable et le Centre national d'études spatiales a tout simplement demandé à ne pas effectuer les simulations de vol pour ces appareils, ce qui devait ainsi lui permettre d'économiser 800 000 francs sur le coût des préparatifs avant-lancement. Réalisées en laboratoire après la catastrophe, ces simulations ont justement permis de vérifier que l'explosion était inéluctable.

Ende der historischen Notiz

Overflow bei f(1,0)?

- Wo genau trat eigentlich ein Overflow auf?

Was geschah eigentlich genau bei f(1,0)?

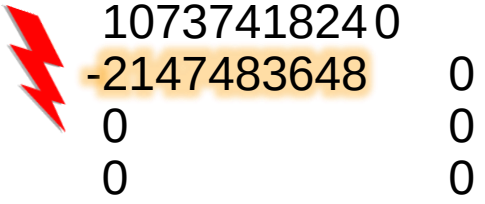
1	0	4096	0	16777216	0
2	0	8192	0	33554432	0
4	0	16384	0	67108864	0
8	0	32768	0	134217728	0
16	0	65536	0	268435456	0
32	0	131072	0	536870912	0
64	0	262144	0	1073741824	0
128	0	524288	0	-2147483648	0
256	0	1048576	0	0	0
512	0	2097152	0	0	0
1024	0	4194304	0	...	
2048	0	8388608	0	java.lang.StackOverflowError	

verdoppeln

halbieren

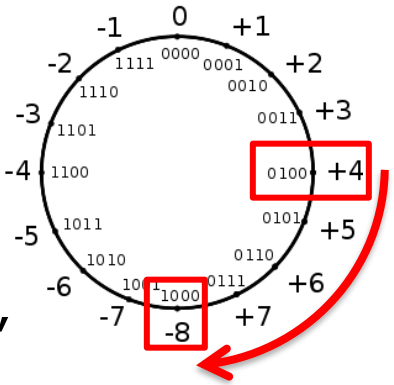
Arithmetischer Überlauf

- Eigentlich trat in f (beim Multiplizieren mit b = 0) schon lange vor dem Stack-Überlauf ein anderer Überlauf auf:



- Die Sprachspezifikation von Java erläutert das Phänomen:

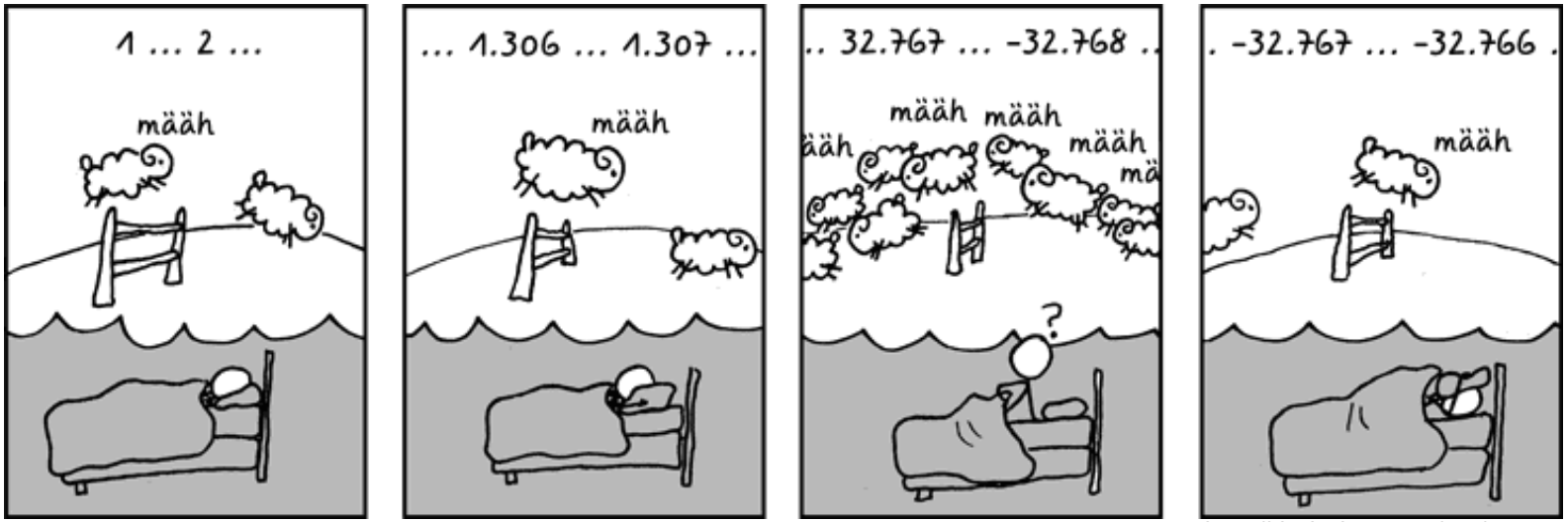
  "If an integer multiplication overflows, then the result is the low-order bits of the mathematical product as represented in some sufficiently large two's-complement format. As a result, if overflow occurs, then the sign of the result may not be the same as the sign of the mathematical product of the two operand values."



- Hier kam es also zu einem „arithmetischen" Überlauf
  - Durch die Multiplikation mit 2 entstand eine Zahl, die grösser ist als der bei int darstellbare Bereich (-2147483648 bis 2147483647), man läuft im Zahlenring in den anschliessenden negativen Bereich hinein
  - Dies könnte auch bei einem Eingabewert b ≠ 0 passieren!

Arithmetischer Überlauf (2)

- Diesen Fehlertypus würde man gerne abfangen, aber:
  - "Despite the fact that overflow, underflow, or loss of information may occur, evaluation of a multiplication operator never throws a run-time exception."
- Man muss also selbst dafür sorgen, dass das Produkt aus a und b nicht grösser als 2147483647 wird
  - Denkübung: wie?



https://xkcde.dapete.net/571/

Korrektheit von f(a,b) = a × b

- Wir wollen zeigen, dass die Funktion

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls } b \text{ gerade} \\ a + f\left(2a, \frac{b-1}{2}\right) & \text{, sonst} \end{cases}$$

für alle a, b ∈ $\mathbb{N}^+$ das Produkt von a und b berechnet.

So, wie wir es in der Schule kennengelernt haben, z.B.: 5 x 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7

fünf Mal die 7 addieren

„Fünf mal sieben" ist eine abgekürzte Redewendung und heisst eigentlich

Wir beschränken also ganz bewusst den Definitionsbereich der Funktion (keine 0, keine negativen Zahlen, keine rationalen Zahlen bzw. Gleitpunktzahlen...)

Korrektheit des Java-Programms?

- Damit wäre auch gezeigt, dass das Programmstück

```
static int f(int a, int b){
  if (b == 1)    return a;
  if (b%2 == 0) return f(2*a, b/2);
           else return a + f(2*a, (b-1)/2);
}
```

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls } b \text{ gerade} \\ a + f\left(2a, \frac{b-1}{2}\right) & \text{, sonst} \end{cases}$$

das erwartet tut, also „a mal b" berechnet.

- **Einspruch, Euer Ehren!**
  - Woher wissen wir eigentlich, dass das Programm genau der oben definierten Funktion entspricht? (→ *Semantik*)
  - Wie ist eigentlich das „sonst" zu interpretieren? Als Alternative zu „gerade" (also: „ungerade") oder auch zu b = 1?
  - Müsste nicht ein „else" zwischen den zwei if-Zeilen stehen?
  - Was geschieht bei einem Überlauf?

Bevor man über die „Äquivalenz" reden kann, muss erst die Bedeutung der Konstrukte eindeutig festgelegt werden sowie der Geltungsbereich definiert werden!

Korrektheit von f induktiv

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls } b \text{ gerade} \\ a + f\left(2a, \frac{b-1}{2}\right) & \text{, sonst} \end{cases}$$

- Behauptung: $\forall$ a, b $\in \mathbb{N}^+$: **f(a,b) = a × b**

Zum Java-Programm sagen wir hier noch gar nichts

- Beweis induktiv über b:
  - b = 1:

    1+1+...+1 (a Mal): Man *zählt* bis a

    $\forall$ a $\in \mathbb{N}^+$: f(a,1) = a = a × 1 (gilt offensichtlich nach der Def. von f, *Fall 1*)

  - b = n+1, mit der Induktionsannahme $\forall$ a $\in \mathbb{N}^+$, $\forall$ b $\in$ {1,...,n}: f(a,b) = a×b:

    a) Sei b gerade: Es gilt
    f(a,b) = f(2a,b/2) [nach Definition, *Fall 2*]
    = 2a × b/2 [wg. Induktionsannahme, ! da b/2 $\in$ {1,...,n}]
    = a × b.

    b) Sei b ungerade (und ≠1): Es gilt
    f(a,b) = a + f(2a, (b-1)/2) [nach Definition, *Fall 3*]
    = a + 2a × (b-1)/2 [wg. Induktionsannahme da (b-1)/2 $\in$ {1,...,n}]
    = a + a × (b-1)
    = a × b. □

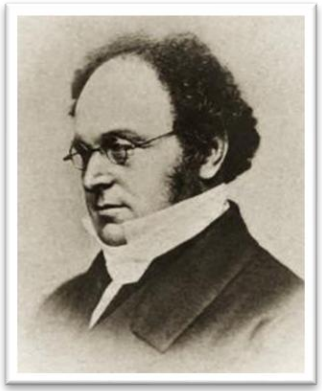
Aber wieso eigentlich?

Zwei Denkübungen: 1) Darf a im Beweis auch negativ sein?
2) Hätte man im Beweis nicht auch den Fall b = 0 mit einschliessen können?

Das Induktionsprinzip

Historische Notiz

- Die vollständige Induktion ist in der Informatik generell ein wichtiges Beweisprinzip – im verallgemeinerten Sinn können mit der „strukturellen Induktion“ Aussagen über rekursiv definierte Mengen (z.B. Programm- oder Datenstrukturen) oder iterative Prozesse bewiesen werden



- *Successive Induction* by Augustus De Morgan (1806 – 1871)
  In: *The Penny Cyclopedia of the Society for the Diffusion of Useful Knowledge*, 1838

INDUCTION (Mathematics). The method of induction, in the sense in which the word is used in natural philosophy, is not known in pure mathematics. There certainly are instances in which a general proposition is proved by a collection of the demonstrations of different cases, which may remind the investigator of the inductive process, or the collection of the general from the particular. Such instances however must not be taken as permanent, for it usually happens that a general demonstration is discovered as soon as attention is turned to the subject.

There is however one particular method of proceeding which is extremely common in mathematical reasoning, and to which we propose to give the name of *successive induction*. It has the main character of induction in physics, because it is really the collection of a general truth from a demonstration which implies the examination of every particular case; but it differs from the process of physics inasmuch as each case depends upon one which precedes. Substituting however demonstration for observation, the mathematical process bears an analogy to the experimental one, which, in our opinion, is a sufficient justification of the term ‘successive induction.’

Allerdings wurde das Beweisprinzip schon im 17. Jh., nur nicht unter diesem Namen, von Blaise Pascal und Jakob Bernoulli verwendet. Richard Dedekind führt dann 1888 in einer ersten Version seiner berühmten Schrift „Was sind und was sollen die Zahlen?“ den Begriff „*vollständige* Induktion“ ein.

Induktion: Erläuterung von Bertrand Russell

Meine Herren, 120 ist teilbar durch 1, 2, 3, 4, auch 5; jetzt werde ich schon aufmerksam, ob 120 nicht vielleicht durch alle Zahlen teilbar ist. Ich probiere weiter und finde, sie ist auch durch 6 teilbar; um nun ganz sicher zu gehen, versuche ich es noch mit der 8, dann mit der 10, mit 12, mit der 15, schließlich auch mit 20 und 24. *Wenn ich jetzt Physiker bin*, sage ich: Es ist sicher, dass 120 durch alle Zahlen teilbar ist. -- Ernst Eduard Kummer (1810 – 1893) in einer seiner beliebten Vorlesungen.

Der britische Philosoph, Mathematiker und Logiker Bertrand Russell (1872 – 1970) schreibt in seiner „Einführung in die mathematische Philosophie" (1919) zur Induktion folgendes:

Die Verwendung der mathematischen Induktion bei Beweisen war in der Vergangenheit eine Art Mysterium. Man konnte scheinbar keinen ernsthaften Zweifel an der Gültigkeit dieser Beweismethode hegen. Aber niemand wusste, warum sie gültig war. Manche glaubten, sie sei ein Spezialfall der Induktion im logischen Sinn. Poincaré hielt sie für ein Prinzip von grösster Wichtigkeit, durch das man eine unendliche Zahl von Syllogismen in ein einziges Argument zusammenziehen könne. Wir wissen heute, dass all diese Betrachtungen irrtümlich sind. Die mathematische Induktion ist eine Definition und kein Prinzip. Es gibt gewisse Zahlen, für die sie gilt, und andere [Russel spricht hier die unendlichen Kardinalzahlen Cantors an], *für die sie nicht gilt. Wir definieren die „natürlichen Zahlen" als diejenigen, auf die man die mathematische Induktion bei Beweisen anwenden kann, d.h. als diejenigen, die alle induktiven Eigenschaften besitzen. Daraus folgt, dass solche Beweise auf die natürlichen Zahlen angewandt werden können. Dies ist nicht irgendeine mysteriöse Intuition oder irgendein Axiom oder Prinzip. Es folgt vielmehr einfach aus dem Satz selbst. Wenn „Vierfüssler" definiert sind als Tiere mit vier Füssen, so folgt daraus, dass Tiere, die vier Füsse haben, Vierfüssler sind. Ganz ähnlich liegt der Fall der Zahlen, die der mathematischen Induktion genügen.*

Russel schreibt ferner: *Die verallgemeinerte Theorie der Induktion verdankt man Frege. Sie wurden schon i.J. 1879 in seiner „Begriffsschrift" veröffentlicht. Trotz des grossen Wertes dieser Arbeit war ich meines Erachtens der erste Mensch, der sie überhaupt gelesen hat – und das über 20 Jahre nach ihrer Veröffentlichung.*

Die „Begriffsschrift“ von Gottlob Frege

Die von Russell erwähnte „Begriffsschrift“ ist ein schmales, nur etwa 80 Seiten umfassendes Buch des Jenaer Mathematikers und Philosophen Gottlob Frege (1848 – 1925) zur Logik. Es wurde 1879 mit dem Untertitel *Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* veröffentlicht und gilt allgemein als die wichtigste Veröffentlichung im Bereich der Logik seit Aristoteles’ Organon. Frege gelang in diesem Buch zum ersten Mal eine Formalisierung der klassischen Prädikatenlogik und damit die erste Formalisierung einer Logik, in der sich ein grosser Teil der Mathematik ausdrücken liess.

§ 1. Die in der allgemeinen Grössenlehre gebräuchlichen Zeichen zerfallen in zwei Arten. Die erstere umfasst die Buchstaben, von denen jeder entweder eine unbestimmt gelassene Zahl oder eine unbestimmt gelassene Function vertritt. Diese Unbestimmtheit macht es möglich die Buchstaben zum Ausdrucke der Allgemeingiltigkeit von Sätzen zu verwenden wie in

$$(a + b)\,c = ac + bc.$$

Die andere Art umfasst solche Zeichen wie +, —, √, 0, 1, 2, von denen jedes seine eigenthümliche Bedeutung hat.

Diesen Grundgedanken der Unterscheidung zweier Arten von Zeichen, der in der Grössenlehre leider nicht rein durchgeführt ist*), *nehme ich auf, um ihn für das umfassendere Gebiet des reinen Denkens überhaupt nutzbar zu machen.*

58

$$\begin{matrix}\delta \\ | \\ \alpha\end{matrix}\Big(\begin{matrix}F(\alpha) \\ f(\delta, \alpha)\end{matrix}$$

mag übersetzt werden: „der Umstand, dass die Eigenschaft F sich in der f-Reihe vererbt.“ Diesen Ausdruck kann vielleicht folgendes Beispiel annehmbar machen. Es bedeute

$\Lambda(M, N)$ den Umstand, dass N ein Kind von M ist;
$\Sigma(P)$ den Umstand, dass P ein Mensch ist. Dann ist

$$\begin{matrix}\alpha \\ | \\ \delta\end{matrix}\Big(\begin{matrix}\Sigma(\alpha) \\ \Lambda(\delta, \alpha)\end{matrix} \quad \text{oder} \quad \begin{matrix}\mathfrak{b} & \mathfrak{a} & \\ \smile & \smile & \\ & & \Sigma(\mathfrak{a}) \\ & & \Lambda(\mathfrak{d}, \mathfrak{a}) \\ & & \Sigma(\mathfrak{b})\end{matrix}$$

der Umstand, dass jedes Kind eines Menschen wieder ein Mensch ist, oder dass die Eigenschaft, Mensch zu sein, sich vererbt. Man sieht übrigens, dass die Wiedergabe in Worten schwierig und selbst unmöglich werden kann, wenn an die Stellen von F und f sehr verwickelte Functionen treten. In Worten würde demnach der Satz (69) so ausgedrückt werden können:

„Wenn aus dem Satze, dass $\mathfrak{b}$ *die Eigenschaft* F *hat, allgemein, was auch* $\mathfrak{b}$ *sein mag, geschlossen werden kann, dass jedes Ergebnis einer Anwendung des Verfahrens* f *auf* $\mathfrak{b}$ *die Eigenschaft* F *habe,*

so sage ich:

„ „die Eigenschaft F *vererbt sich in der* f*-Reihe.“ “*

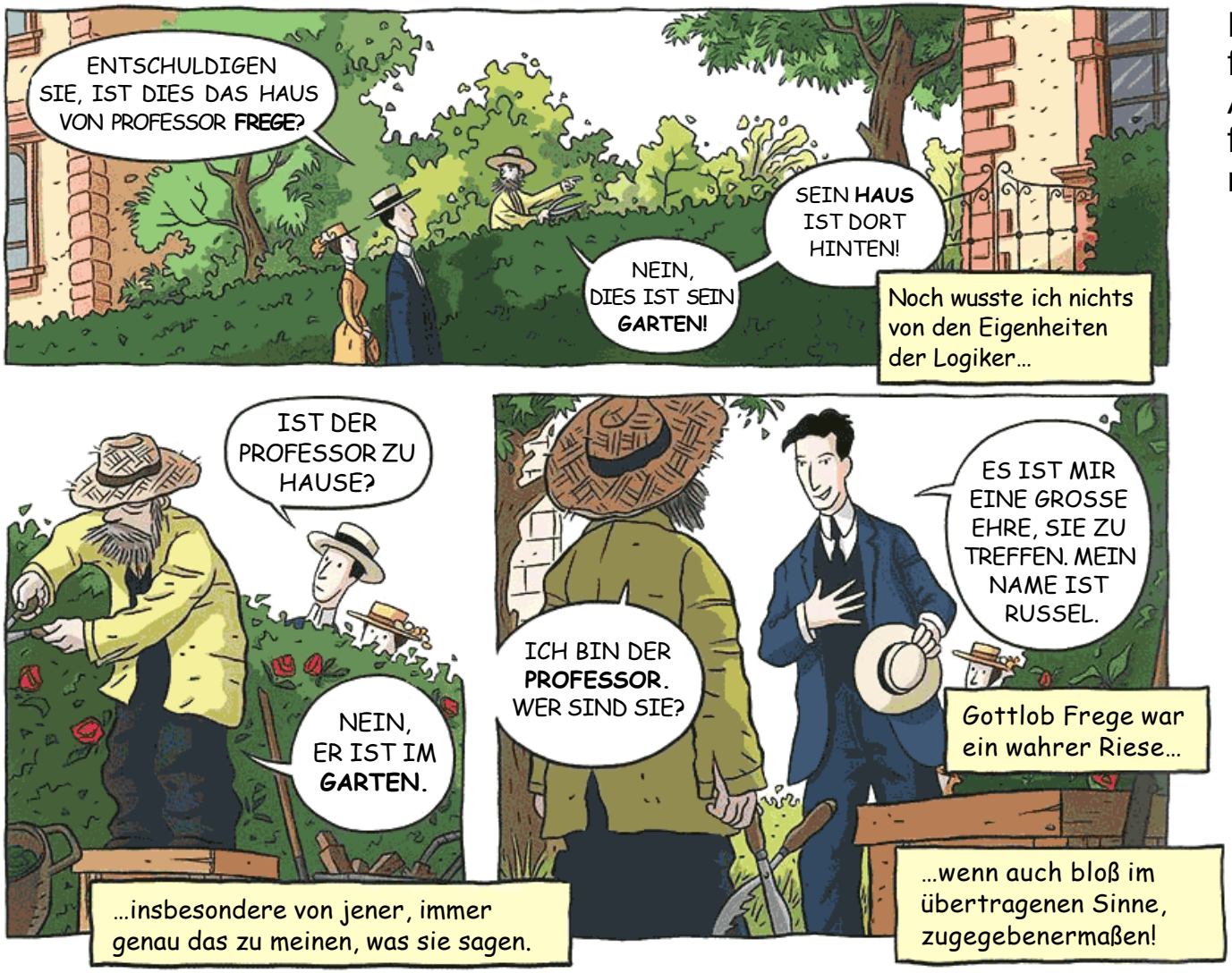
§ 25. 69 $\vdash \left(\begin{matrix}\mathfrak{b} & \mathfrak{a} & \\ \smile & \smile & \\ & & F(\mathfrak{a}) \\ & & f(\mathfrak{b}, \mathfrak{a}) \\ & & F(\mathfrak{b})\end{matrix} \right) \equiv \begin{matrix}\delta \\ | \\ \alpha\end{matrix}\Big(\begin{matrix}F(\alpha) \\ f(\delta, \alpha)\end{matrix}$

(68) :

$$\begin{matrix}\mathfrak{a} & \mathfrak{b} & & & \\ f(\Gamma) & | & \mathfrak{a} & F(\mathfrak{a}) & \mathfrak{a} & F(\mathfrak{a}) \\ & & & f(\Gamma, \mathfrak{a}) & & f(x, \mathfrak{a}) \\ & & & F(\Gamma) & & F(x) \\ & \mathfrak{b} & \delta & F(\alpha) & & \delta \; F(\alpha) \\ & & \alpha & f(\delta, \alpha) & & \alpha \; f(\delta, \alpha) \\ & c & x & & & \end{matrix} \qquad (70.$$

(19) :

Russell trifft Frege (im Comic)

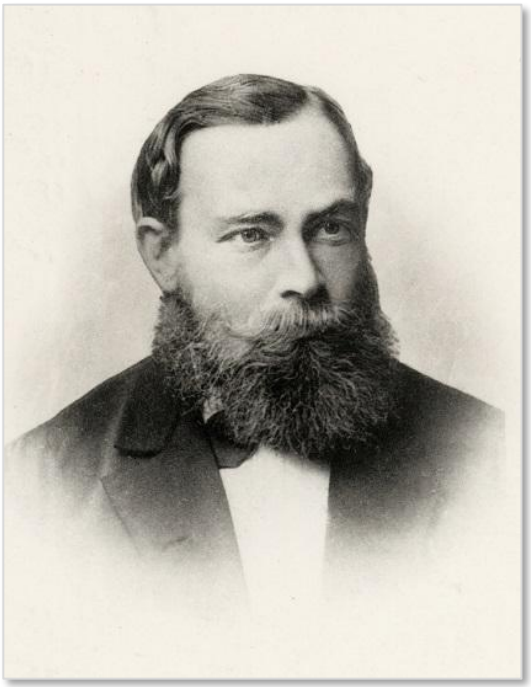


Hier und auf einigen der folgenden Seiten ein paar Auszüge aus der bereits früher erwähnten „graphic novel“ Logicomix.

Frege-Steckbrief im CIA intelligence aggregator:

Born: 8-Nov-1848. Birthplace: Wismar, Mecklenburg-Schwerin, Germany. Died: 26-Jul-1925. Location of death: Bad Kleinen, Germany. Cause of death: Illness. Remains: Buried, Wismar Cemetery. Gender: Male. Religion: Lutheran. Race or Ethnicity: White. Body height: 5 feet 5 inches. Sexual orientation: Straight. Occupation: Mathematician, Philosopher. Nationality: Germany. Military service: Prussian Army (1876).

Gottlob Frege: Formelsprache des reinen Denkens



G. Frege um 1880 [Wikipedia]

Gottlob Frege verwendete eine eigens von ihm geschaffene graphische, zweidimensionale Darstellung für Ausdrücke der Aussagen- und Prädikatenlogik; sein Kalkül führte erstmals den Allquantor sowie mehrstellige Prädikate ein. Wie erst später die *polnische Notation* kommt schon die Begriffsschriftnotation ohne Klammern aus.

Trotz ihrer epochalen Bedeutung ist die Begriffsschrift nicht Freges Hauptwerk. Ihr folgten 1884 *Die Grundlagen der Arithmetik* sowie 1893 und 1903 die beiden Bände der *Grundgesetze der Arithmetik*.

Freges vorrangiges Ziel war es, die Mathematik als Teil der Logik auszuweisen, also zu zeigen, dass alle mathematischen Sätze aus wenigen rein logischen Axiomen abgeleitet werden können. Auch wenn Freges eigenwilliger Schreibweise kein grosser Erfolg beschieden war, fusst nahezu jede Arbeit in der modernen Logik wenigstens mittelbar auf den Grundgedanken der Begriffsschrift. Da die Logik ferner Hilfs- und Grundlagendisziplin u.a. der Mathematik, Linguistik und Informatik ist, sind die indirekten Auswirkungen von Freges Werk kaum zu überschauen.

Die Mathematisierung der Logik enthielt jedoch einen Widerspruch (die sogenannte Russellsche Antinomie), wie Frege in einem berühmt gewordenen Brief von Bertrand Russell aus dem Jahr 1902 erfahren musste. Frege sah sein Lebenswerk gescheitert und zog sich resigniert

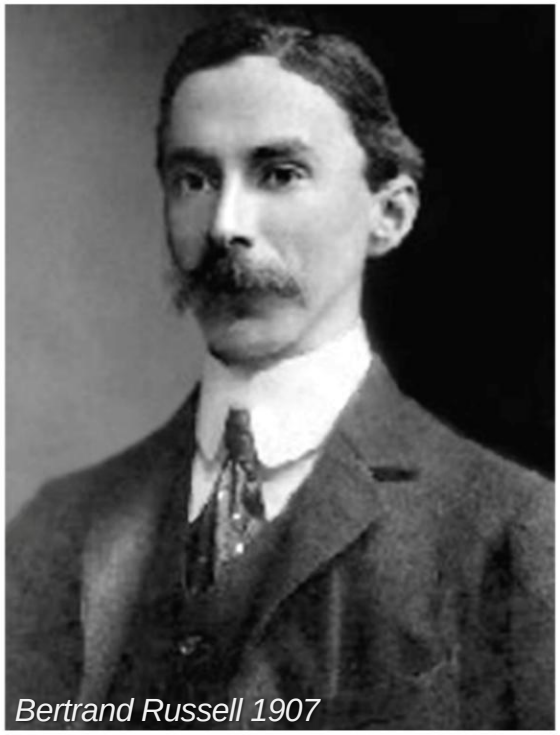
Der Briefwechsel zwischen Russell und Frege

von der Logik zurück. 1903 gestand Frege im Nachwort seiner *Grundgesetze der Arithmetik* ein, dass durch Russell die „Grundlagen seines Baues erschüttert" worden seien. In den Folgejahren verfiel Frege in eine Depression, die sich unter anderem darin äusserte, dass er keine grösseren Arbeiten mehr publizierte. [Obige 4 Absätze nach Wikipedia]

Die entsprechende Passage in Russels Brief an den „sehr geehrten Herrn Collegen" Frege lautet:

Nur in einem Punkte ist mir eine Schwierigkeit begegnet. Sie behaupten (S. 17) es könne auch die Funktion das unbestimmte Element bilden. Dies habe ich früher geglaubt, jedoch jetzt scheint mir diese Ansicht zweifelhaft, wegen des folgenden Widerspruchs: Sei w das Prädicat, ein Prädicat zu sein, welches von sich selbst nicht prädicirt werden kann. Kann man w von sich selbst prädiciren? Aus jeder Antwort folgt das Gegentheil. Deshalb muss man schliessen, dass w kein Prädicat ist. Ebenso giebt es keine Klasse (als Ganzes) derjenigen Klassen, die als Ganze sich selber nicht angehören. Daraus schliesse ich, dass unter gewissen Umständen eine definierbare Menge kein Ganzes bildet.

Unmittelbar darauf antwortet Frege an Russell: *[...] Ihre Entdeckung des Widerspruchs hat mich auf's Höchste überrascht und, fast möchte ich sagen, bestürzt, weil dadurch*

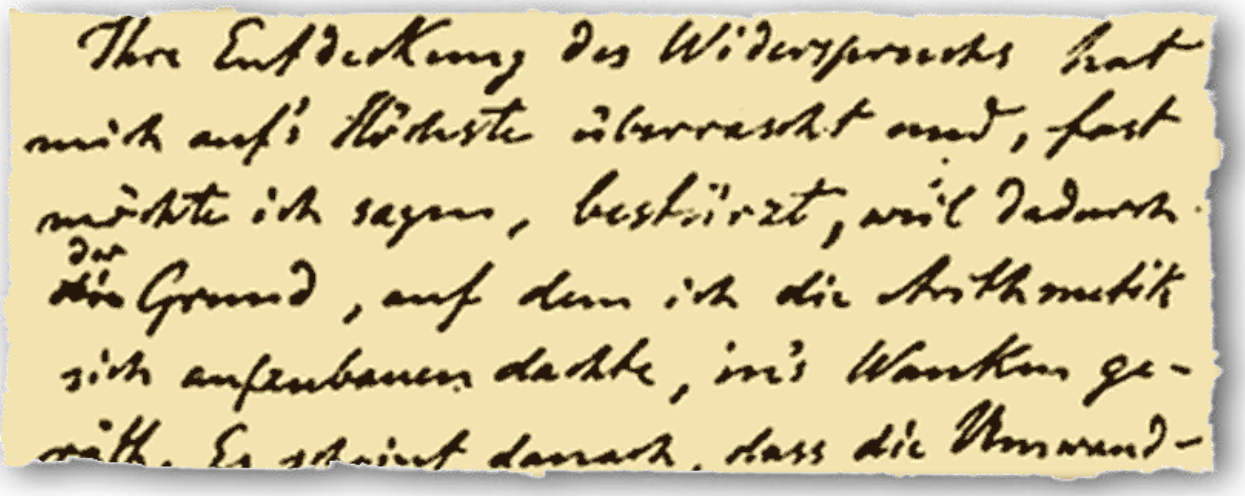

Bertrand Russell 1907

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Russell1907-2.jpg

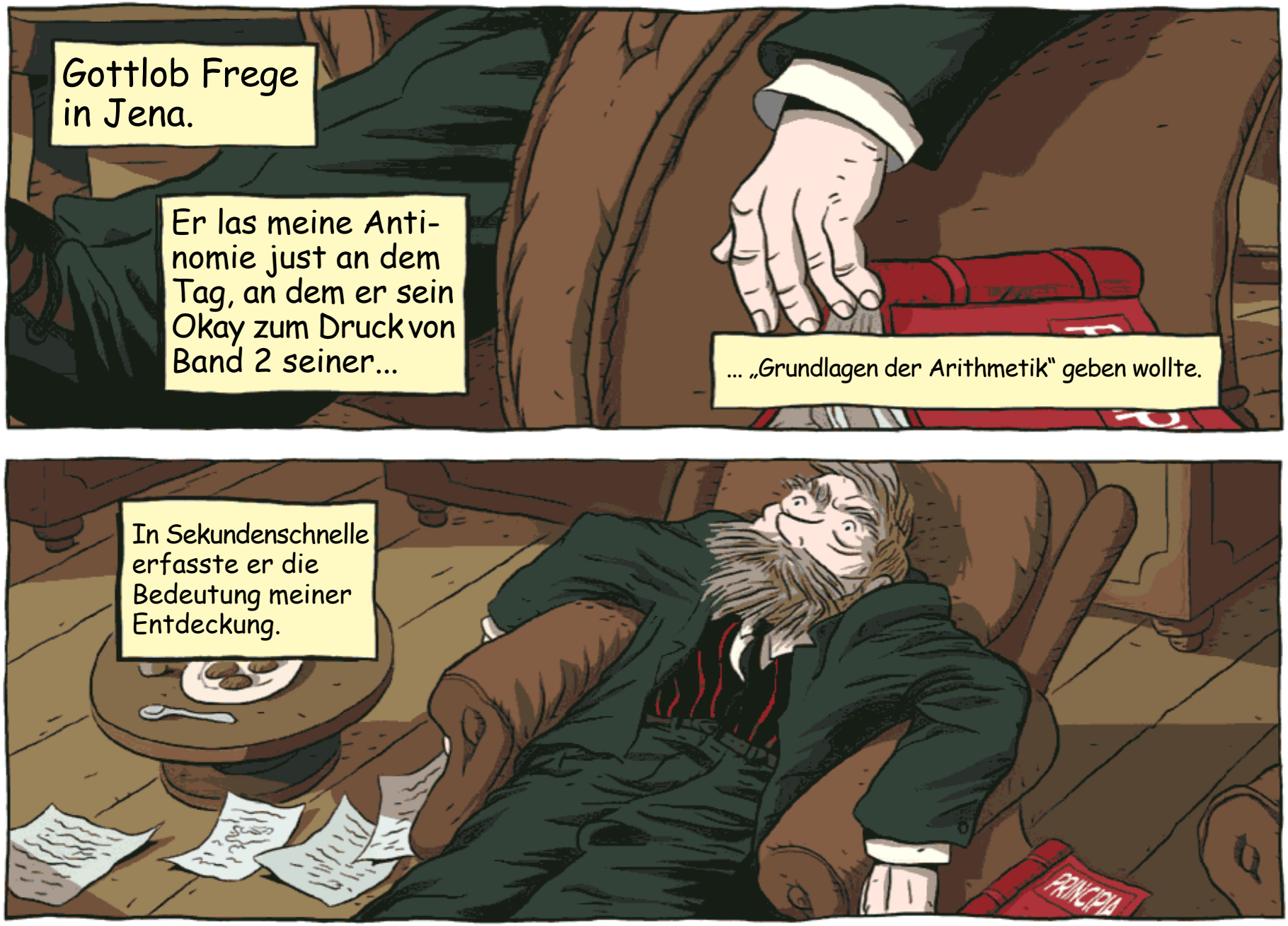
„Darin besteht das Wesen der Wissenschaft: Zuerst denkt man an etwas, das wahr sein könnte. Dann sieht man nach, ob es der Fall ist, und im allgemeinen ist es nicht der Fall." -- *Bertrand Russell*

Versinkt die Grundlage der Arithmetik?

der Grund, auf dem ich die Arithmetik sich aufzubauen dachte, in's Wanken geräth. [...] Ich muss noch weiter über die Sache nachdenken. Sie ist um so ernster, als mit dem Wegfall meines Gesetzes V nicht nur die Grundlage meiner Arithmetik, sondern die einzig mögliche Grundlage der Arithmetik überhaupt zu versinken scheint. [...]

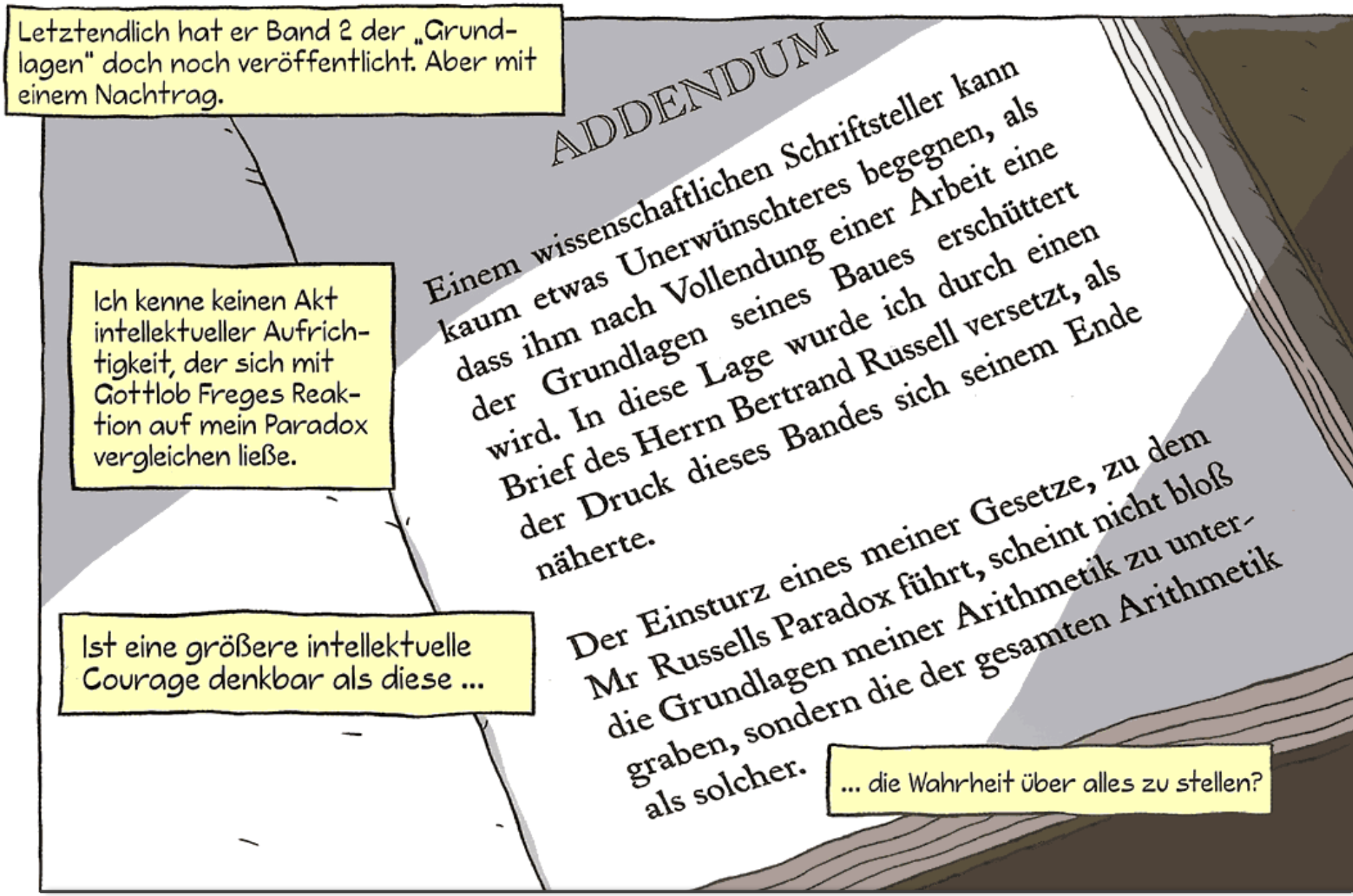


Bertrand Russell schrieb über Frege 1962 an den französischen Logiker (sowie persönlichen Sekretär und Leibwächter von Leo Trotzki) Jean van Heijenoort: *As I think about acts of integrity and grace, I realise that there is nothing in my knowledge to compare with Frege's dedication to truth. His entire life's work was on the verge of completion, much of his work had been ignored to the benefit of men infinitely less capable, his second volume was about to be published, and upon finding that his fundamental assumption was in error, he responded with intellectual pleasure clearly submerging any feelings of personal disappointment.*



Aus dem weiter oben erwähnten Comicbuch *Logicomix.*

Bertrand Russell, der Erzähler in Logicomix


Letztendlich hat er Band 2 der „Grundlagen" doch noch veröffentlicht. Aber mit einem Nachtrag.
ADDENDUM
Einem wissenschaftlichen Schriftsteller kann kaum etwas Unerwünschteres begegnen, als dass ihm nach Vollendung einer Arbeit eine der Grundlagen seines Baues erschüttert wird. In diese Lage wurde ich durch einen Brief des Herrn Bertrand Russell versetzt, als der Druck dieses Bandes sich seinem Ende näherte.
Der Einsturz eines meiner Gesetze, zu dem Mr Russells Paradox führt, scheint nicht bloß die Grundlagen meiner Arithmetik zu untergraben, sondern die der gesamten Arithmetik als solcher.
Ich kenne keinen Akt intellektueller Aufrichtigkeit, der sich mit Gottlob Freges Reaktion auf mein Paradox vergleichen ließe.
Ist eine größere intellektuelle Courage denkbar als diese ...
... die Wahrheit über alles zu stellen?

„Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift“

G. Frege, Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik, 81 (1882), 48 – 56

The Begriffsschrift is not only the direct ancestor of contemporary systems of mathematical logic, but also the ancestor of all formal languages, including computer programming languages. – Martin Davis

In den abstracteren Theilen der Wissenschaft macht sich immer auf’s Neue der Mangel eines Mittels fühlbar, Mißverständnisse bei Andern und zugleich Fehler im eignen Denken zu vermeiden. Beide haben ihre Ursache in der Unvollkommenheit der Sprache. Denn der sinnlichen Zeichen bedürfen wir nun einmal zum Denken. [...]

Deshalb verachte niemand die Zeichen! Von ihrer zweckmäßigen Wahl hängt nicht wenig ab. [...] Wir würden uns ohne Zeichen auch schwerlich zum begrifflichen Denken erheben. Indem wir nämlich verschiedenen aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame, den Begriff. Und diesen gewinnen wir erst dadurch, daß wir ihn bezeichnen; denn da er an sich unanschaulich ist, bedarf er eines anschaulichen Vertreters, um uns erscheinen zu können. So erschließt uns das Sinnliche die Welt des Unsinnlichen. [...]

Die Sprache kann in dieser Hinsicht mit der Hand verglichen werden, die uns trotz ihrer Fähigkeit, sich den verschiedensten Aufgaben anzupassen, nicht genügt. Wir schaffen uns künstliche Hände, Werkzeuge für besondere Zwecke, die so genau arbeiten, wie die Hand es nicht vermöchte. Und wodurch wird diese Genauigkeit möglich? Durch eben die Starrheit, die Unveränderlichkeit der Theile, deren Mangel die Hand so vielseitig geschickt macht. So genügt auch die Wortsprache nicht. Wir bedürfen eines Ganzen von Zeichen, aus dem jede Vieldeutigkeit verbannt ist, dessen strenger logischer Form der Inhalt nicht entschlüpfen kann. [...]

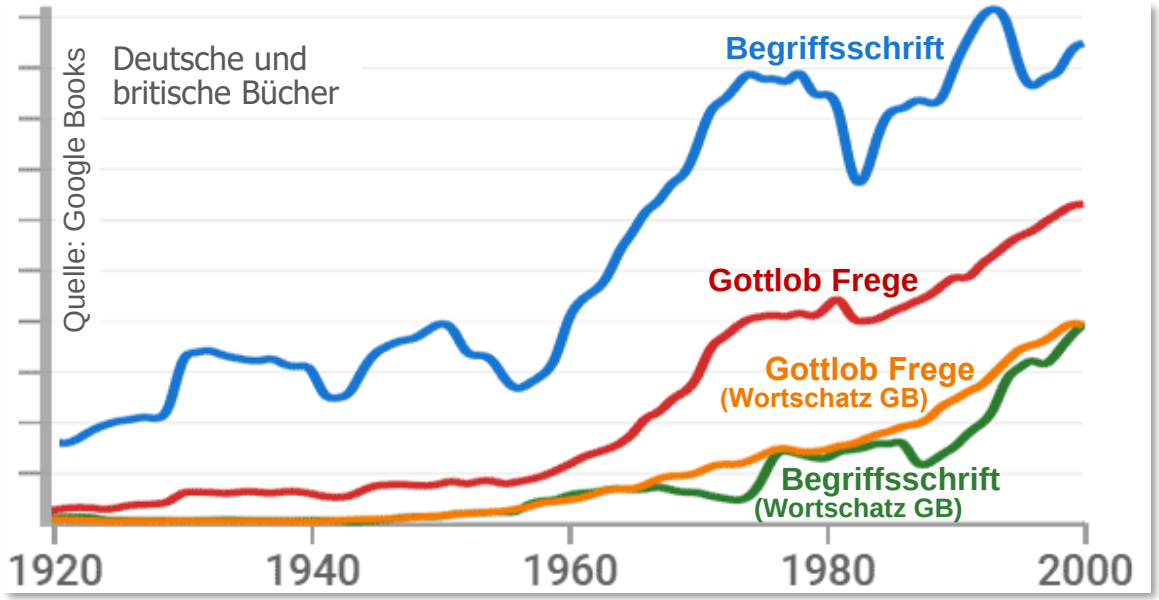
Von einer solchen [wahren Begriffsschrift] möchte ich Folgendes verlangen. Sie muß für die logischen Beziehungen einfache Ausdrucksweisen haben, die, an Zahl auf das Nothwendige beschränkt, leicht und sicher zu beherrschen sind. Diese Formen müssen geeignet seyn, sich mit einem Inhalte auf das Innigste zu verbinden. Dabei muß solche Kürze erstrebt werden, daß die zweifache Ausdehnung der Schreibfläche für die Uebersichtlichkeit der Darstellung gut ausgenutzt werden kann.

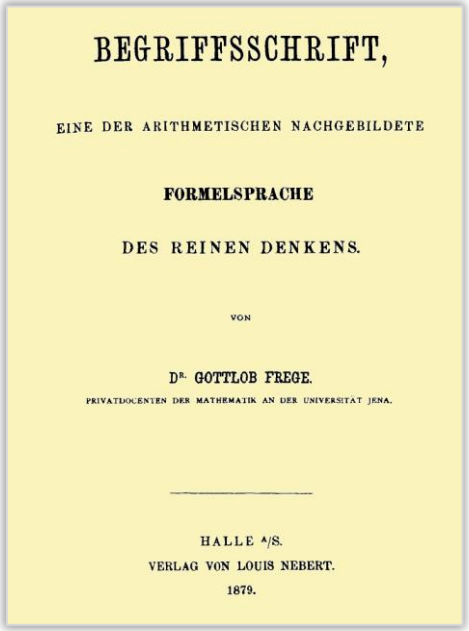
Ich habe nun versucht die mathematische Formelsprache durch Zeichen für die logischen Verhältnisse zu ergänzen, sodaß daraus zunächst für das Gebiet der Mathematik eine Begriffsschrift hervorgehe, wie ich sie als wünschenswerth dargestellt habe. Die Verwendung meiner Zeichen auf andern Gebieten wird dadurch nicht ausgeschlossen. [...] Möchten deshalb auch Philosophen der Sache einige Beachtung schenken!

Begriffsschrift als Begriff

> Ich befinde mich in einem unglücklichen Cirkel: Bevor man der Begriffsschrift Beachtung schenkt, verlangt man deren Leistungen zu sehen und diese kann ich wieder nicht zeigen, ohne die Bekanntschaft mit ihr vorauszusetzen. So scheint mein im Anfange erwähntes Buch kaum auf Leser rechnen zu dürfen. [Frege 1882 an Anton Marty]

Allgemein bekannt werden Frege und seine Begriffsschrift erst 1936 durch eine kommentierte Bibliographie zur symbolischen Logik von Alonzo Church (Princeton), einem der Begründer der theoretischen Informatik, im „Journal of Symbolic Logic". Church führt über 2000 Werke auf, nennt aber als einflussreichste Personen Boole, De Morgan, Russell, Brouwer, Gödel, Zermelo und den bis dahin weitgehend unbekannten Frege. Erst ab ca. 1950 tauchen Frege und seine Begriffsschrift als Begriffe in nennenswerter Zahl in der Literatur auf – hier bzgl. der deutschsprachigen und der in Grossbritannien erschienen Bücher entsprechend Google Books. Siebzig Jahre lang wurde dem aus heutiger Sicht epochalen Werk also kaum Beachtung geschenkt – wie schrieb schon Bertrand Russell: *Trotz des grossen Wertes dieser Arbeit war ich meines Erachtens der erste Mensch, der sie überhaupt gelesen hat – und das über 20 Jahre nach ihrer Veröffentlichung.*




BEGRIFFSSCHRIFT,

EINE DER ARITHMETISCHEN NACHGEBILDETE

FORMELSPRACHE

DES REINEN DENKENS.

VON

DR. GOTTLOB FREGE.

PRIVATDOCENTEN DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT JENA.

HALLE A/S.

VERLAG VON LOUIS NEBERT.

1879.

Nett komponiert Matthias Wille im Einleitungskapitel seines Buches „Gottlob Frege" diverse Zitate zu Freges Begriffsschrift zu einem schillernden Mosaik:

Selten wurde in der Wissenschaft der Wandel vom Traditionellen zum Modernen derart präzise und exakt durch eine einzige Studie bestimmt wie in ihrem Fall und noch seltener blieb eben diese Schrift wirkungsgeschichtlich so vollkommen belanglos. Historiographisch vielleicht ein einmaliges Phänomen.

Als der bahnbrechende Wert der Schrift endlich offiziell erkannt wird, ist sie schon nicht mehr zu bekommen. Eingestampft mangels Nachfrage. Da ist ihr Autor bereits seit mehr als einem Jahrzehnt tot, diesem nunmehr größten Logiker seit Aristoteles, vielleicht der größte überhaupt, von dem man im selben Ton zu sprechen hat wie von einem Kant. Mann und Werk sind im philosophischen Olymp angekommen. Aus dem verlegerischen Misserfolg von einst wird Mitte des 20. Jahrhunderts ein begehrtes Sammlerstück, eine bibliophile Rarität. Obgleich erst ein Menschenalter jung, ist sie seltener als so manche Inkunabel, ihr ungeheurer Wert Folge der vormaligen Wertlosigkeit. Eine paradoxe Biographie für eine logische Monographie. Antiquarisch so gut wie überhaupt nicht gehandelt, befinden sich die meisten der wenigen bekannten Exemplare wohlgehütet in den „Rare Books"-Abteilungen renommierter Universitäts- oder Nationalbibliotheken. [...]

In der gesamten Geschichte der Logik gibt es lediglich eine einzige andere Schrift, die mit ihr verglichen werden kann, die *Ersten Analytiken* des Aristoteles. Dazwischen liegen sagenhafte 2200 Jahre. Vielleicht ist sie die bedeutsamste Einzelschrift der Logik, die jemals verfasst wurde, in jedem Fall repräsentiert sie das wichtigste Kapitel in der Geschichte der modernen Logik und ihr Erscheinungsjahr, dieses Epochenjahr erster Ordnung, das bedeutungsvollste Datum in der gesamten Logikhistorie. Diese Geburtsurkunde der modernen Mathematikphilosophie enthält den fundamentalsten technischen Einzelfortschritt, der jemals in der Logik stattfand. Durch ihre kategorial neuen Gedanken vollzog sie eine kopernikanische Revolution der Disziplin, ein philosophiehistorischer Epochenwechsel ersten Ranges, vergleichbar mit jenem Descartes'. Erst durch sie wird diese uralte Wissenschaft zu einem wahrhaft großen Gebiet, zu einer strengen Wissenschaft als solcher. Es ist die Rede von einer umfangskleinen, aber inhaltlich überaus schwergewichtigen Abhandlung, es ist die Rede von einem brillanten, einem epischen Werk, es ist die Rede von der *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens...*

Altägyptische Multiplikation anders implementiert

- Beispiel 3×18:

a	b
~~3~~	~~18~~
6	9
~~12~~	~~4~~
~~24~~	~~2~~
48	1
54	

Aufgrund des fortwährenden Halbierens von b

$\log_2 x \approx 3.322 \log_{10} x \approx 1.4427 \ln x$

1) Zeilen streichen, bei denen rechts eine gerade Zahl steht
2) Übrig gebliebene Zahlen der linken Spalte aufaddieren

Dieses Aufaddieren realisieren wir jetzt aber auf eine andere Art, indem wir explizit schritthaltend „akkumulieren“

Altägyptische Multiplikation iterativ

While-Schleife statt Rekursion

```
while (b > 0) {
    if ungerade(b) {
        z = z+a;
        b = b-1;
    }
    b = b/2;
    a = 2*a;
}
return z;
}
```

z akkumuliert die Werte der linken Spalte nicht gestrichener Zeilen

Akkumulator für das Ergebnis

b halbieren, a verdoppeln

a	b
~~3~~	~~18~~
6	9
~~12~~	~~4~~
~~24~~	~~2~~
48	1
54	

a akkumulieren, wenn b ungerade

Altägyptische Multiplikation iterativ

While-Schleife statt Rekursion

```
static int f(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 0;
    while (b > 0) {
        if ungerade(b) {
            z = z+a;
            b = b-1;
        }
        b = b/2;
        a = 2*a;
    }
    return z;
}
```

i und j werden in der Methode f nicht verändert

Methode `ungerade(b)` kann als einfache Übung implementiert werden

Hier gilt offenbar $a \times b + z = i \times j$

So eine logische Aussage über Werte von Variablen nennt man „Zusicherung" („assertion")

z akkumuliert die Werte der linken Spalte nicht gestrichener Zeilen

b geradebiegen

Falls hier $a \times b + z = i \times j$

dann auch hier

Hier ist b gerade

Falls hier $a \times b + z = i \times j$

dann auch hier

Hier sollte b = 0 sein

Akkumulator für das Ergebnis

Altägyptische Multiplikation iterativ

While-Schleife statt Rekursion

```
static int f(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 0;
    while (b > 0) {
        if ungerade(b) {
            z = z+a;
            b = b-1;
        }
        b = b/2;
        a = 2*a;
    }
    return z;
}
```

i und j werden in der Methode f nicht verändert

Hier gilt offenbar $a \times b + z = i \times j$

So eine logische Aussage über Werte von Variablen nennt man „Zusicherung" („assertion")

z akkumuliert die Werte der linken Spalte nicht gestrichener Zeilen

b geradebiegen

Hier ist b gerade

Hier sollte b = 0 sein

Akkumulator für das Ergebnis

~~Falls~~ hier $a \times b + z = i \times j$

dann auch hier

Transitivität der Implikation! („Kettenschluss")

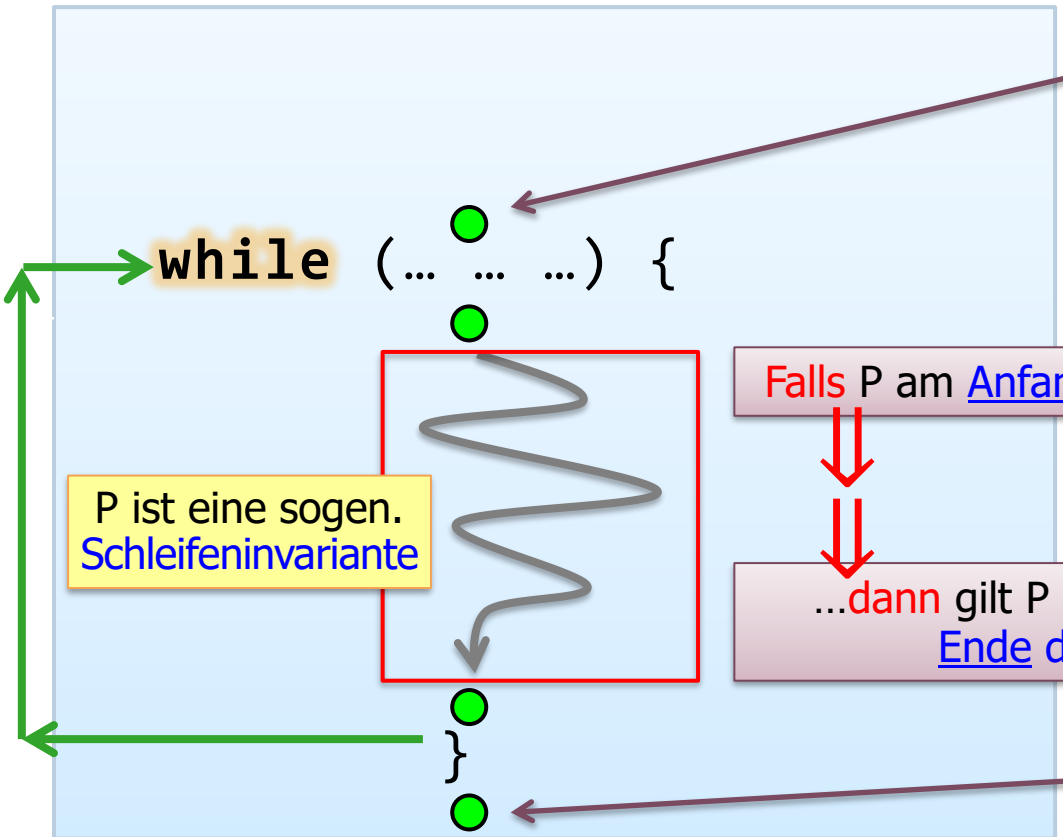
Falls hier $a \times b + z = i \times j$

~~dann~~ auch hier

(Modus Ponens)

Schleifeninvariante

Considering a loop without its invariant is like conducting an orchestra without a score. – Bertrand Meyer



Angenommen, vor der Schleife gelte eine Eigenschaft P

Wenn wir diese Implikation zeigen können:

Falls P am Anfang der Schleife gilt…

…dann gilt P (immer) auch am Ende der Schleife

P ist eine sogen. Schleifeninvariante

Dann gilt P auch nach der Schleife !

Und zwar unabhängig von der konkreten Zahl der Schleifendurchläufe!

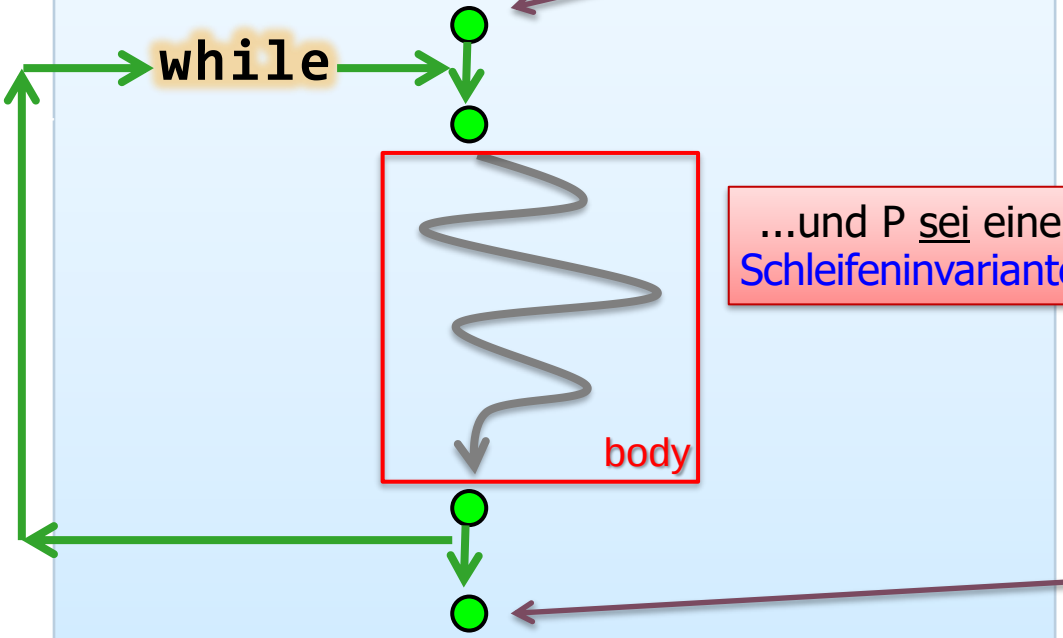
Unterscheide: *vor, am Anfang, am Ende, nach* der Schleife!

Beweisregel für while-Schleifen

Denkübung: Wieso gilt eigentlich diese Beweisregel? (Ist es eine „naturnotwendige“ Tatsache?)

Angenommen, vor der Schleife gelte eine Eigenschaft P...

P: Prädikat als Relation über den Programmvariablen, die abhängig von den konkreten Werten der Variablen wahr oder falsch ist



...und P sei eine Schleifeninvariante

Dann gilt P auch nach der Schleife

Und zwar unabhängig von der konkreten Zahl der Schleifendurchläufe!

Diese Regel sieht, im sogenannten „Hoare-Kalkül“, formal so aus (Aussage über dem Strich impliziert die darunter)

$$\frac{\{C \wedge P\}\ \text{body}\ \{P\}}{\{P\}\ \textbf{while}\ (C)\ \text{body}\ \{\neg C \wedge P\}}$$

Altägyptische Multiplikation iterativ (Invariante)

```
static int f(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 0;
    while (b > 0) {
        if ungerade(b) {
            z = z+a;
            b = b-1;
        }
        b = b/2;
        a = 2*a;
    }
    return z;
}
```

i und j werden in der Methode f nicht verändert

Hier gilt offenbar $a \times b + z = i \times j$

Falls hier $a \times b + z = i \times j$

z akkumuliert die Werte der linken Spalte nicht gestrichener Zeilen

Dass $a \times b + z = i \times j$ eine Schleifeninvariante ist, hatten wir schon eingesehen → obige Beweisregel ist anwendbar

Hier ist b gerade

dann auch hier

Hier sollte b = 0 sein

Hier gilt also $b = 0$ und $a \times b + z = i \times j$

(Letzteres vermöge Beweisregel)

Altägyptische Multiplikation iterativ (Invariante)

```
static int f(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 0;
    while (b > 0) {
        if ungerade(b) {
            z = z+a;
            b = b-1;
        }
        b = b/2;
        a = 2*a;
    }
    return z;
}
```

i und j werden in der Methode f nicht verändert

Eingabe i, j

z akkumuliert die Werte der linken Spalte nicht gestrichener Zeilen

Hier ist b gerade

Hier sollte b = 0 sein

An allen Punkten gilt die Zusicherung **a × b + z = i × j**, insbesondere vor „return" (mit b = 0)

Also gilt dort **z = i × j**

Was zu beweisen war

Also wird das Produkt der Eingabeparameter zurückgeliefert!

Ausgabe z

Logische Programmverifikation mit Invarianten

```
static int f(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 0;
    while (b > 0) {
        if ungerade(b) {
            z = z+a;
            b = b-1;
        }
        b = b/2;
        a = 2*a;
    }
    return z;
}
```

Eingabe i, j

z akkumuliert die Werte der linken Spalte nicht gestrichener Zeilen

Hier ist b gerade

Hier sollte b = 0 sein

Ausgabe z = i x j

Wir können beweisen, dass f das Produkt zweier Zahlen i, j berechnet, selbst wenn wir

- die zugrundeliegende „Idee" des Algorithmus nicht kennen;
- mit „reverse engineering" die Idee nicht ermitteln können.

Aber sollte dann nicht auch eine Maschine ganz mechanisch prüfen können, ob die Invariante bei jedem Schritt erhalten bleibt?

→ Aha, „automatische" Programmverifikation!

Logische Programmverifikation mit Invarianten

```
static int f(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 0;
```

Eingabe
i, j

Black Magic Box

(Bewahrt die Invariante
a x b + z = i x j und
setzt am Ende **b** auf **0**)

```
    return z;
}
```

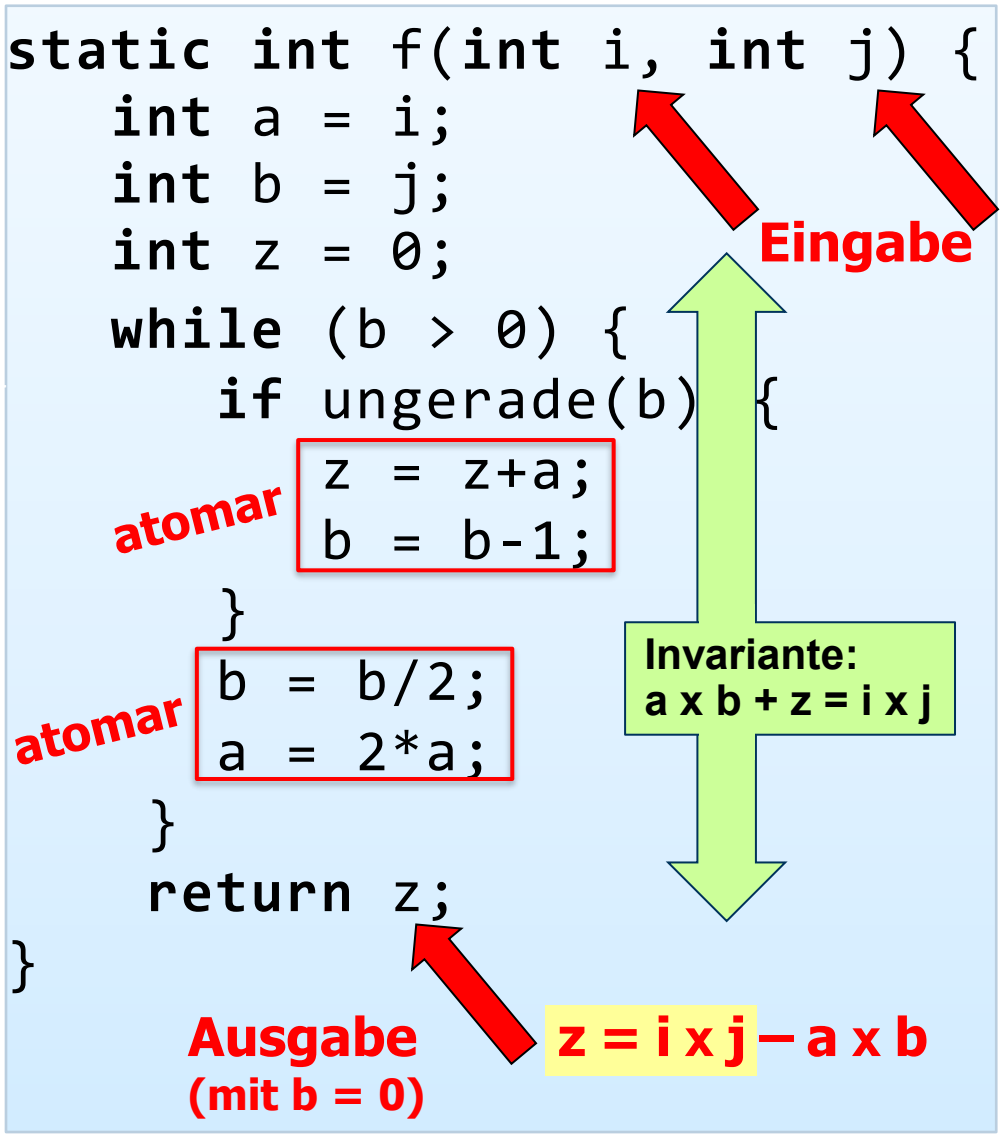
Ausgabe
(da b = 0)

z = i x j

→ Aha, „automatische“ Programmverifikation!

Beware of bugs in the above code; I have only proved it correct, not tried it. -- Donald Knuth

Invarianten sind mächtige Beweishilfsmittel



- Der Ausdruck $a \times b + z = i \times j$ ist eine sogenannte Invariante
- Zwar ändern sich die Werte von a, b und z im Programm, aber $a \times b + z$ bleibt „im Wesentlichen“ unverändert:
  - „Kurzzeitig“ wird die Invariante durch eine Anweisung zerstört, aber dann gleich darauf wieder repariert
  - Sieht man solche Aktionsfolgen als „atomar“ an, bleibt der Wert gänzlich invariant
  - Insbesondere wird die Invariante von der Schleife respektiert („Schleifeninvariante“); sie wirkt dort analog zum Induktionsschritt beim Induktionsprinzip

Invarianten sind mächtige Beweishilfsmittel

```
static int f(int i, int j) {
    int a = i;
    int b = j;
    int z = 0;
    while (b > 0) {
        if ungerade(b) {
            z = z+a;
            b = b-1;
        }
        b = b/2;
        a = 2*a;
    }
    return z;
}
```

atomar

?

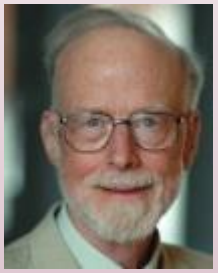
Eingabe

Invariante:
a x b + z = i x j

Ausgabe
(mit b = 0)

z = i x j – a x b

Im allgemeinen Sinn wird eine derartige Programmverifikation durch den „Hoare-Kalkül“ ermöglicht, entwickelt vom britischen Informatiker C.A.R. („Tony“) Hoare; dieser erfand 1960 auch den Quicksort-Algorithmus sowie 1978 die formale Sprache CSP; 1980 erhielt er den Turing Award. (Zum Hoare-Kalkül gleich mehr.)



Denkübungen:

- Gilt die Invariante auch, wenn b=b/2; a=2*a wegfällt? *Bleibt das Programm dann korrekt??*
- Ist der Beweis auch für negative i bzw. j korrekt?
- Und wenn man „while (b != 0)“ im Programm schreibt?

Schleifeninvarianten

Der Kolumnist interessiert sich bei der Beschäftigung mit news weniger für das, was sich ändert, als vielmehr für das, was bleibt, das Grundsätzliche. – Stefan Betschon, NZZ

„Gilt eine Schleifeninvariante P *<u>während</u>* der Schleife?“

Oh je – was soll denn „während“ heissen bzw. bedeuten?

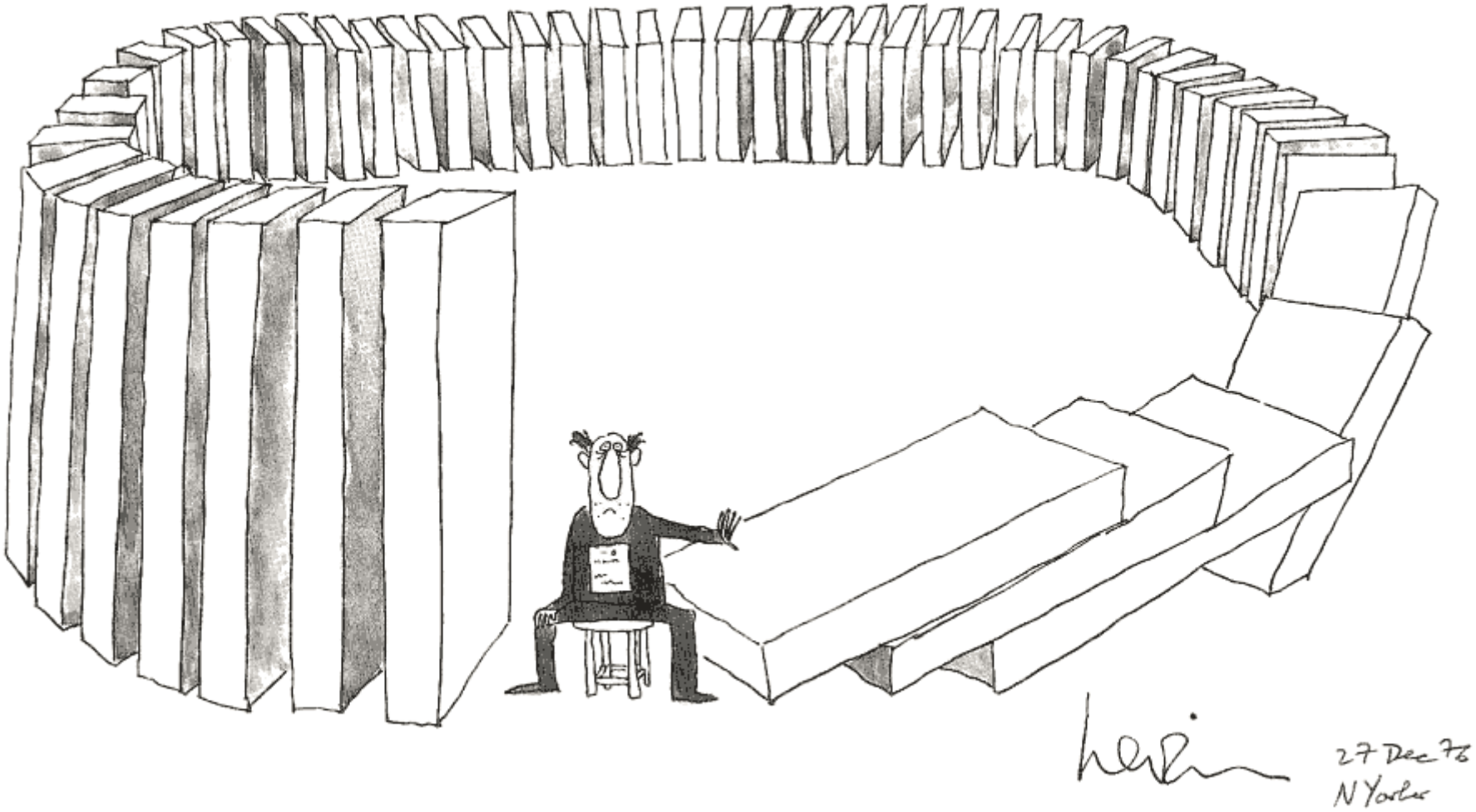
Wir bewegen uns hier ja im Bereich der Logik, also der Mathematik. Mathematische Objekte (wie hier die Programmtexte) sind aber statisch – es geschieht nichts bei ihnen oder in ihnen, es vergeht keine Zeit etc.

Vielleicht ist ja gemeint: „An jeder Stelle im Schleifenkörper“? Dann wäre die Antwort allerdings „nein“ – eine Schleifeninvariante kann ja „kurzzeitig“ ungültig werden, wenn sie bald danach, innerhalb des Schleifenkörpers, wieder „repariert“ wird.

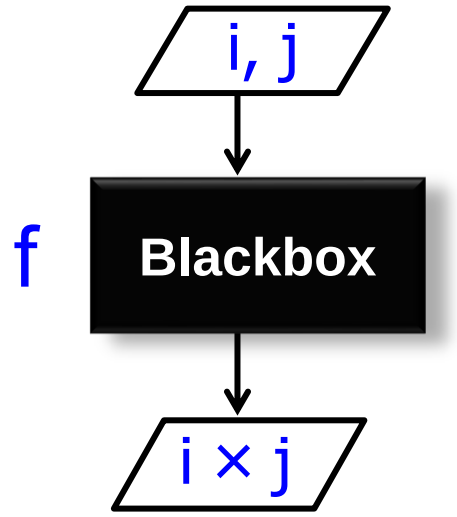
Aber vielleicht ist ja gemeint: „Wird die Eigenschaft P durch die Schleife erhalten, d.h., handelt es sich bei P um eine Schleifeninvariante?“ Das müsste man dann im konkreten Fall prüfen bzw. beweisen.

Als <u>Denkübung</u> zum Verständnis von Schleifeninvarianten: Kann eine falsche Aussage (z.B. 5 > 8) im Prinzip als Schleifeninvariante fungieren?

Schleifeninvarianten und Induktion sind mächtige Hilfsmittel



Programmspezifikation zur Programmverifikation



Als Vertrag zwischen Auftraggeber und Produzent: „*Der bestellte Kasten soll das Produkt der beiden Eingabewerte berechnen*“

- **Verifikation**: Korrektheit der **Implementierung** relativ zur **Spezifikation** (hier: f(i,j) = i × j) logisch-formal zeigen
  → Programmtexte als mathematische Objekte!
  → Kalkül aus Beweisregeln, Axiomen, Aussagen- / Prädikatenlogik,...
  (Siehe dazu z.B. nachfolgende Slides zum Hoare-Kalkül)
- Oft wird ein Vertrag zusätzlich noch einige nichtfunktionale Eigenschaften spezifizieren, z.B. die gewünschte Effizienz

Programmverifikation?

No one thinks that "proving a program correct" means proving absolutely, positively that there is not a single (no, not even one) error in a program. Since the specification and the verifications can be in error, there is NO (not even one) way to infallibly prove a program correct. -- Hal Render

James H. Fetzer von der University of Minnesota beschrieb 1993 in einem Aufsatz "Philosophical Aspects of Program Verification", was Programmverifikation bedeutet:

"The phrase *program verification* occurs in two different senses, one of which is broad, the other narrow. In its broad sense, *program verification* refers to any methods, techniques, or procedures that can be employed for the purpose of assessing software reliability. These methods include testing programs by attempting to execute them and constructing prototypes of the systems on which they are intended to be run in an attempt to discover possible errors, mistakes, or 'bugs' in those programs that need to be corrected.

In its narrow sense, *program verification* refers specifically to formal methods, techniques, or procedures that can be employed for the same purpose, especially to 'proofs' of program correctness. This approach seeks to ensure software reliability by utilizing the techniques of deductive logic and pure mathematics, where the lines that constitute the text of a program are subjected to formal scrutiny […].

Thus, while *program verification* in its broad sense includes both formal and non-formal methods for evaluating reliability, in its narrow sense *program verification* is restricted to formal methods exclusively. The use of these methods tends to be driven by the desire to put computer science on a sound footing by means of greater reliance on mathematics in order to 'define transformations upon strings of symbols that constitute a program, the result of which will enable us to predict how a given computer would behave when under the control of that program' [Berg et al., 1982].

The conception of programming as a mathematical activity has been eloquently championed by Hoare, among others, as the following reflects:

'Computer programming is an exact science in that all of the properties of a program and all of the consequences of executing it in any given environment can, in principle, be found out from the text of the program itself by means of purely deductive reasoning.' [Hoare 1969]"

Hoare-Kalkül – ein kurzer Einblick

(C.A.R. Hoare: *An axiomatic basis for computer programming,* 1969)

- „Hoare-Tripel" von der Art $\{y \geq x\}\ \ z = x;\ z = z - 1\ \ \{y > z\}$.
- Allgemeiner: Seien P, Q und R „Zusicherungen" (engl: „assertions") in Form prädikatenlogischer Ausdrücke und seien **S** und **T** Anweisungsfolgen.

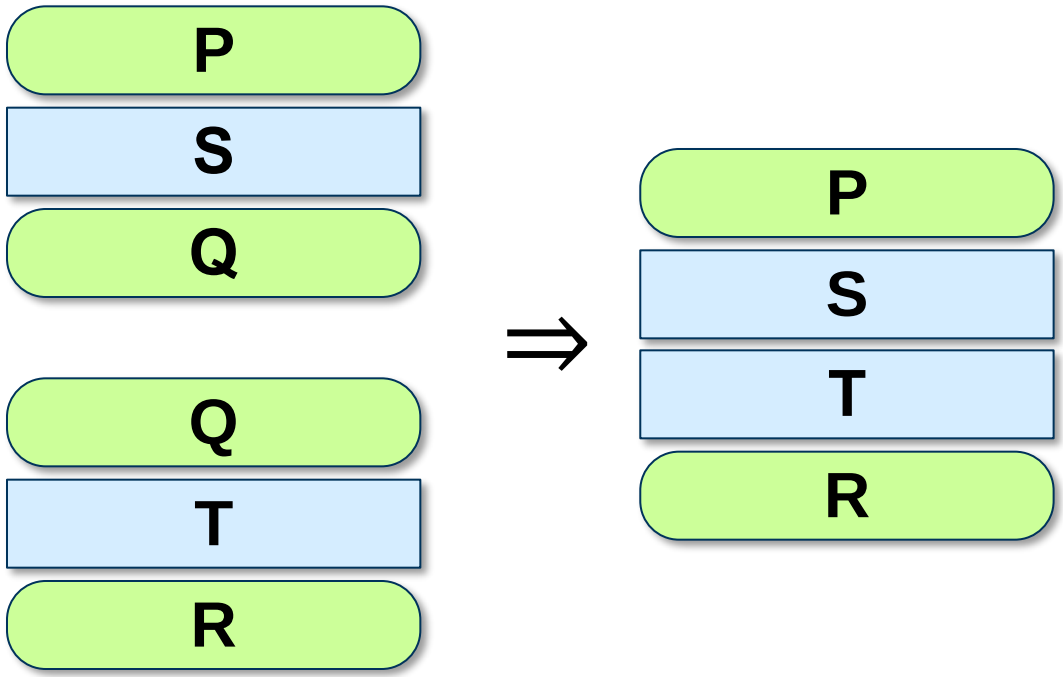
Wenn vor den beiden Anweisungen gilt, dass $y \geq x$ ist, dann darf man davon ausgehen, dass danach sicherlich $y > z$ gilt.

$$\frac{\{P\}\ \mathbf{S}\ \{Q\} \qquad \{Q\}\ \mathbf{T}\ \{R\}}{\{P\}\ \mathbf{S;T}\ \{R\}}$$

- Dann besagt z.B. obige Beweisregel, dass wenn die beiden über dem Strich stehenden Aussagen bewiesen worden sind, dann auch die unter dem Strich stehende Aussage als bewiesen angesehen wird – konkret: wenn **S** in einem Zustand gestartet wird, in dem die Vorbedingung P gilt, und nach Ausführung von **S** die Nachbedingung Q gilt, und wenn Analoges für **T** bzgl. Q und R gilt, dann ist garantiert, dass dies für die „Komposition" (also die Hintereinanderausführung) **S;T** bezüglich P und R gilt.

Hoare-Kalkül – ein kurzer Einblick: Komposition

- Veranschaulichen kann man diese Kompositionsregel so:



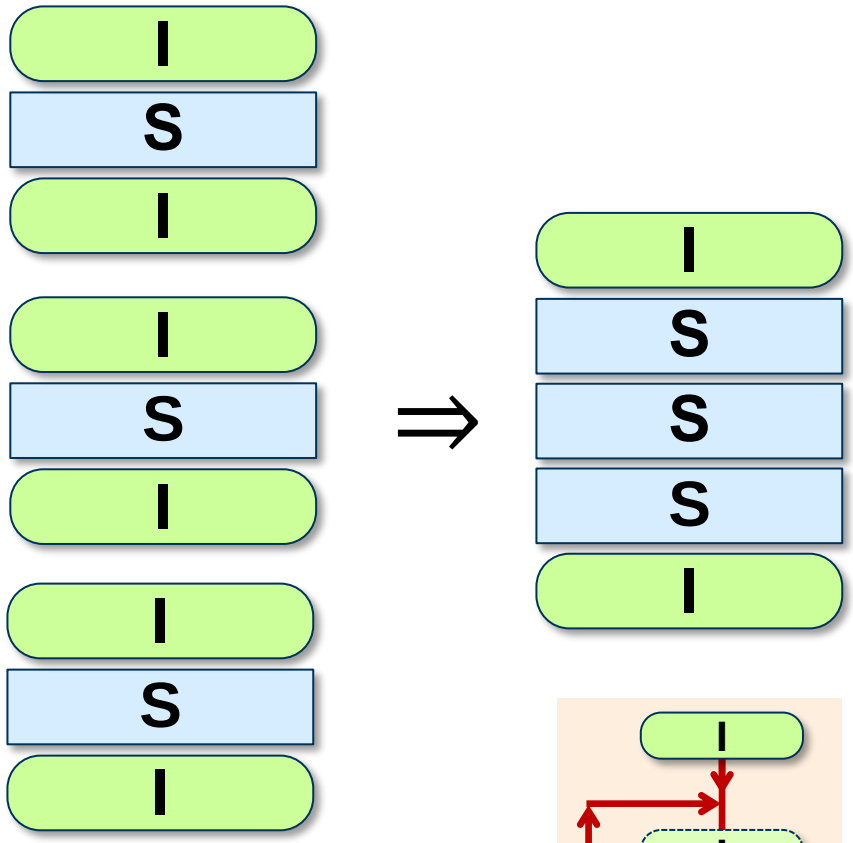
Das sieht nach Transitivität und logischem „Kettenschluss“ aus!

Für tiefere Einblicke: Man finde heraus (z.B. via Wikipedia), was „Modus Barbara“ als Teil der Syllogistik bedeutet.

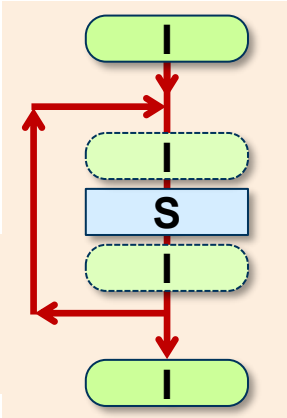
- Die Regel ermöglicht es also, aus den Aussagen zu einzelnen Programmteilen Aussagen über zusammengesetzte Programmteile zu gewinnen.

Hoare-Kalkül – ein kurzer Einblick: Invariante

- Wenn man eine Zusicherung *I* hat, die *vor* sowie *nach* einer Anweisungsfolge *S* gleichermassen gilt (also „invariant“ ist), dann gilt *I* nach einer beliebigen Zahl von Hintereinanderausführungen von *I* am Ende noch immer.



→ Dies führt zum Konzept der Schleifeninvarianten.



Hoare-Kalkül – ein kurzer Einblick: Schleife

- Entsprechend besagt folgende Beweisregel für Schleifen

$$\frac{\{C \wedge I\}\ \text{body}\ \{I\}}{\{I\}\ \textbf{while}\ (C)\ \text{body}\ \{\neg\, C \wedge I\}}\ ,$$

Endliche Formel macht eine Aussage über unendlich viele Fälle (beliebig viele Iterationen)

dass wenn der Schleifenkörper die Zusicherung I invariant lässt, dass man dann schliessen darf: Gilt I direkt vor der Schleife, dann auch nach Verlassen der Schleife; ausserdem ist dann die Schleifenbedingung C in negierter Form erfüllt.

- Schleifenbedingung C sollte aber keine Methode mit Nebeneffekten sein
- Und: Das Finden geeigneter Schleifeninvarianten ist nicht immer einfach!

- Obige Beweisregeln haben wir (eher informell) bei der Verifikation des Multiplikationsprogramms angewendet.
- Es gibt noch einige weitere Beweisregeln; wir erwähnen beispielhaft nachfolgend noch das Konstrukt für die Zuweisung.

Hoare-Kalkül – ein kurzer Einblick: Zuweisung

- Für die Zuweisung x = t; gilt folgende Regel (als Axiom!):

$$\{P_{[x \leftarrow t]}\}\ \mathbf{x = t;}\ \{P\}.$$

Nicht umgekehrt, wie man naiverweise zunächst meinen könnte!

- Dabei bezeichnet $\{P_{[x \leftarrow t]}\}$ diejenige Formel, die aus *P* (rechts) hervorgeht, indem jedes Auftreten der Variablen x durch den Ausdruck t ersetzt wird.

Bsp: Wenn y+z den Wert 1 hat, so ist nach dieser Zuweisung x gleich 1:

$\{y+z=1\}$ **x = y + z ;** $\{x=1\}$

- Das Zuweisungsaxiom besagt, dass jede Aussage, die vorher (!) für die rechte Seite der Zuweisung galt, nun für die Variable gilt.

- Als Anwendungsbeispiel dazu folgendes Hoare-Tripel:

$\{a \times b - a + (z + a) = i \times j\}$ **z=z+a;** $\{a \times b - a + z = i \times j\}$

Es wird etwas später, beim Thema „Proof-Carrying Code", verwendet, um den Erhalt der Invariante bei der Anweisungsfolge `z = z+a; b = b-1` formal nachzuweisen.

Hoare-Kalkül – ein kurzer Einblick: Konsequenz

- Gelegentlich ist es notwendig, eine Nachbedingung abzuschwächen oder eine Vorbedingung zu verstärken, um bei einer Anweisungskette die Passgenauigkeit zu erreichen.
- Formal kann dies mit der Konsequenzregel erzielt werden →

$$\frac{\{P'\}\ \mathbf{S}\ \{Q'\}}{\{P\}\ \mathbf{S}\ \{Q\}} \quad \text{falls } P \Rightarrow P' \text{ und } Q' \Rightarrow Q$$

- Beispiel: Benötigt man nach einer Zuweisung „**x=0;**" die Zusicherung „$x \geq 0$", so kann man ausgehend vom Zuweisungsaxiom $\{0 = 0\}$ **x = 0 ;** $\{x = 0\}$ die Nachbedingung zu „$x \geq 0$" abschwächen (sowie die etwas sonderbare Vorbedingung durch „*wahr*" bzw. „*true*" ersetzen).
- Die im Kalkül möglichen Formeln „{*true*} **;** *P*" (d.h. mit der leeren Anweisung) sowie „{*true*} **S** {*false*}" führen zusammen mit der Konsequenzregel zu tiefsinnigen Aspekten der Logik: Unvollständigkeit (Gödel) bzw. Halteproblem (Turing) – worauf wir hier jedoch nicht eingehen können.

Zusammengenommen definieren alle Regeln für alle Programmkonstrukte die (axiomatische) Semantik einer Programmiersprache.

Stichwort „Kalkül“

Der eben grob skizzierte Hoare-Kalkül gibt Anlass, auf den Begriff „Kalkül“ selbst einzugehen: Es handelt sich dabei um ein System von Regeln, mit denen sich aus gegebenen Formeln oder Aussagen weitere ableiten lassen.

Das Wort leitet sich vom lateinischen *calculus* ab (Rechenstein, ursprünglich Kiesel- bzw. Kalksteinchen, *calculi*; später auch Berechnung), vgl. auch engl. *chalk*, beides aus lat. *calx* („Kies, Kalkstein“). Im 17. Jh. wird *calculus* in die deutsche Kaufmannssprache entlehnt und vielfach zu „Calcul“ gekürzt. Dieses nimmt entsprechend frz. *calcul* (Rechnung) im 18. Jh. frz. Aussprache und danach die Schreibweise „Kalkül“ an. Während z.B. „predicate calculus“ auf deutsch mit „Prädikatenkalkül“ zu übersetzen ist, bezeichnet in der Mathematik das engl. „calculus“ im generellen Sinne (oft als implizite Abkürzung von z.B. „differential calculus“) die Analysis bzw. Differential- und Integralrechnung; das frz. „calcul“ würde man hingegen eher mit „Rechnen“ (z.B. im Sinne der Arithmetik) bzw. „Rechnung“ übersetzen.

Formal besteht ein Kalkül zunächst aus einer Menge von Grundzeichen (dem Alphabet), aus denen Formeln nach festgelegten syntaktischen Mustern (den Formationsregeln) gebildet werden können. Präziser verfügt ein Kalkül über eine Menge von ausge-

calcŭlārĭus, *ii*, m. *(calculus)*, qui concerne un compte : MODEST. *Dig. 50, 8, 8.*

calcŭlātĭo, *ōnis*, f. *(calculus)*, ¶ 1 la pierre, [calculs dans la vessie] C.-AUR. *Tard. 5, 4, 60* ¶ 2 calcul, compte : CASSIOD. *Ep. 1, 10.*

calcŭlātŏr, *ōris*, m. *(calculo)*, calculateur : MART. *10, 62, 4* ‖ celui qui dresse, qui tient les comptes : DIG. *38, 1, 5* ‖ qui enseigne à compter : ISID. *Orig. 1, 3, 1.*

CALCULATOR

calcŭlātōrĭus, *a, um*, qui sert à compter : SCHOL. JUV. *7, 73.*

calcŭlātrix, *ĭcis*, f., celle qui calcule, qui enseigne à compter : BED. *Mund. Const. 1, p. 403.*

calcŭlensis, *e (calculus)*, relatif aux graviers, aux cailloux : *calculense purpurarum genus* PLIN. *9, 131*, sorte de pourpre.

1 **calcŭlo**, *āre*, tr., calculer, supputer : PRUD. *Peri. 2, 131* ‖ évaluer, estimer : SID. *Ep. 7, 9.*

2 **calcŭlo**, *ōnis*, m., calculateur : AUG. *Ord. 2, 12.*

calcŭlōsus, *a*, [illegible] *(calculus)*, caillouteux : PLIN. *34*, [illegible] gravelle ou la pi[illegible] CELS. *7, 26.*

calcŭlus, *i*, m. (dimin. de *calx* 2), petite pierre ¶ 1 caillou : *conjectis in os calculis* CIC. *de Or. 1, 261,*

Dictionnaire latin-français, Félix Gaffiot, 1934

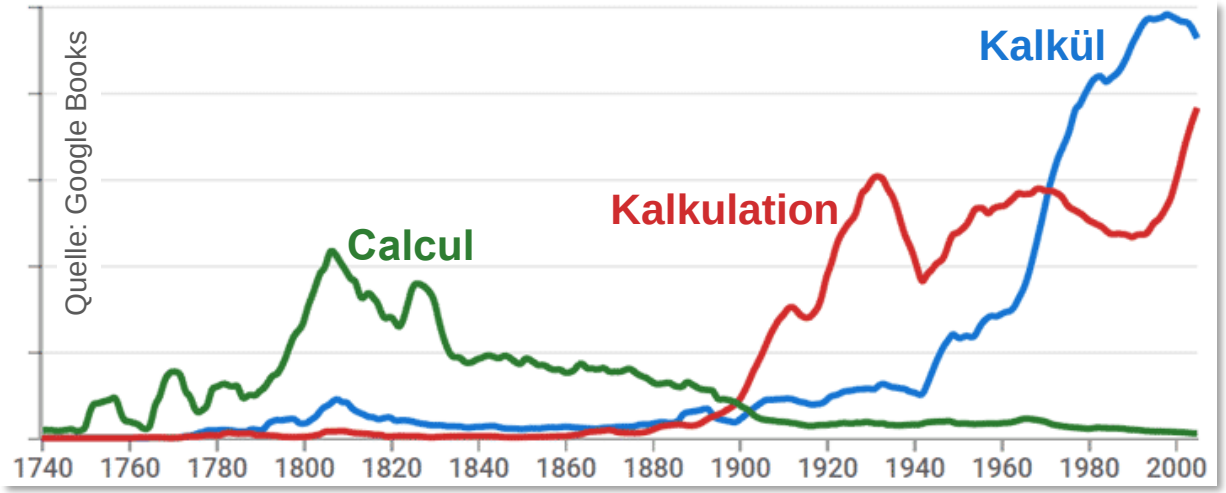
Stichwort „Kalkül“ (2)

In der Fachsprache „der“ Kalkül; umgangssprachlich auch „das“ Kalkül (→ „ins Kalkül ziehen“)

zeichneten Formeln, den Axiomen, sowie einer Menge ausgezeichneter endlicher Folgen von Formeln $\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \varphi$, den Deduktionsregeln (oder Beweisregeln, Ableitungsregeln bzw. Schlussregeln), wobei die Formeln $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ als die Prämissen und die Formel φ als die Konklusion der Deduktionsregel bezeichnet werden.

Ein Beweis einer Formel φ besteht dann aus einer endlichen Folge von Formeln $\psi_1, \ldots, \psi_m$ mit $\psi_m = \varphi$, wobei jede Formel ψ_i ein Axiom oder die Konklusion einer Deduktionsregel ist, deren Prämissen weiter vorne im Beweis vorkommen.

Die philosophischen Wurzeln des Kalkülbegriffs führt man bis auf die Syllogistik von Aristoteles zurück (*„ein Syllogismos ist also ein Argument, in welchem sich, wenn etwas gesetzt wurde, etwas anderes als das Gesetzte mit Notwendigkeit durch das Gesetzte ergibt“*). Wie dieses sich mit und ab Leibniz (*„diese Art Kalkül könnte auch mit ei-einer Maschine ausgeführt werden“*) weiterentwickelte, wurde bereits weiter oben im Abschnitt *Leibniz' Universalschrift: Calculemus!* dargestellt.



Proof-Carrying Code

```
static int f(int i, int j){
    int a = i; // a = i
    int b = j; // b = j (Axiome)
    int z = 0;

    while (b != 0) {
```

```
b = j; // b = j
```

bedeutet

Ich kann garantieren:
„Hier haben dann b und j den gleichen Wert – ohne weitere Annahmen treffen zu müssen!“

Der Philosoph, der tritt herein
Und beweist Euch, es müsst so sein:
Das Erst wär so, das Zweite so,
Und drum das Dritt und Vierte so;
Und wenn das Erst und Zweit nicht wär,
Das Dritt und Viert wär nimmermehr.
-- J. W. Goethe (Faust I, Mephisto)

Axiomatische Semantik

Proof-Carrying Code

```
b = j;
```

bedeutet

```
// b = j
```

Auftrag an den Maschinisten:
GEHE ZU *j*; GREIFE IN SEINEN SCHLUND UND HOLE SEINEN WERT HERAUS; DANN GEHE NACH LINKS ZU *b* UND STOPFE IHM DIESEN WERT INS MAUL!

Operationelle Semantik

z vor der Zuweisung → $z + a = \varphi$

Axiomatische Semantik der Zuweisung

```
z = z+a;
```

z danach → $z = \varphi$

Wo vorher z die Räuberleiter gemacht hat und a auf z stieg, damit sie zusammen so gross wie φ sind, genügt danach, nachdem z sich a einverleibt hat, z alleine, um gross wie φ zu sein.

```
static int f(int i, int j){
   int a = i; // a = i
   int b = j; // b = j (Axiome)
   int z = 0;

   while (b != 0) {

      if ungerade(b) {

         z = z+a;

         b = b-1;

      }

      b = b/2;

      a = 2*a;

   }

   return z;
}
```

Крокодил

Computermaschinist als Saufnase und Mathematikerin als taillierte Blondine in einer Karikatur des sowjetischen Satiremagazins Крокодил („Krokodil“) vom Februar 1976 (Nr. 4).

Die Publikationen im „Krokodil“ hatten einen sehr aggressiven Charakter mit zahlreichen abstossenden, erniedrigenden und sogar offen antisemitischen Karikaturen. Entsprechend wirkt auch dieses Bild (jedenfalls aus heutiger Sicht) stark stereotypisch oder sogar sexistisch. Tatsache ist allerdings, dass das Computer-Personal seinerzeit wirklich oft weisse Ingenieurskittel trug und ein Minirock mit Stiefeln in dieser Zeit (auch im Westen) nicht unüblich war.

Typisch für Computerkarikaturen der 1970er-Jahre allgemein sind raumfüllende Maschinen mit grossen Schaltern, blinkenden Lämpchen und analogen Anzeigeinstrumenten.

Blinkende Lämpchen, Schalter und Weisskittel

Für die raumfüllenden Grosscomputer der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts, etwa in den Rechenzentren von grossen Forschungseinrichtungen oder Universitäten, war viel Bedienungspersonal nötig – zum Einlesen von Lochkarten, dem Wechseln von Magnetbändern, dem Operating von Schnelldruckern, dem Starten von „Jobs“ an der Konsole etc. Fotos aus dieser Zeit zeigen oft Personen in weissen Technikerkitteln – auffallend vor allem in Osteuropa und der Sowjetunion bis in die 1980er-Jahre, während dies im Westen nach den 1950er-Jahren eher nur noch selten der Fall war.

Technische Sammlungen Dresden www.youtube.com/watch?v=c1SHj2SsdoA

Paul Michaelis: “Vier von der Jugendbrigade ‚Albert Einstein’ am Robotron 300” Öl auf Leinwand, 160 x 200 cm, 1969

Das nebenstehende grossformatige Ölbild von Paul Michaelis (1914 – 2005) aus dem Jahr 1969 zeigt eine eindrückliche Szene mit vier solchen „Weisskitteln“ an der Bedienkonsole eines Robotron 300-Systems. Es ist im typischen Stil des sozialistischen Realismus gehalten, einer ideologisch basierten Kunstrichtung, welche Themen aus dem Arbeitsleben sowie der Technik des sozialistischen Alltags mit seinen Helden in den Vordergrund stellte. Kennzeichnend für den Stil war eine starke Wirklichkeitsnähe und das Fehlen von Abstraktion und Ästhetisierung; die Gemälde sollten bewusst leicht verständlich und populistisch sein und dienten im kommunistischen Osteuropa unverhohlen oft propagandistischen Zwecken. Als „realistisch“ galt, nicht die Gegenwart, wie sie ist, abzubilden, sondern wie sie sein sollte. Die Bilder sollten Optimismus ausdrücken und eine positive Zukunftserwartung evozieren.

Der sozialistische Realismus war für alle im Einflussbereich der Sowjetunion liegenden Staaten, darunter auch die DDR, offizielle Doktrin im Kulturbetrieb; er war nicht auf die darstellende Kunst beschränkt, sondern instrumentalisierte generell die Kultur und die Kulturschaffenden für politisch-ideologische Zwecke. In der Satzung des (von der KPdSU alternativlos eingerichteten) sowjetischen Schriftstellerverbandes von 1934 hiess es beispielsweise: „Der sozialistische Realismus verlangt vom Künstler eine wahrheitsgetreue, historisch konkrete Darstellung der Wirklichkeit in ihrer revolutionären Entwicklung.“ Diese müsse „mit der Aufgabe der ideologischen Umbildung und Erziehung der Werktätigen im Geist des Sozialismus verbunden werden“.

Zurück zum Bild von Paul Michaelis: Die Robotron 300 war ingenieursmässig sicherlich eine Meisterleistung der DDR in der damaligen Zeit. Die aufwändige Eigenentwicklung wurde notwendig, da der Westen im kalten Krieg die Lieferung von Hochtechnologie (worunter insbesondere auch Computer und Elektronikkomponenten fielen) in den „Ostblock“ boykottierte, andererseits – nicht anders als im Westen – die ökonomischen Prozesse der DDR mit einem wachsenden Wirtschaftsgeschehen komplexer wurden und daher der Bedarf nach automatisierter Datenverarbeitung zur Unterstützung von Verwaltung und Rationalisierung zunahm. Zwar gab es in der Sowjetunion leistungsfähige Computer (vom Typ „BESM“, „Minsk“ und „Ural“), jedoch waren diese keine „business machines“, sondern waren primär für wissenschaftliche Berechnungen bei der militärisch relevanten Atomforschung, Raketenentwicklung und Weltraumtechnik ausgelegt und boten für Zwecke der kommerziellen Datenverarbeitung kaum Software und vor allem auch keine geeignete Ein- und Ausgabetechnik an.

Ideologische oder gar praktische Unterstützung für die DDR im Sinne der Entwicklung einer eigenen oder gemeinsamen Computerindustrie und Mikroelektronik gab es aus Moskau nicht; einer Zusammenarbeit auf diesen Gebieten standen in der UdSSR Geheimhaltungsvorbehalte entgegen. Erst Ende der 1960er-Jahre, als auch in der UdSSR und dem übrigen Ostblock (den sogenannten „RGW-Staaten“) die Relevanz von Computern für die Wirtschaft klar erkannt wurde, änderte sich die Strategie: Es wurde dann vereinbart, ein System von Rechnern zu schaffen („ESER“), die kompatibel zum sehr erfolgreichen westlichen IBM System/360 sein sollte. Für die DDR betraf dies aber erst die Nachfolgesysteme des Robotron 300; dann waren auch ICs mit TTL-Schaltkreislogik verfügbar. Die Robotron 300 wurde, als typische Vertreterin der zweiten Computergeneration, noch mit diskreten Elektronikbauteilen, darunter ca. 18500 Germanium-Transistoren, gebaut.

Trotz des technologischen Rückstandes von 4 bis 5 Jahren gegenüber dem Westen, der den „Weltmassstab“ darstellte, war die Robotron 300 ein Erfolg; es gab seinerzeit keine vergleichbaren kommerziellen Datenverarbeitungssysteme im Osten. Zwischen 1967 und 1971 wurden ca. 350 Exemplare gefertigt, die alle in der DDR selbst installiert wurden.

Man durfte auf diese Leistung daher stolz sein. Insofern eignete sich die Robotron 300 in idealer Weise gleichermassen sowohl für eine heldenhafte Veranschaulichung sozialistischer Arbeitserfolge als auch für das Propagieren optimistischer Zukunftserwartungen durch Hochtechnologie, was im Bild von Paul Michaelis durch die jugendlichen Protagonisten unterstrichen wird – sie stellen idealtypisch einen neuen Arbeitertyp dar, der den Wandel von physischer zu geistiger Arbeit verkörpert.

Der Schöpfer des Bildes, Paul Michaelis, war Professor an der Dresdner Hochschule der Bildenden Künste und von 1959 bis 1964 deren Rektor. Er hatte ab 1968 einen Künstlervertrag mit der Jugendbrigade „Albert Einstein“ des späteren Robotron-Kombinats; das Bild war insofern auch eine Auftragsarbeit.

www.deutschefotothek.de/documents/obj/71809310

Michaelis dürfte u.a. nebenstehendes Foto des Fotografen Heinz Woost (1922 – 2003) als Vorbild gedient haben, bei dem im Vordergrund die elektrische Bedienschreibmaschine des Robotron-Systems zu sehen ist, deren Steuereinheit in einem eigenen Schaltschrank untergebracht war.

Woost war langjähriger Kameramann des DDR-Fernsehens, u.a. bei der Nachrichtensendung „Aktuelle Kamera“, und arbeitete vor allem im Raum Dresden. Das Foto entstand Ende Dezember 1966 anlässlich einer Reportage zur Abnahme einer der ersten in Radeberg (nahe Dresden) gefer-

tigten Robotron 300. Anders als auf dem gemalten Bild von Michaelis ist hier allerdings keine Jugendbrigade zugange, sondern es scharen sich gestandene Ingenieure – auch im Sozialismus ersichtlich am Erkennungszeichen des Standes, der dunklen Krawatte unter dem weissen Mantel – um die klavierähnliche Bedienkonsole, auf der „in übersichtlicher Form und ansprechender farblicher Gestaltung alle erforderlichen Anzeige- und Schaltelemente untergebracht sind“, wie es im zugehörigen Systemhandbuch heisst.

Nachdem Michaelis sein Bild fertiggestellt hatte, gab es dazu sowie zu seinem Schöpfer eine Film- und Foto-Reportage, und wieder war Heinz Woost mit seiner Kamera dabei. Man erkennt auf den folgenden beiden Pressefotos, dass im Atelier von Michaelis das Ölbild mit der Jugendbrigade für dieses Ereignis gut in Szene gesetzt und ausgeleuchtet wurde. Im Hintergrund des ersten Fotos sind sicherlich nicht zufällig zwei neuere Portraits von Hermann Matern (1893 – 1971), einem prominenten DDR-Politiker mit bewegter Vergangenheit zu sehen: 1932 – 1933 Abgeordneter des Preussischen Landtags, 1933 Verhaftung wegen Aktivitäten für die illegale KPD, 1934 Flucht aus dem Gefängnis in die Tschechoslowakei, dann über die Schweiz nach Frankreich und später weiter nach Belgien, Holland, Norwegen, Schweden sowie 1941 schliesslich nach Moskau. Unmittelbar nach Kriegsende 1945 kehrte er nach Deutschland zurück und hatte dann in der DDR diverse Funktionen in Partei (SED) und Staat inne.

www.deutschefotothek.de/documents/obj/71810066

Das Bild mit den „Vier von der Jugendbrigade“ wurde dann ab Juli 1969 Teil einer grösseren Ausstellung „Kulturvoll leben in sozialistisch gestalteter Umwelt“, die der Bezirk Dresden zu Ehren des 20. Jahrestages der Gründung der Deutschen Demokratischen Republik veranstaltete. Politisch korrekt heisst es im Vorwort des Ausstellungskatalogs: „…möchten wir unsere Besucher anregen, noch besser zu erkennen, welchen bedeutenden Platz Architektur, bildende Kunst und Formgebung in der sozialistischen Gestaltung unserer Umwelt einnehmen und wie eng sie mit der Herausbildung des entwickelten gesellschaftlichen Systems des Sozialismus verbunden sind.“ Michaelis‘ Bild dürfte danach an das Robotron-Kombinat gegangen sein. 2023 und 2024 wurde es im Zuge der Ausstellung „#DeutschlandDigital“ im Zeitgeschichtlichen Forum Leipzig sowie im Haus der Geschichte in Bonn nochmals gezeigt mit dem Kommentar: „Während im Osten der Sozialistische Realismus die Computerentwicklung flankierte, begleiteten im Westen konservative Klischees die elektronische Revolution.“

www.deutschefotothek.de/documents/obj/71810062

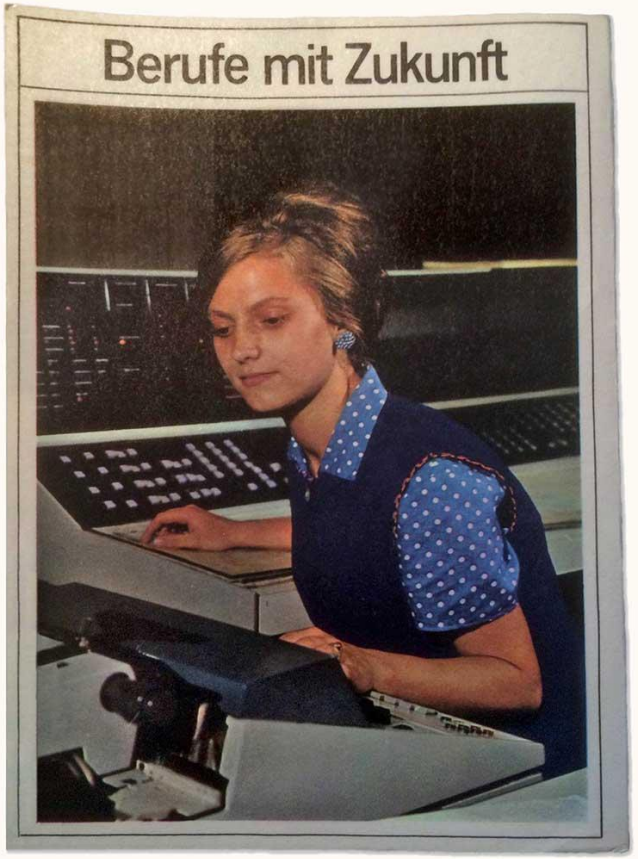
Foto: Stiftung Haus der Geschichte

https://media.tag24.de/951x634/4/3/435f36ea6a928fc1bf8d.jpg

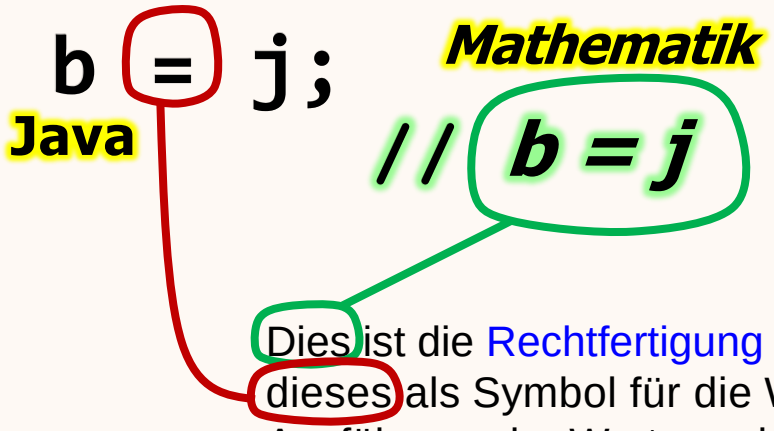
Paul Michaelis war talentiert, er konnte auch unpolitische Motive in einem anderen Stil malen, aber seine Funktion brachte es mit sich, dass er im Stil des sozialistischen Realismus viele Arbeiten wie „Junger Traktorist“, „Glückliches Leben“, „Waffenbrüder“, „Stahlschmiedebrigade“ und „Kampfkollektiv der Luftstreitkräfte“ anfertigte sowie verschiedene „Helden der Arbeit“, aber beispielsweise auch Sigmund Jähn, den „1. Fliegerkosmonauten der DDR“, portraitierte (siehe oben).

Tatsächlich wurde von der DDR-Führung in den 1960er-Jahren im Sinne der Kunstdoktrin der UdSSR explizit eingefordert, dass Kunstwerke den sozialistischen Alltag der Werktätigen attraktiv widerspiegeln sollen. Die Ausstellungsbesucher bewiesen Geschmack und schrieben entsprechende Kommentare ins Gästebuch, etwa „unter anderem haben uns die Bilder ‚Vier von der Jugendbrigade Albert Einstein am Robotron 300‘ […] besonders gut gefallen, weil auf ihnen arbeitende Menschen realistisch dargestellt sind.“ 1971 erhielt Michaelis „für seine großen Leistungen zur künstlerischen Gestaltung des sozialistischen Menschenbildes“ den Nationalpreis der DDR – eine hohe Auszeichnung im Gesellschaftssystem der DDR; ein Goetheportrait ziert die goldene Medaille, dazu gab es ein stattliches Geldgeschenk.

Die hintere Umschlagseite des DDR-Buches „Was willst du werden? – Die neuen Berufe“ von 1970 zeigt eine junge Frau am Robotron 300 – jedoch ohne weissen Technikerkittel. (Auf der vorderen Umschlagseite ist ein junger Mann mit Schutzhelm und konzentriertem Blick abgebildet, der eine hoch ausgestreckte Hand am Schalter einer Industrieanlage hat.)



Wertzuweisungssymbol



> *Assignment is undoubtedly the most characteristic feature of programming a digital computer, and one that most clearly distinguishes it from other branches of mathematics. It is surprising therefore that the axiom governing our reasoning about assignment is quite as simple as any to be found in elementary logic.* – C.A.R. Hoare
>
> (Zuweisungsaxiom: → einige Slides zurück)

Dies ist die Rechtfertigung dafür, dass man in vielen Programmiersprachen dieses als Symbol für die Wertzuweisung einer Variablen schreibt: *Nach* Ausführung der Wertzuweisung gilt dann tatsächlich die Gleichheit!

Generell bereitet das „Gleichheitszeichen“ im Kontext der Zuweisung vielen Programmieranfängern etwas Mühe. Niklaus Wirth meinte dazu einmal: „A notorious example for a bad idea was the choice of the equal sign to denote assignment. It goes back to Fortran in 1957 and has blindly been copied by armies of language designers. Why is it a bad idea? Because it overthrows a century old tradition to let ‘=’ denote a comparison for equality, a predicate which is either true or false. But Fortran made it to mean assignment, the enforcing of equality. In this case, the operands are on unequal footing: The left operand (a variable) is to be made equal to the right operand (an expression). x = y does not mean the same thing as y = x.”
Nicht nur Fortran, Java oder C, sondern auch viele anderen Sprachen verwenden dafür das „=“-Zeichen. Dagegen wird z.B. bei Ada, ALGOL, Pascal oder Simula die Zeichenkombination „:=“ verwendet; bei APL oder Smalltalk war „x ← y“ üblich, bei Forth schrieb man dafür „y x !“, bei BASIC „LET X = Y“ und beim geschwätzigen COBOL heisst es „MOVE y TO x“.

Wertzuweisungssymbol als Security Backdoor

Dass in Java, C und einigen anderen Programmiersprachen das mathematische Gleichheitszeichen für die Zuweisung verwendet wird (und dafür dann „==“ für den Test auf Wertgleichheit), wurde auch schon ausgenutzt, um zu versuchen, einen geheimen Hintereingang („Backdoor“) in den Open-Source Linux-Quellcode einzuschleusen:

Jemand verschaffte sich, getarnt unter dem Namen des Kernentwicklers „David Miller“, illegal Zugang zum Code-Repository-System, wo der Linux-Quellcode aufbewahrt wird, und schleuste folgendes Codestück in die Routine ein, die den wait4-Systembefehl implementiert:

```
if ((options == (__WCLONE|__WALL)) && (current->uid = 0))
retval = -EINVAL;
```

Es sieht harmlos aus: Dass beim Superuser (mit uid = 0) gelegentlich Dinge anders ablaufen sollen als bei normalen Nutzern, ist klar, und der Betriebssystemkern enthält viele solche Situationen. Nur ein geübtes Auge wird aber entdecken, dass hier mit „uid = 0“ kein Test erfolgt, sondern damit der Variablen „uid“ der Wert 0 zugewiesen wird. Die aktuelle Nutzerkennung wird so auf 0 gesetzt, was bei Linux die Bezeichnung für den Superuser mit Root-Rechten ist, der vollen Zugriff auf das gesamte System hat. Jemand, der in einem besonderen Kontext den wait4-Systembefehl mit den richtigen Optionen WCLONE bzw. WALL nutzt, erhält also Superuser-Privilegien und vollen Zugriff auf das System; aufgrund der Shortcut-Evaluation von „&&“ geschieht sonst nichts.

Der bösartige Systempatch wurde noch rechtzeitig erkannt; wer hinter dem Angriff stand, ist bislang unbekannt.

Proof-Carrying Code

- Der vollständige Beweis ist in den Code hineingewoben
- Jeder Schritt ist begründet durch eine *Beweisregel* bzw. ein *Axiom* der Sprachsemantik (oder durch klassische *Inferenzen* und *Umformung* der Ausdrücke und Formeln)
- Man kann einen Beweisausdruck als Zusicherung („assertion") ansehen, dass an der jew. Stelle die entsprechende Eigenschaft gilt
- Das Überprüfen, ob der mitgelieferte Beweis korrekt ist („proof checking"), sollte einfach (wenn auch nicht sehr spassig) sein und (wenn die Umformungen in elementare Schritte aufgelöst sind) automatisch erfolgen können

```
static int f(int i, int j){
    int a = i; // a = i
    int b = j; // b = j (Axiome)
    int z = 0; // z = 0
// a × b + z = i × j  (folgt aus obigem)
    while (b != 0) {
// a × b + z = i × j  (zwei "Vorgänger"!)
        if ungerade(b) {
// a × b − a + (z + a) = i × j
            z = z+a;
// a x b − a + z = i x j      (Zuweisung)
// a x (b − 1) + z = i x j    (a ausklammern)
            b = b-1;
// a × b + z = i × j          (Zuweisung)
 b gerade}
// 2a × b/2 + z = i × j
        b = b/2;
// 2a × b + z = i × j         (Zuweisung)
        a = 2*a;
// a × b + z = i × j          (Zuweisung)
    }
// a × b + z = i × j & b=0    (while)
// z = i × j                  (Vereinfachung)
    return z;
}
```

Proof-Carrying Code

It is tedious, indeed mind-numbing, work. Nobody enjoys it, and few appreciate it. A mathematician discovering a new proof of a new theorem is anxious to share it with colleagues, to give lectures about it, to write it up and publish it. By contrast, nobody is going to "share" the verification of a computer program; nobody is going to give a lecture about it; and almost nobody is going to publish it.
[Steven G. Krantz: The Proof is in the Pudding]

Beweis ist
in den Code hineingewoben

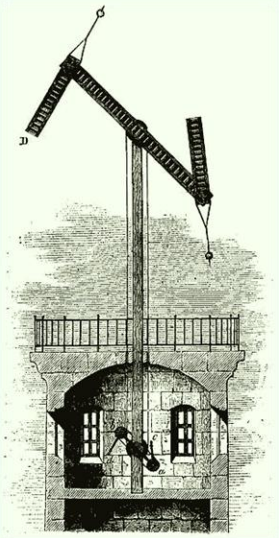
proof checking
automatisch

"The proof strategy is as follows: Proof rules are used to reduce the program [of a given Hoare formula '{φ} `program` {ψ}'] to simpler programs, until formulas in pure predicate logic result."
[Skriptum "A Practical Course on KIV" der Universität Augsburg]

Stichwort „Semantik“

Welche Wirkung hat ein Programmkonstrukt (z.B. eine Zuweisung, ein if-Statement etc.) genau, das heisst, was ist seine Bedeutung? Irgendwie lernt man dies, manchmal auch durch „trial and error“, und kann es an Andere weitervermitteln – aber wird das auch in komplizierteren Fällen (z.B. bei Nebeneffekten in Ausdrücken) von Allen gleich verstanden? Vor allem für die Entwickler von Compilern ist es wichtig, dass die intendierte Bedeutung aller Konstrukte unmissverständlich festgeschrieben ist, damit sie dies genau so im Compiler implementieren können.

Typischerweise bestehen sowohl formale als auch natürliche Sprachen aus elementaren bedeutungstragenden Elementen, die entsprechend einer Syntax zu komplexeren Konstrukten zusammengefügt werden können. Die Bedeutung zusammengesetzter Konstrukte (und somit z.B. auch ganzer Java-Programme) sollte sich in natürlicher Weise als „Komposition“ aus der Bedeutung der einzelnen Teile ergeben. Gottlob Frege hatte sich damit intensiv auseinandergesetzt („Frege-Prinzip“), er schrieb z.B. in einem Brief an den Logiker Philip Jourdain (1879–1919): „Die Möglichkeit für uns, Sätze zu verstehen, die wir noch nie gehört haben, beruht offenbar darauf, dass wir den Sinn eines Satzes aufbauen aus Teilen, die den Wörtern entsprechen.“



Die Wissenschaft von der Bedeutung von Zeichen ist die Semantik (vom griech. σημα = *Zeichen* bzw. σημαντικός = *bezeichnend* und σημαίνειν = *zum Zeichen gehörig*; vgl. auch *Semaphor*, wörtlich „Zeichenträger“, = *optischer Telegraph* bzw. *Flaggenzeichenalphabet* bei der Marine).

Stichwort „Semantik“ (2)

In die Sprachwissenschaft eingeführt wurde dieser Begriff 1897 vom französischen Philologen Michel Bréal (1832–1915) in seinem Werk *Essai de Sémantique*. Er schreibt dort (zu Beginn des zweiten Buchteils): „Nous nous proposons d’examiner pour quelles causes les mots, une fois créés et pourvus d’un certain sens, sont amenés à le resserrer, à l’étendre, à le transporter d’un ordre d’idées à un autre, à l’élever ou à l’abaisser en dignité, bref à le changer. C’est cette seconde partie qui constitue proprement la *Sémantique* ou science des significations.“ Bréal war der Ansicht, dass nicht das Wort an sich den Sinn einer sprachlichen Äusserung ausmacht, sondern dass dieser sich aus dem grammatikalischen Kontext ergibt, in den das Wort eingebettet ist („une valeur qui ne leur appartient pas en propre, mais qui résulte de la position qu’ils occupent dans la phrase“).

Der formalen Semantik kommt die Aufgabe zu, mit logisch-mathematischen Methoden die Bedeutung formaler, künstlicher Sprachen exakt zu bestimmen und zu interpretieren. Neben Sprachen innerhalb der Logik (wie Aussagenlogik oder Prädikatenlogik) ist die Festlegung der Semantik einer Programmiersprache (die parallel zur Definition ihrer Syntax erfolgt) ein Anwendungsfall davon. Dabei besteht das Ziel darin, die Bedeutung bzw. das Verhalten eines Programms in einer eigenen formalen Sprache syntaktisch (!) so darzustellen, dass sich mittels Regeln eines Kalküls relevante Aussagen über das Programm (wie z.B. Korrektheit oder die Konformität zu einer ebenfalls formal vorliegenden Spezifikation) beweisen lassen.

Stichwort „Semantik“ (3)

Zu diesem Zweck wurden verschiedene Arten von Semantikkalkülen entwickelt. Dazu gehören u.a. die operationelle Semantik, bei der die möglichen Ausführungsschritte durch eine Zustandsübergangsfunktion beschrieben werden, sowie die oben (mit dem Hoare-Kalkül) beispielhaft ausgeführte axiomatische Semantik.

Bei der operationellen Semantik stellt man sich vor, dass die einzelnen Programmkonstrukte direkt, also ohne dass sie durch einen Compiler übersetzt werden, in einer Folge einzelner Schritte von einer (idealisierten, abstrakten) Maschine ausgeführt (also „interpretiert“) werden und gibt dazu jeweils exakt an, wie sich bei jedem Schritt der Zustand dieser Maschine (also eigentlich der durch die Belegung der Variablen definierte Programmzustand) verändert. Bei abstrakten Maschinen verzichtet man soweit möglich auf (für diesen Zweck) unnötige Details realer Maschinen wie Register oder Speicheradressen; man legt also ein möglichst einfaches, idealisiertes (und mathematisch beschreibbares) Modell eines Berechnungsablaufs zugrunde.

Die axiomatische Semantik beschreibt die Bedeutung von Programmen durch Axiome sowie Schlussregeln. Sie beruht auf der Festlegung der logischen Eigenschaft eines jeden Programmfragments, welche unmittelbar zur Bedeutungszuschreibung des Fragments genutzt wird. Die Bedeutung eines Programmkonstrukts wird also mit dem zugehörigen logischen Axiom (bzw. den daraus ableitbaren Zusicherungen im Kalkül) identifiziert und muss nicht weiter interpretiert werden. Der Kalkül ermöglicht es, von einer Eigenschaft der Eingabe auf Eigenschaften der Ausgabe zu schliessen.

Stichwort „Semantik“ (4)

C.A.R Hoare, der Erfinder der axiomatischen Semantik, erhielt 1980 den Turing Award für seine "fundamental contributions to the definition and design of programming languages.“ In seiner grundlegenden Veröffentlichung “An Axiomatic Basis for Computer Programming” (Comm. of the ACM, 12(10), 576-580) schrieb er 1969:

“In this paper an attempt is made to explore the logical foundations of computer programming by use of techniques which were first applied in the study of geometry and have later been extended to other branches of mathematics. This involves the elucidation of sets of axioms and rules of inference which can be used in proofs of the properties of computer programs.”

Zum Nutzen merkt er an:

“Thus the practice of proving programs would seem to lead to solution of three of the most pressing problems in software and programming, namely, reliability, documentation, and compatibility.”

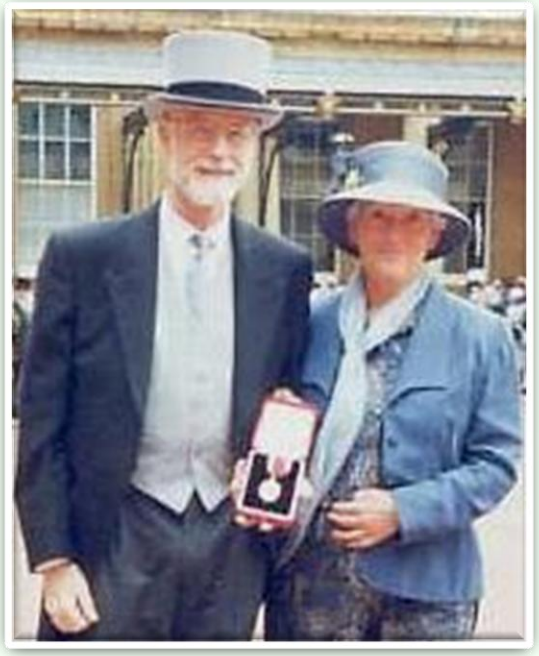
Den letztgenannten Aspekt führt er so aus: “It has been found a serious problem to define these languages [ALGOL, FORTRAN, COBOL] with sufficient rigor to ensure compatibility among all implementations... One way to achieve this would be to insist that all implementations of the language shall satisfy the axioms and rules of inference which underlie proofs of properties of programs expressed in the language. **In effect, this is equivalent to accepting the axioms and rules of inference as the ultimately definitive specification of the meaning of the language.**”

Stichwort „Semantik“ (5)

An Axiomatic Basis for Computer Programming

C. A. R. Hoare
The Queen's University of Belfast, Northern Ireland*

In this paper an attempt is made to explore the logical foundations of computer programming by use of techniques which were first applied in the study of geometry and have later been extended to other branches of mathematics. This involves the elucidation of sets of axioms and rules of inference which can be used in proofs of the properties of computer programs. Examples are given of such axioms and rules, and a formal proof of a simple theorem is displayed. Finally, it is argued that important advantages, both theoretical and practical, may follow from a pursuance of these topics.



Sir Charles Antony Richard Hoare (mit Ehefrau Jill vor dem Buckingham-Palast) zeigt die Medaille, welche er anlässlich des Ritterschlags durch Königin Elisabeth II. im März 2000 erhielt.

Hoare's "Axiomatic basis" paper is one of the most influential papers on the theory of programming. First he developed a logical system for reasoning about programs using specifications of statement behavior that have become known as Hoare triples. Secondly, he argued that his "axiomatic" system could be viewed as an abstract way of recording the semantics of programming languages. The first of these steps has the profound effect of opening up a way of developing provable programs rather than treating their verification as a post hoc concern. The pursuit of "Hoare semantics" has had a profound effect on the understanding of programming languages and the task of reasoning about programs. -- Cliff Jones

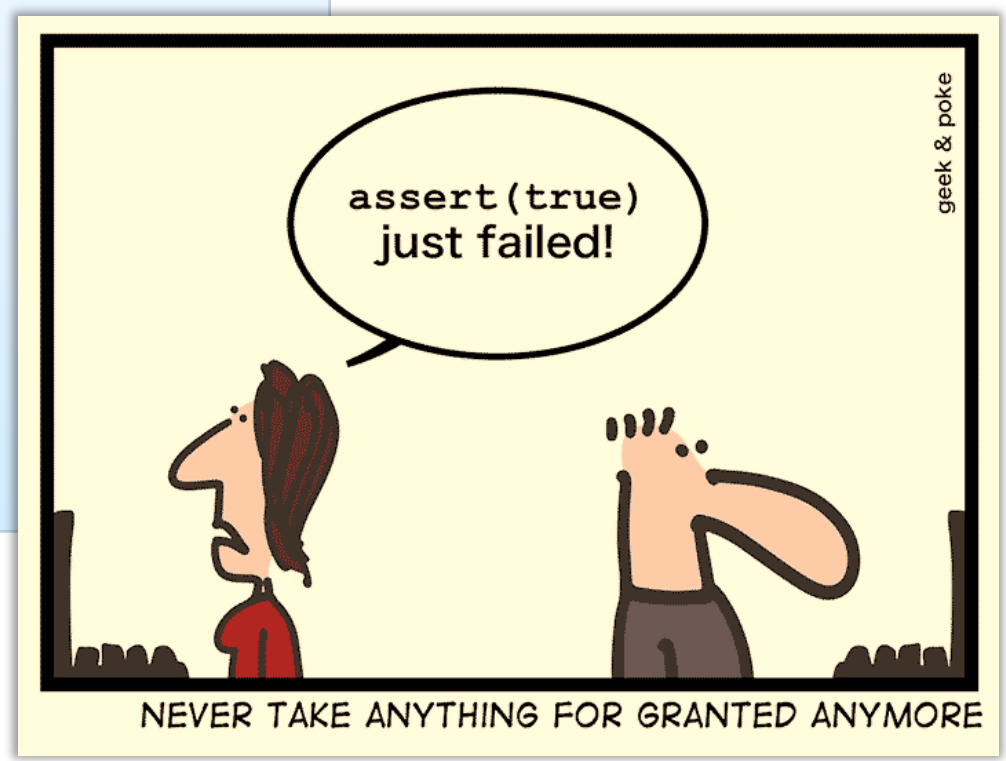
Ein Übungsbeispiel

Wenn ein Logicus Regeln ohne Exempel gibt, es eben sey als wenn man mit blossen Worthen wollte Fechten lehren. -- G.W. Leibniz.

- Man verifiziere analog folgenden Multiplikationsalgorithmus:

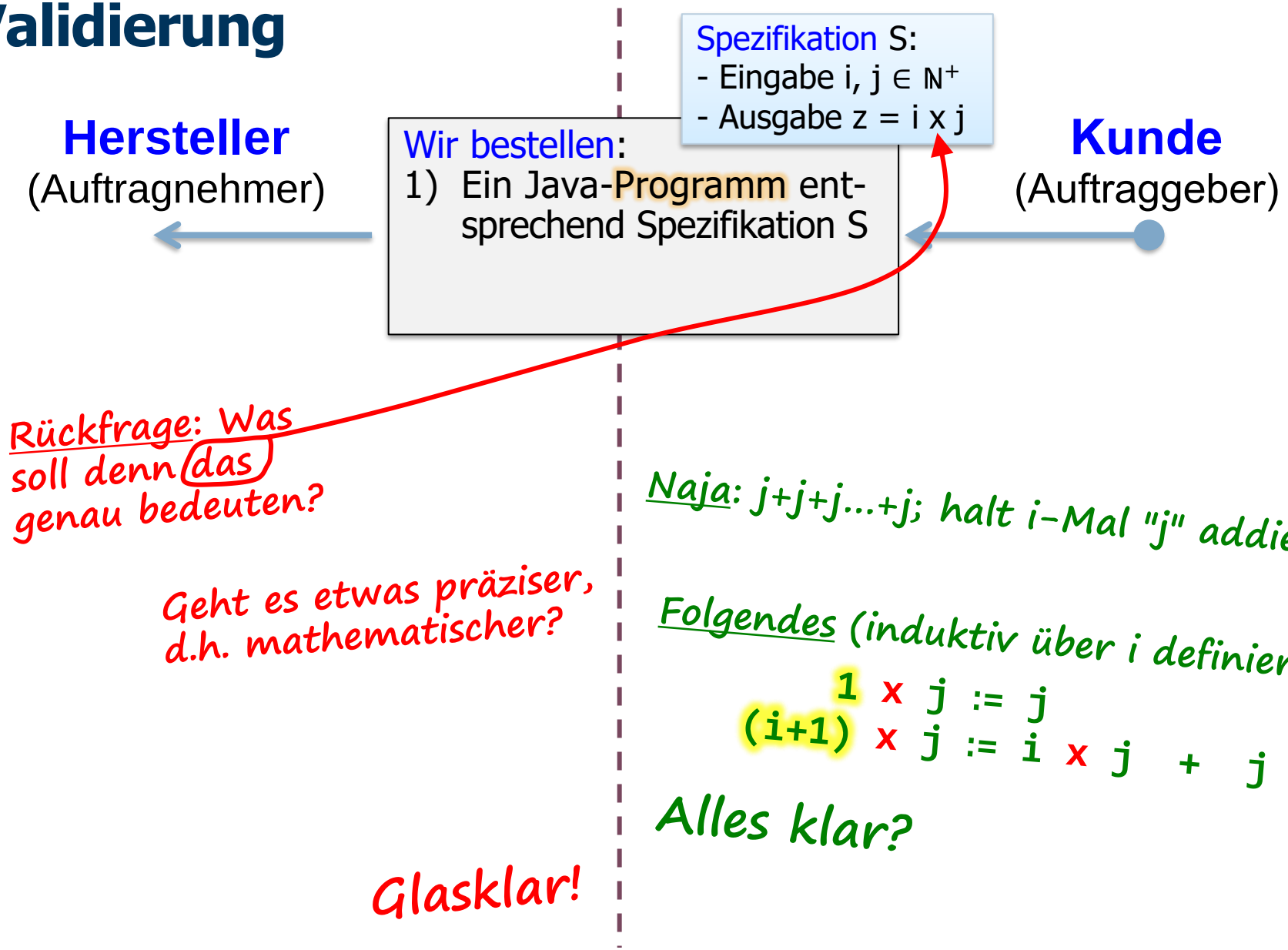
```
static int f(int i, int j) {
// assert i >= 0 && j >= 0;
   int u = i;
   int z = 0;
   while (u > 0) {
      z = z + j;
      u = u - 1;
   }
   return z;
}
```

Tipp: Man betrachte die Werte von **z**, **u×j** und **i×j** an diversen Stellen im Programm

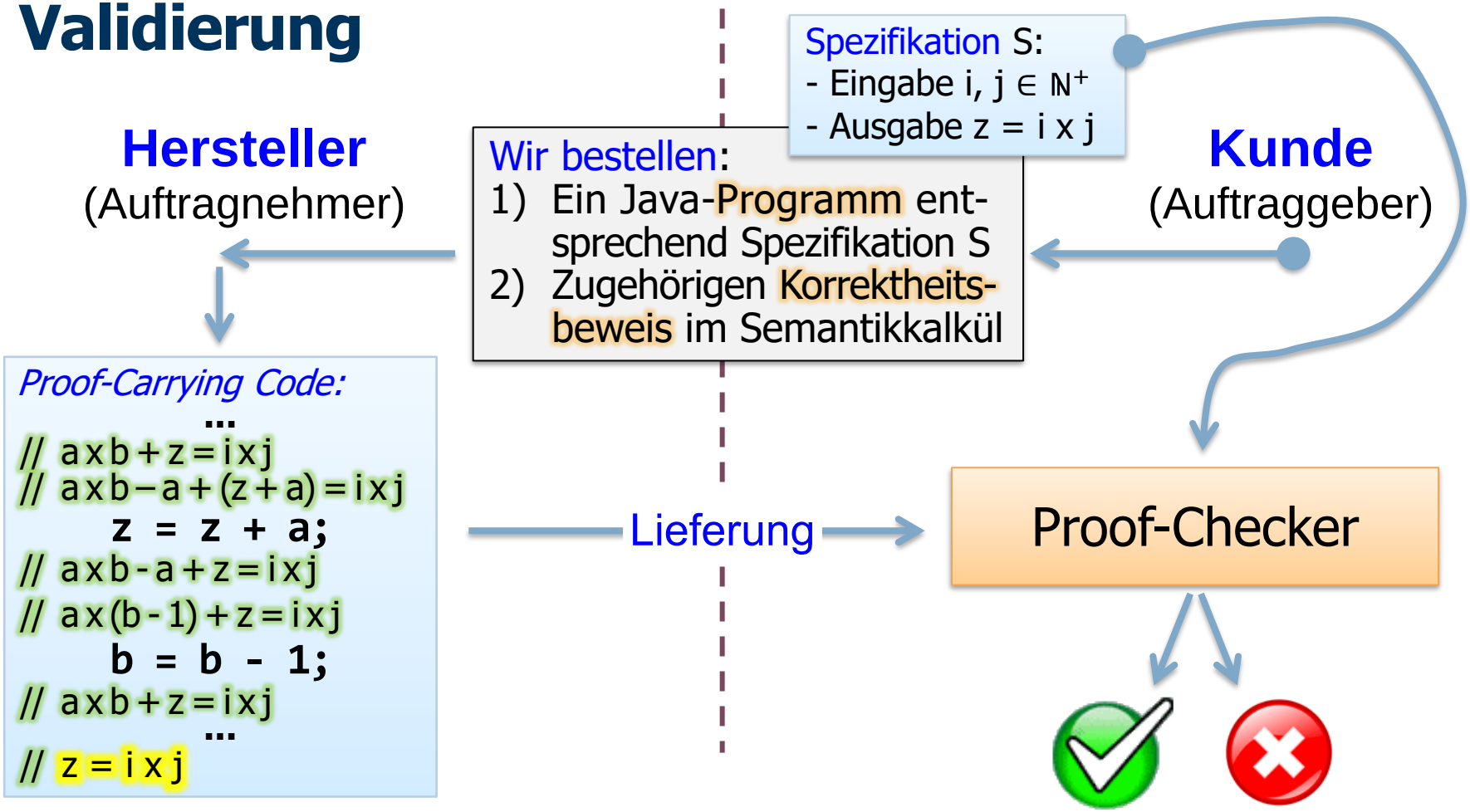


- Nebenbei: Wie gut ist dieses Multiplikationsverfahren relativ zur altägyptischen Methode?

Validierung



Validierung



- Klappt die Beweis-Validierung, dann ist die Implementierung konform zur Spezifikation (die die geforderten Eigenschaften aufführt)
- Dazu prüft ein (idealerweise automatischer) Proof-Checker jeden Beweisschritt auf logische Korrektheit entsprechend dem Kalkül

Validierung?

Hersteller
(Auftragnehmer)

Spezifikation S:
- Eingabe i, j ∈ $\mathbb{N}^+$
- Ausgabe z = i x j

Wir bestellen:
1) Ein Java-Programm entsprechend Spezifikation S
2) Zugehörigen Korrektheitsbeweis im Semantikkalkül

Kunde
(Auftraggeber)

```
…f(int i, int j){
   int z = 6;
   i = 2;
   j = 3;
// z = i × j
   return (z);
}
```

Lieferung

Proof-Checker

„…sind für die Quality Assurance die Hausjuristen zuständig, die in *end user license agreements* wortreich darlegen, dass die Software halt einfach ist, wie sie ist, dass die Käufer nicht berechtigt sind, irgendwelche Ansprüche zu stellen." – Stefan Betschon

Validierung??

Hersteller
(Auftragnehmer)

Spezifikation S:
- Eingabe i, j ∈ $\mathbb{N}^+$
- Ausgabe z = i x j

Wir bestellen:
1) Ein Java-Programm entsprechend Spezifikation S
2) Zugehörigen Korrektheitsbeweis im Semantikkalkül

Kunde
(Auftraggeber)

```
…f(int i, int j){
 int a = i;
 int b = j;
 int z = 0;
 while (b > 0){
  if ungerade(b){
   z = z+a;
   b = b-1;
  }
 }
 return z;
}
```

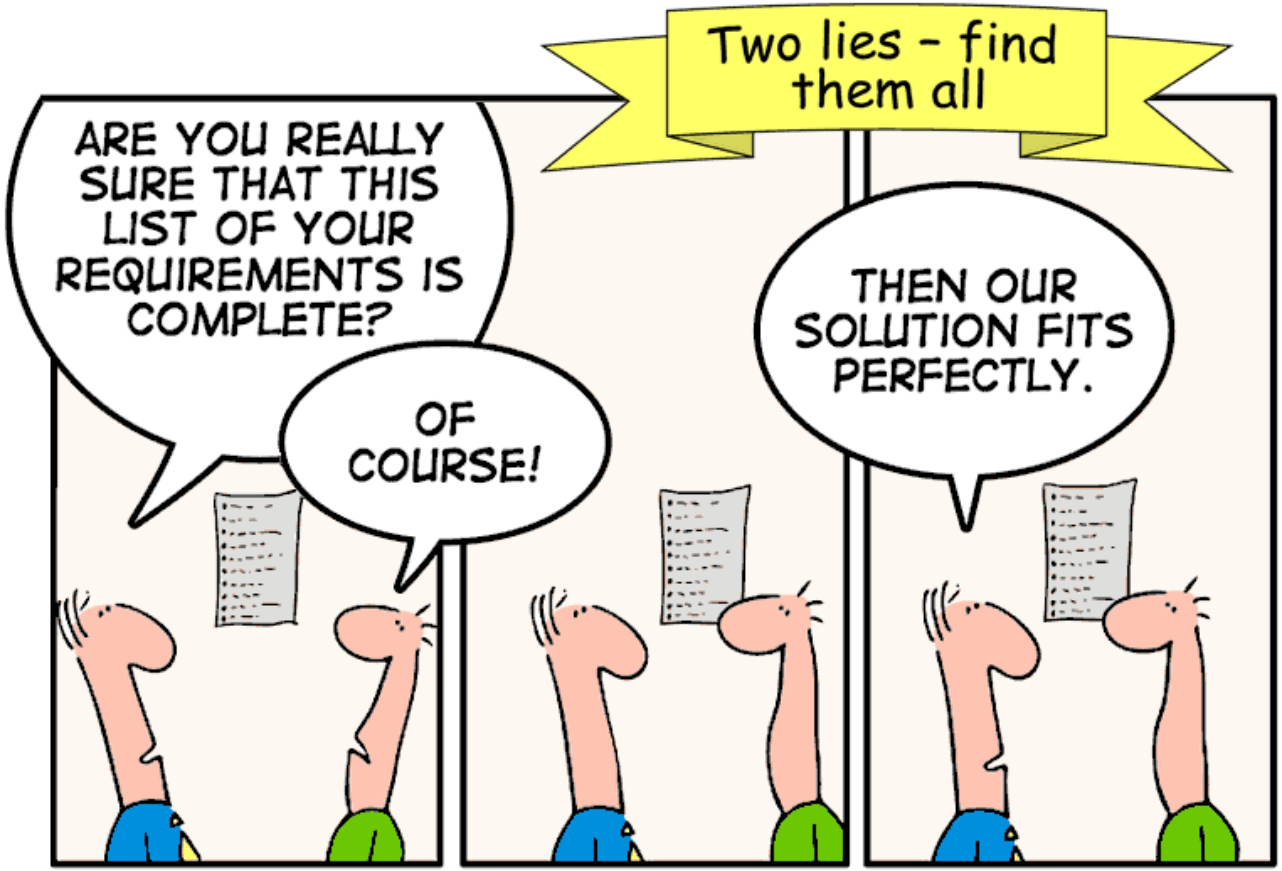
Diesmal bleiben i und j unverändert

← Der Hersteller liefert uns nun das...

Hier wurde b = b/2; a = 2*a im Schleifenkörper vergessen → meist eine Endlosschleife!

Invariante / Beweis gelten aber doch weiterhin, oder?

Dies illustriert den Unterschied zwischen der sog. „partiellen Korrektheit" und der „totalen Korrektheit"; nur letztere würde die Terminierung garantieren!



Early in my senior year, I walked into an advanced math class, and the professor announced, "Today, we will **prove that a proof can be proven**." The next sound you heard was my head hitting the desk and me muttering, "No, no, no." -- Kenneth J. Versprille →

Proofchecking statt Debugging – ein alter Traum

Es war John McCarthy (1927 – 2011), einer der Pioniere der Künstlichen Intelligenz und Erfinder vieler bedeutender Informatikkonzepte, der bereits 1962 in einem Vortrag "Towards a Mathematical Science of Computation" auf dem grossen Kongress der International Federation on Information Processing (IFIP) in München das Proofchecking propagierte und generell eine mathematische Fundierung des Programmierens und der Informatik anmahnte:

"It should be possible almost to eliminate debugging. Debugging is the testing of a program on cases one hopes are typical, until it seems to work. This hope is frequently vain. Instead of debugging a program, one should prove that it meets its specifications, and this proof should be checked by a computer program. For this to be possible, formal systems are required in which it is easy to write proofs. There is a good prospect of doing this, because we can require the computer to do much more work in checking each step than a human is willing to do. Therefore, the steps can be bigger than with present formal systems."

Rhetorisch stellt McCarthy auch die Frage „What are the entities with which computer science deals?", um dann nicht, wie vielleicht von Vielen erwartet, direkt mit "computer" zu antworten, sondern er nennt mit "problems, procedures, data spaces, programs representing procedures in particular programming languages, and computers" diesen mit Absicht erst ganz am Ende seiner Aufzählung. Interessanterweise gebraucht er in seinem Beitrag die Begriffe „computer science" und „science of computation" in synonymer Weise. Der Begriff "computer science" war tatsächlich noch neu, öffentlich wurde er anscheinend erstmalig 1959, noch in Pluralform, von Louis Fein in einem Vortrag "The role of the university in computers, data processing, and related fields" auf der Western Joint Computer Conference verwendet, nachdem er ihn zuvor schon in internen Memos gebraucht hatte: "It seems plausible to designate the fields mentioned above […] as the 'computer sciences'". (In den 1950er- bis 1970er-Jahren fand in den USA halbjährlich abwechselnd eine grosse "Western" und eine "Eastern" Computer Conference statt.) Das erste eigenständige computer science department in den USA entstand dann im Jahr 1962 an der Purdue University.

Binärarithmetik beim altägyptischen Multiplikationsverfahren

Der altägyptische Multiplikationsalgorithmus rechnet bei a × b implizit mit einer Dualdarstellung von b; diese kann so explizit gemacht werden:

iterativ (in umgekehrter Bitziffernreihenfolge!)

```
while (b > 0)
{ if ungerade(b)
  {  out("1");
     z = z+a;
     b = b-1;
     b = b/2;
  }
  else out("0");
  b = b/2;
  a = 2*a;
}
```

← Wieso das?

rekursiv

```
static void f(int b)
{ if (b == 1) { out("1"); return; }
  if (b%2==0) { f(b/2); out("0"); }
      else {f((b-1)/2); out("1"); }
}
```

Hierbei steht „out“ als Abkürzung für „System.out.println“

Bitoperationen beim altägyptischen Multiplikationsverfahren

Anstatt Integer-Variablen explizit mit 2 zu multiplizieren oder durch 2 zu dividieren, kann in Java, C oder C++ auch mit den Operatoren zur bitweisen Verschiebung und der Möglichkeit, einzelne Bits auf „0" bzw. „1" zu testen, gearbeitet werden. In der Sprache C sieht das dann z.B. so aus (wobei „b & 1" testet, ob das rechteste Bit von b auf „1" gesetzt ist):

```
int f(int a, int b) {
  int z; z = 0;
  while (b > 0) {
    if (b & 1)  // (bitweise UND)
       z = z + a;
    a = a << 1; // (Verdoppeln)
    b = b >> 1; // (Halbieren ohne Rest)
  }
  return z;
}
```

Bei Java stattdessen:
`if ((b & 1) == 1)`

Insbesondere auf Assembler- und Maschineninstruktionsebene ist das bitweise Operieren mit Registerinhalten sehr effizient.

"Software Multiply" in Assembly Code

"Back in the 1970's, we had to use this technique on the original Intel PC (8080) processor. Just looking back at my ancient 8080 Assembler book (copyright 1976, by Intel), there's a chapter on Software Multiply and Divide. If you wrote any significant code on the 8080, and needed to multiply, you would have this code snippet in your program. Here's the quote from the book:

Using shift operations provides faster multiplication. Shifting a byte left one bit is equivalent to multiplying by 2, and shifting a byte right one bit is equivalent to dividing by 2. The following process will produce the correct 2-byte result of multiplying a one-byte multiplicand by a one-byte multiplier:

a) Test the least significant bit of the multiplier. If zero, go to step *b*. If one, add the multiplicand to the most significant byte of the result.
b) Shift the entire two-byte result right one position.
c) Repeat steps *a* and *b* until all 8 bits of the multiplier have been tested.

Explanation: step *a* is checking to see if the multiplier is odd. If so, add the multiplicand to the result (at the HIGH end), and shift it right in step *b* (so later calculations get added in further left than earlier calculations, by specific powers of two).

Below is the 8080 Assembly code, again from the Intel 8080 book. This code snippet multiplies C times D, with the result going into a 2-byte register pair referred to as B (but it's really B and C; 8080 registers are 1 byte, but can be referred to in pairs).

It's pretty clever how C is used initially to hold the multiplier, and with each iteration, the multiplier gets shifted out, while the result gets shifted in. So halfway through the algorithm, the right 4 bits of C holds the high order 4 bits of the multiplier, while the left 4 bits of C holds the low order 4 bits of the result.

Hard to imagine that we had to do all this in software, just to multiply two numbers.

"Software Multiply" in Assembly Code (2)

```
MULT:   MVI     B, 0        ; Initialize the most significant byte of result
        MVI     E, 9        ; Bit counter
MULT0:  MOV     A, C        ; Rotate least significant bit
        RAR                 ; of multiplier to carry and
        MOV     C, A        ; shift low-order byte of result
        DCR     E
        JZ      DONE        ; Exit if complete
        MOV     A, B
        JNC     MULT1
        ADD     D           ; Add multiplicand to high-order
                            ; byte of result if bit was one
MULT1:  RAR                 ; Carry = 0 here; shift high-order byte of result
        MOV     B, A
        JMP     MULT0
DONE:
```

MVI R,# Move immediate to register
MOV R,S Move register S to reg. R
RAR Rotate A right through carry
DCR R Decrement register
JZ Jump if zero flag set
JNC Jump if carry flag set
ADD R Add register to A
JMP Unconditional jump

An analogous procedure is used to divide an unsigned 16 bit number by an unsigned 8 bit number. Here, the process involves subtraction rather than addition, and rotate-left instructions instead of rotate-right instructions.

To put this in perspective, to multiply 2 bytes, the 10 or 11 instructions between MULT0 and DONE would get executed 8 times, plus 2 set up instructions at the beginning, so 82 to 90 instructions (at maybe 4 or 5 cycles per instruction) to multiply 2 bytes. You're talking about noticeable fractions of a second just for one multiply! (At 2 MHz – the max speed of the 8080 – if you are lucky, you might be able to perform 5000 byte-multiplies (and nothing else)). Byte-multiplies can multiply an integer less than 256 times another integer less than 256. So TINY whole numbers!"

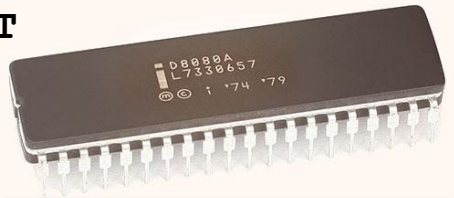
[www.reddit.com/r/math/comments/zfhre/ethiopian_multiplication_a_method_of_multiplying]

“Software Multiply” in Assembly Code (3)

Beispiel: Multiplikation von hexadezimal 3C × 2A = 9D8

	MULTIPLIER	MULTIPLICAND	HIGH ORDER BYTE OF RESULT	LOW ORDER BYTE OF RESULT
Start	00111100	00101010	00000000	00000000
Step 1	a----------			
	b		00000000	00000000
Step 2	a----------			
	b		00000000	00000000
Step 3	a----------		00101010	00000000
	b		00010101	00000000
Step 4	a----------		00111111	00000000
	b		00011111	10000000
Step 5	a----------		01001001	10000000
	b		00100100	11000000
Step 6	a----------		01001110	11000000
	b		00100111	01100000
Step 7	a----------			
	b		00010011	10110000
Step 8	a----------			
	b		00001001	11011000

Kostete anfangs $ 360,-



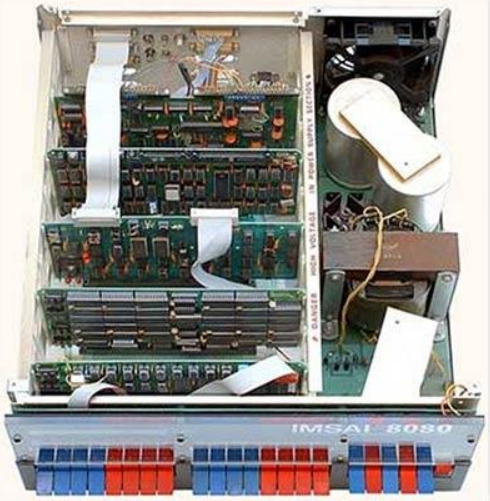
Der Intel 8080 (eingeführt 1974) gilt als erster „richtiger“ Mikroprozessor: 8-Bit-CPU, 2MHz-Taktrate, 48 Befehle, 7 8-Bit-Register, 16k-Adressraum, 6µm-Technologie, 6000 Transistoren, 40-Pin-Gehäuse.

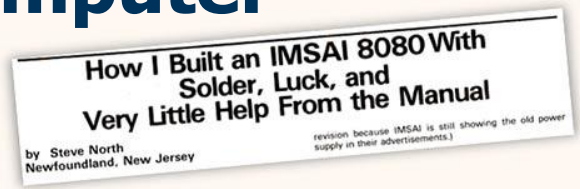
Erste Hobby- und Homecomputer wie IMSAI und Altair 8800 nutzten diesen Prozessor, bald danach produzierten auch andere Hersteller ähnliche Mikroprozessoren (Zilog Z80, 6502 von MOS Technology, Motorola 68000 etc.)

1) Test multiplier 0-bit; it is 0, so shift 16 bit result right one bit.
2) Test multiplier 1-bit; it is 0, so shift 16 bit result right one bit.
3) Test multiplier 2-bit; it is 1, so add 2A to high order byte of result and shift 16 bit result right one bit.
4) Test multiplier 3-bit; it is 1, so add 2A to high order byte of result and shift 16 bit result right one bit.
…

IMSAI, einer der ersten Hobbycomputer

„Seit Anfang 1975 verbreiteten sich in den USA die Personal Computer, kleine, bezahlbare Digitalrechner für private Nutzer. Der erste war der kastenförmige → Altair 8800; am Ende des Jahres kam der ganz ähnliche IMSAI 8080 heraus. Sie enthielten den Mikroprozessor Intel 8080. Die Eingabe von Daten und Programmen kostete aber einige Mühe. Wer sich nicht mit Kippschaltern abmühen wollte, musste einen Teletype-Fernschreiber oder ein Terminal mit Monitor anschließen. Das war alles nicht billig.“ [blog.hnf.de/sol-20-der-komplette-computer/]

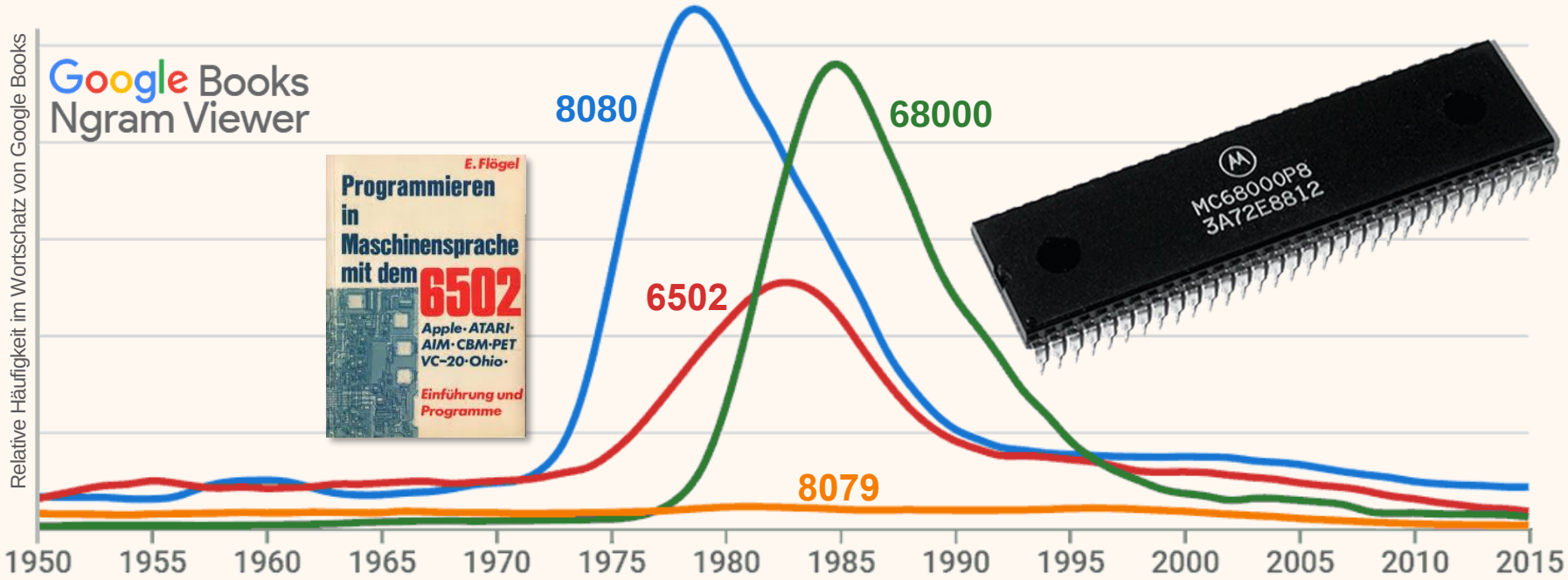




IMSAI 8048: Ein Einplatinencomputer für ca. $300.

Von Ende 1975 bis 1978 wurden knapp 20000 Bausätze hergestellt. Der Arbeitsspeicher hatte nur 256 Byte, war aber auf einige Kilobyte erweiterbar, womit BASIC ausführbar wurde.

Mikroprozessoren…



Manche Zahlen, wie z.B. 8080, 6502 oder 68000, tauchen nun in der englischen „Literatur" zeitweise häufiger auf als andere (z.B. 8079)…

Effizienz des Multiplikationsalgorithmus

- Frage: Wie lange dauert eine Multiplikation von a und b?

```
static int f(int a, int b){
  if (b == 1)❶ return a;
  if (b%2 == 0) return f(2*a, b/2);
          ❷ else return a + f(2*a, b/2);
}                              ❺   ❸   ❹
```

- Effizienzmass: Zahl ausgeführter elementarer Operationen
  - Test auf „1" bzw. „gerade", Verdoppeln, Halbieren, Addition
  - Kommen offenbar *pro Aufruf* insgesamt nicht mehr als 5 Mal vor

---

- Aber: Handelt es sich bei „b%2 == 0" nicht um *zwei* Operationen statt einer einzigen?
- Antwort: So wie der Test auf „gerade" hier realisiert ist, werden für „b%2 == 0" tatsächlich mehr Maschineninstruktionen ausgeführt als z.B. für „b == 1"; wir wollen aber von der konkreten Realisierung abstrahieren – auf Maschineninstruktionsebene lässt sich ein Test auf „gerade" jedenfalls einfach und effizient realisieren, indem man testet, ob das rechteste Bit der Speicherzelle von b eine 0 oder eine 1 ist.

Effizienzabschätzung

- Genauere Überlegungen müssten die unterschiedlichen „Kosten" der verschiedenen Operationen berücksichtigen
  - Verdoppeln ist „billiger" als Addieren etc.
  - Grosse Zahlen sind „teurer" als kleine Zahlen
  - Vereinfachend setzen wir aber alle Operationen als gleich „teuer" an

Kosten ≈ Zeit

- Wesentliches Kriterium: Anzahl der rekursiven Aufrufe
  - Dies ist nur von b abhängig, nicht von a

```
if (b == 1)   return a;
if (b%2 == 0) return f(2*a, b/2);
     else return a + f(2*a, b/2);
```

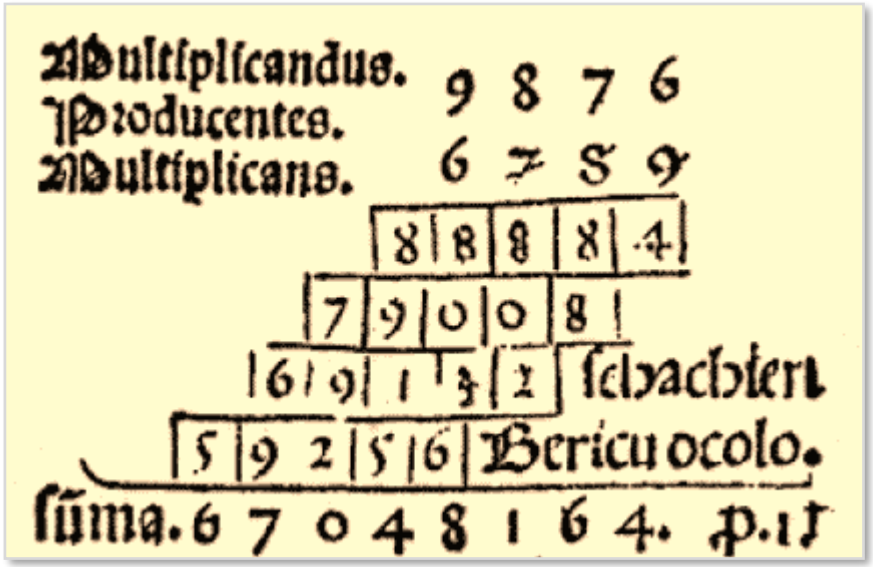
- Also: wie viele rekursive Aufrufe gibt es?
  - Wie oft kann man b halbieren, bis der Wert 1 herauskommt?
    (durch das Abrunden beim Halbieren ist dies konservativ geschätzt)
  - $b / (2^x) = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \log_2 b$
- Es werden also nicht mehr als $5 \log_2 b$ Operationen benötigt
  - Analog bei iterativer Lösung: Nicht mehr als $\log_2 b$ Schleifendurchläufe

Aufwands- / Qualitätsvergleich

- Aus der Schule bekannt: „schriftliche“ Multiplikation
  - Wieso lernt man eigentlich nicht das altägyptische Prinzip stattdessen?

- Diese ist jedenfalls auch ein altbekanntes Rechenschema:

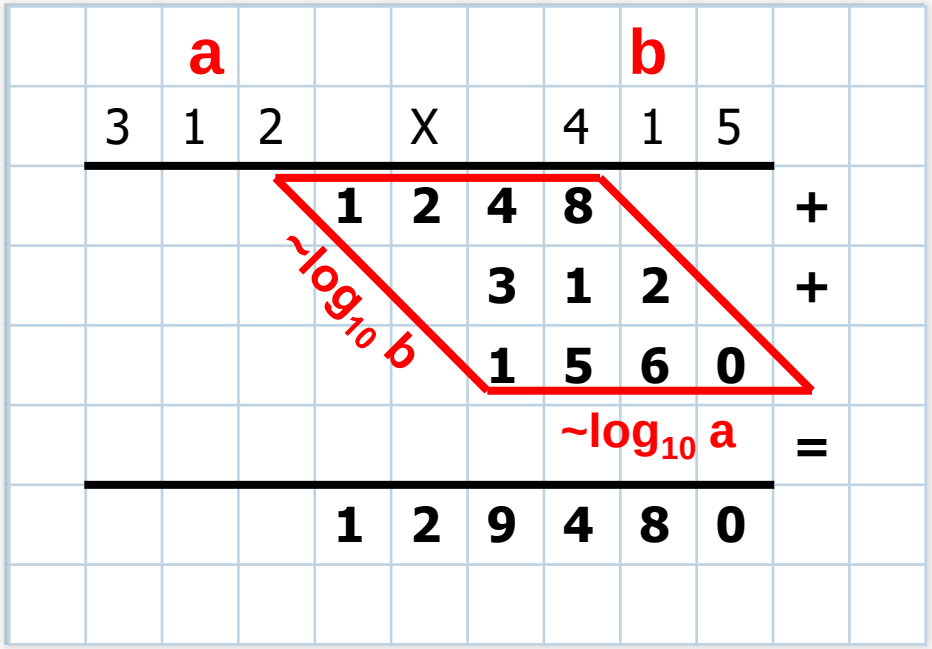
Rechnen ist nicht das Ausführen mathematischer Operationen nach mathematischen Methoden, sondern das mechanische Manipulieren von Symbolen nach vorgegebenen Regeln. -- Dirk Siefkes



Aufwands- / Qualitätsvergleich (2)

- Aus der Schule bekannt: „schriftliche“ Multiplikation
  - Wieso lernt man eigentlich nicht das altägyptische Prinzip stattdessen?

- Wie gut ist diese „Schulmethode“?
  - Wie viele (vergleichbar teure) Elementaroperationen?



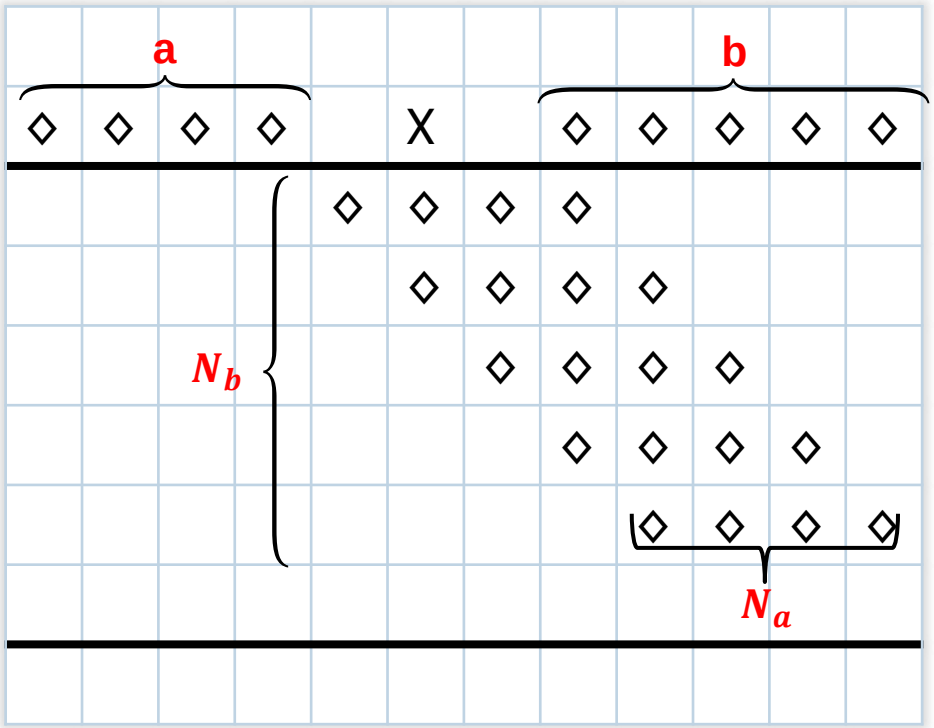
Wir erinnern uns: Man multipliziert den Multiplikator „312“ nacheinander mit jeder Ziffer des Multiplikanden und schreibt die jeweiligen Resultate richtig verschoben untereinander; anschliessend addiert man spaltenweise Ziffer für Ziffer alle erhaltenen Zwischenresultate.

Jede einzelne Ziffer ist das Resultat von maximal 2 Elementaroperationen (kleines Einmaleins und evtl. Übertrag)

Für die Spaltensummen wird jede Ziffer ein 2. oder 3. Mal genutzt

Wie gut ist $3\ (\log_{10} a)\ (\log_{10} b)$ im Vergleich zu $5 \log_2 b$?

Aufwands- / Qualitätsvergleich (3)



→ $N_a \times N_b$ „elementare" Multiplikationen (*kleines Einmaleins kann man auswendig!*) und etwa doppelt so viele Additionen von Ziffern, also insges. ca. $3\ (\log_{10} a)\ (\log_{10} b)$ elementare Operationen

$$N_a = 1 + \lfloor \log_{10} a \rfloor$$

$$N_b = 1 + \lfloor \log_{10} b \rfloor$$

$\approx 0.3 \log_2 b$

Dass der Aufwand bei der Multiplikation (im Unterschied zur Addition) quadratisch mit der Zahl der Stellen (also auch mit der Genauigkeit von Messwerten!) steigt, war, bevor man Logarithmentafeln (oder Rechenmaschinen) hatte, ein grosses praktisches Problem in der Geodäsie, Nautik, Astronomie etc.

Wann ist $5 \log_2 b$ besser als $3\ (\log_{10} a)\ (\log_{10} b)$?

- Die multiplikativen Konstanten 5 bzw. 3 sind nicht exakt, das ist aber nicht so relevant
- Hängt wesentlich von a ab: $3\ (\log_{10} a)\ (\log_{10} b)$ kann (bei festem b) mit grösserem a über alle Grenzen wachsen!

Wie schnell kann man überhaupt multiplizieren?

- Wenn man prinzipielle Überlegungen anstellt, sollte man die Länge der Faktoren berücksichtigen und elementarste Operationen verwenden.
- Sinnvoll ist es dann, Binärzahlen zu betrachten.
- Lange vermutete man, dass man in jedem Fall quadratischen Aufwand in der Länge n der Operanden (also deren Bitzahl) benötigt.
- Dann aber zeigte der 23-jährige Student Anatoli Karatsuba (1937-2008), dass die Grössenordnung $n^{\log 3}$ genügt (log zur Basis 2 mit log 3 = 1.58496…). Das zugrundeliegende allgemeine Prinzip wurde später „Divide and Conquer" genannt.
- Veröffentlicht wurde dies 1962: Карацуба А.А., Офман Ю.П. Умножение многозначных чисел на автоматах. Докл. АН СССР. 1962. Т. 145, № 2. С. 293-294. [A.A. Karatsuba, Yu. P. Ofman: Multiplikation mehrstelliger Zahlen mit Automaten. Akademie der Wissenschaften der UdSSR, 1962, 145(2), 293-294.]
- 1971 wurde von Schönhage und Strassen gezeigt, dass sogar O(n (log n) log (log n)) genügt, wenn man Prinzipien der schnellen Fouriertransformation anwendet.

www.ccas.ru/personal/karatsuba/karatzuba.jpg

Kleines Einmaleins kann man auswendig, oder?

Lern das ein mal eins mit fleis,
so wirstu aller rechnung weis.

[Johann Fischer: Ein kurtz Rechenbüchlein für anfahende Schüler gemacht. Ca. 1580]

Lern auszwendig das Einmal ein/ So würt Dir all Rechnung gemein.

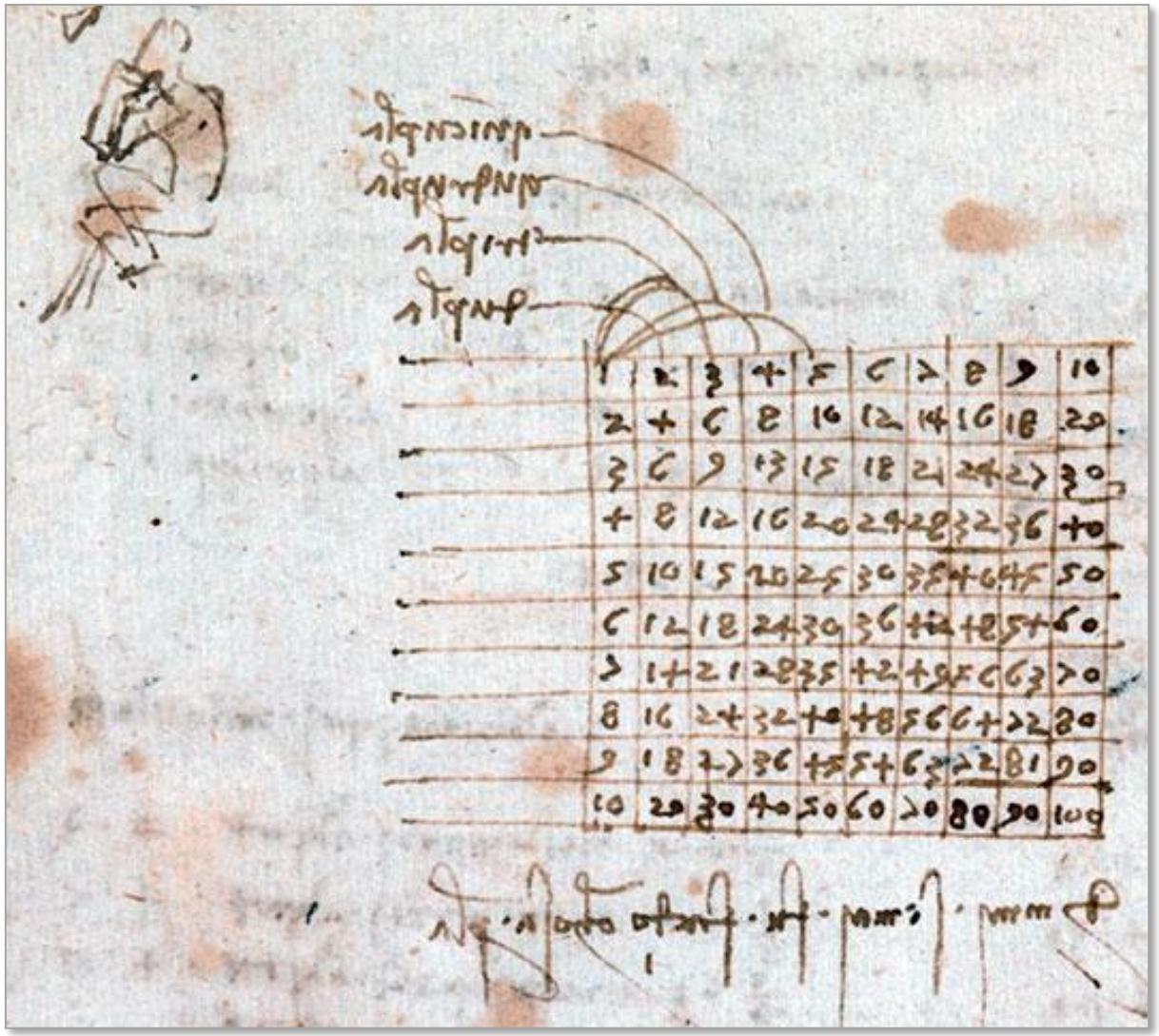
„Zum Ersten soltu wissen…"
Jacob Köbel: Ein newü Rechenpüchlein. Oppenheim, 1522. ETH-Bibl. Rar 2355

XXXV.

Zum Erſtē ſoltu wiſſen/das die zale inn der erſten vnd oberſten linien/die mit den büchſtaben a vnd c gezeichet iſt/auch die zal in der neben linien/gegen der lincken handt/ mit den Büchſtaben a vnd b vermerckt/ annfäng vnd gebererin ſeind aller anderer zalen/die in dem Pythagoriſchen Tiſch geſchrieben ſteend. Dañ die zale 4/6/8/wer dē geborē vō der zal 2. Vnd 6/9/ 12/ 15 ꝛc. entſpringen von der zal 3 ꝛc. Vnnd alle andern zale/haben der maß/von den zalen/in den obenangezeygten linien a b vnd a c/ jren vrſprungk/anefangk/vnd fundament.

Eigentlich müsste es „Tafel" heissen, nicht „Tisch" – es handelt sich um eine Fehlinterpretation des mehrdeutigen lateinischen Wortes „tabula" (Brett etc.). Und Pythagoras hat damit auch nichts zu tun: In einer frühen Schrift über Geometrie wurde unter der Bezeichnung „tabula pythagorica" ein Abakus dargestellt. Da ein Abakus mit seinen Spalten und Zeilen einer Multipliziertafel ähnlich sieht, wurde in späteren Abschriften an Stelle des Abakus eine Multipliziertafel eingetragen, ohne die ursprüngliche Bezeichnung zu ändern.

Leonardo da Vincis (1452 – 1519) Multiplikationstafel



www.bl.uk/manuscripts/Viewer.aspx?ref=arundel_ms_263_f001r

'Codex Arundel' (British Library): "Notebook of Leonardo da Vinci. A collection of papers written in Italian, in his characteristic left-handed mirror-writing, covering a broad range of topics in science and art, as well as personal notes. The core of the notebook is a collection of materials that Leonardo describes as 'a collection without order, drawn from many papers, which I have copied here, hoping to arrange them later each in its place according to the subjects of which they treat'."

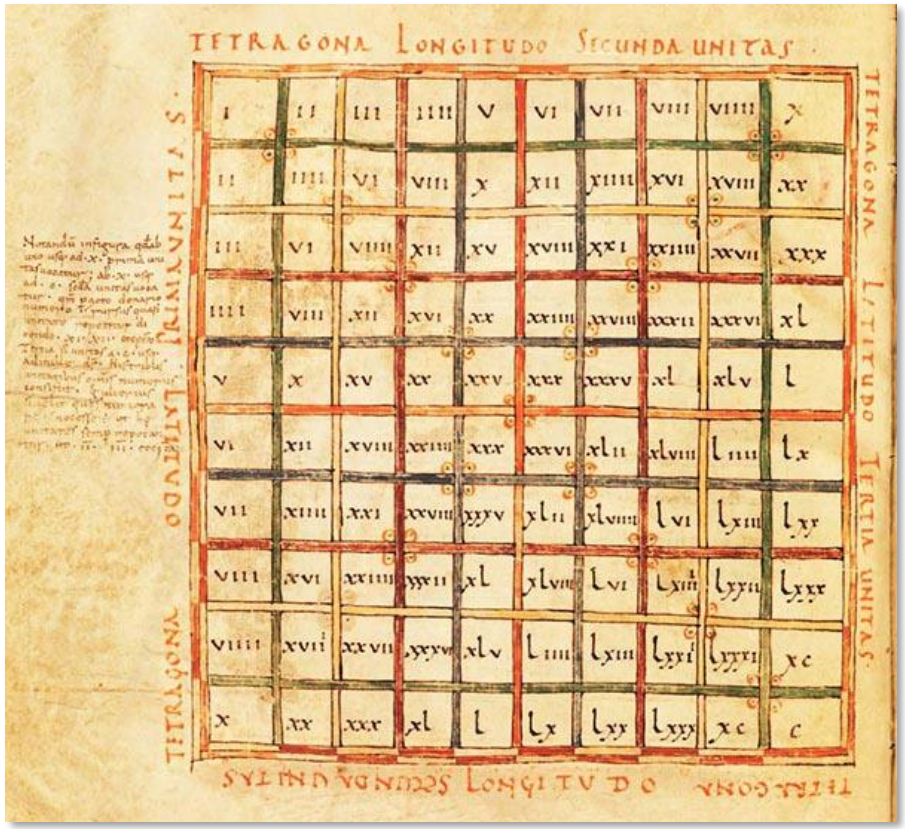
ε × ζ = λε

Epsilon × Zeta = Lambda-Epsilon

VI × VII = XLII

sex × septies = quadraginta duo

www.lib.umich.edu/writing-graeco-roman-egypt/multiplication.html



www.mechrech.info/exhibit/eEinmal/Einmaleins.html

Griechische Multiplikationstafel (2. – 3. Jh., Karanis, Ägypten). Die Multiplikationstafel illustriert, wie die Griechen Buchstaben zur Darstellung von Zahlen nutzten. In der ersten vollständigen Zeile steht ε ς λ (*Epsilon, Sigma, Lambda*), was „5, 6, 30“ bedeutet. In der zweiten Zeile steht ε ζ λε (*Epsilon, Zeta, Lambda-Epsilon*) mit der Bedeutung „5, 7, 35“. Die ersten beiden Zahlen ergeben als Produkt die dritte Zahl; dieses Schema wurde im Papyrus für Zahlen bis in die Tausende fortgeführt.

Einmaleins-Tafel mit römischen Ziffern in einer Handschrift Ende des zehnten oder Anfang des elften Jh.

Sumerische Multiplikationstafel ca. 2700 v. Chr.

[1. Seite	2. Seite	Fläche]
5	5 *(géš)*	2 *(èše)* 3 *(iku)*
10	10 *(géš)*	3 *(bur)* 1 *(èše)*
20	20 *(géš)*	13 *(bur)* 1 *(èše)*
30	30 *(géš)*	30 *(bur)*
40	40 *(géš)*	53 *(bur)* 1 *(èše)*
50	50 *(géš)*	1 *(šár)* 23 *(bur)* 1 *(èše)*
Total	3 *(šár)* 4 *(bur)* 3 *(iku)*	[Name / Unterschrift]

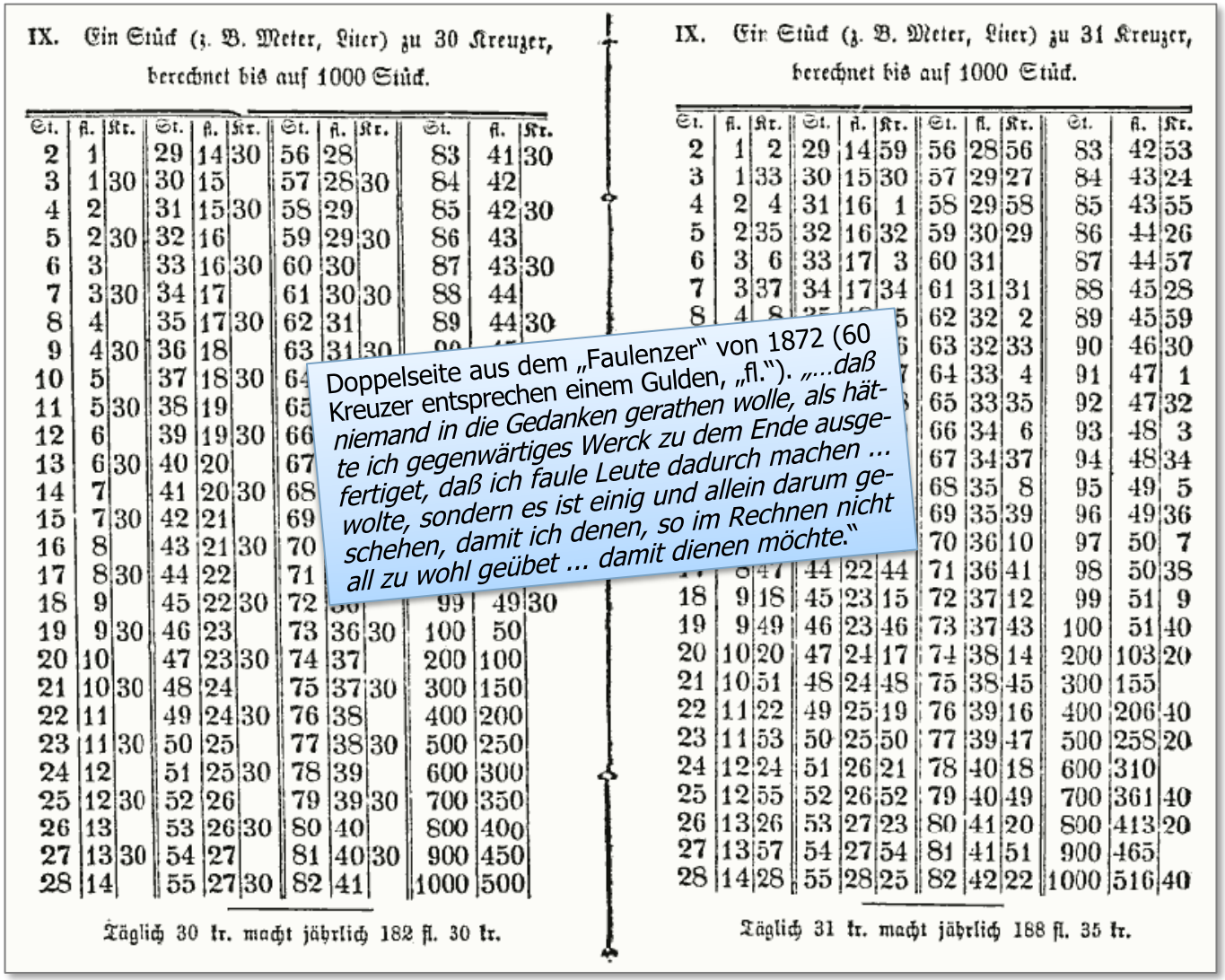
Das anscheinend älteste bekannte mathematische Dokument (Schøyen Collection MS 3047) überhaupt: Eine Tontafel (7.2 x 7.1 x 2.0 cm) in Keilschrift, welche die Produkte aus Rechteckseiten direkt als Flächenmass angibt. Man beachte das Sexagesimalsystem.

Für die Restaurierung wurde die Salzkruste entfernt und die Tontafel neu gebacken. Das Bild rechts zeigt den ursprüngliche vorgefundenen Zustand.

Aus einer Lobeshymne des Königs Shulgi (21. Jh. v. Chr.); er war stolz, Schreiber zu sein: „Als ich klein war, lernte ich in der Schule die Schreiberkunst mit den Tafeln von Sumer und Akkad. Keiner der Schreiber, auch die von edler Geburt, konnten ein Tablett beschreiben wie ich. Dort, wo man in der Schreiberkunst unterrichtet, wurde ich Meister der Subtraktion, Addition, in Rechnen und Buchführung. Der gerechte (Gott) Nanibgal, (die Göttin) Nisaba haben mir großzügig Weisheit und Verstand verliehen…“

Ein Hülfsbuch für Käufer und Verkäufer

mit 110 Tabellen über 1 bis 100 Pfund, Stücke, Ellen und andere Sachen von 2 bis 59 Kreuzer



IX. Ein Stück (z. B. Meter, Liter) zu 30 Kreuzer, berechnet bis auf 1000 Stück.

St.	fl.	Kr.	St.	fl.	Kr.	St.	fl.	Kr.	St.	fl.	Kr.
2	1		29	14	30	56	28		83	41	30
3	1	30	30	15		57	28	30	84	42	
4	2		31	15	30	58	29		85	42	30
5	2	30	32	16		59	29	30	86	43	
6	3		33	16	30	60	30		87	43	30
7	3	30	34	17		61	30	30	88	44	
8	4		35	17	30	62	31		89	44	30
9	4	30	36	18		63	31	30			
10	5		37	18	30	64					
11	5	30	38	19		65					
12	6		39	19	30	66					
13	6	30	40	20		67					
14	7		41	20	30	68					
15	7	30	42	21		69					
16	8		43	21	30	70					
17	8	30	44	22		71					
18	9		45	22	30	72			99	49	30
19	9	30	46	23		73	36	30	100	50	
20	10		47	23	30	74	37		200	100	
21	10	30	48	24		75	37	30	300	150	
22	11		49	24	30	76	38		400	200	
23	11	30	50	25		77	38	30	500	250	
24	12		51	25	30	78	39		600	300	
25	12	30	52	26		79	39	30	700	350	
26	13		53	26	30	80	40		800	400	
27	13	30	54	27		81	40	30	900	450	
28	14		55	27	30	82	41		1000	500	

Täglich 30 kr. macht jährlich 182 fl. 30 kr.

IX. Ein Stück (z. B. Meter, Liter) zu 31 Kreuzer, berechnet bis auf 1000 Stück.

St.	fl.	Kr.	St.	fl.	Kr.	St.	fl.	Kr.	St.	fl.	Kr.
2	1	2	29	14	59	56	28	56	83	42	53
3	1	33	30	15	30	57	29	27	84	43	24
4	2	4	31	16	1	58	29	58	85	43	55
5	2	35	32	16	32	59	30	29	86	44	26
6	3	6	33	17	3	60	31		87	44	57
7	3	37	34	17	34	61	31	31	88	45	28
8	4	8	35	18	5	62	32	2	89	45	59
9	4	39	36	18	36	63	32	33	90	46	30
10	5	10	37	19	7	64	33	4	91	47	1
11	5	41	38	19	38	65	33	35	92	47	32
12	6	12	39	20	9	66	34	6	93	48	3
13	6	43	40	20	40	67	34	37	94	48	34
14	7	14	41	21	11	68	35	8	95	49	5
15	7	45	42	21	42	69	35	39	96	49	36
16	8	16	43	22	13	70	36	10	97	50	7
17	8	47	44	22	44	71	36	41	98	50	38
18	9	18	45	23	15	72	37	12	99	51	9
19	9	49	46	23	46	73	37	43	100	51	40
20	10	20	47	24	17	74	38	14	200	103	20
21	10	51	48	24	48	75	38	45	300	155	
22	11	22	49	25	19	76	39	16	400	206	40
23	11	53	50	25	50	77	39	47	500	258	20
24	12	24	51	26	21	78	40	18	600	310	
25	12	55	52	26	52	79	40	49	700	361	40
26	13	26	53	27	23	80	41	20	800	413	20
27	13	57	54	27	54	81	41	51	900	465	
28	14	28	55	28	25	82	42	22	1000	516	40

Täglich 31 kr. macht jährlich 188 fl. 35 kr.

Doppelseite aus dem „Faulenzer“ von 1872 (60 Kreuzer entsprechen einem Gulden, „fl.“). *„...daß niemand in die Gedanken gerathen wolle, als hätte ich gegenwärtiges Werck zu dem Ende ausgefertiget, daß ich faule Leute dadurch machen ... wolte, sondern es ist einig und allein darum geschehen, damit ich denen, so im Rechnen nicht all zu wohl geübet ... damit dienen möchte.“*

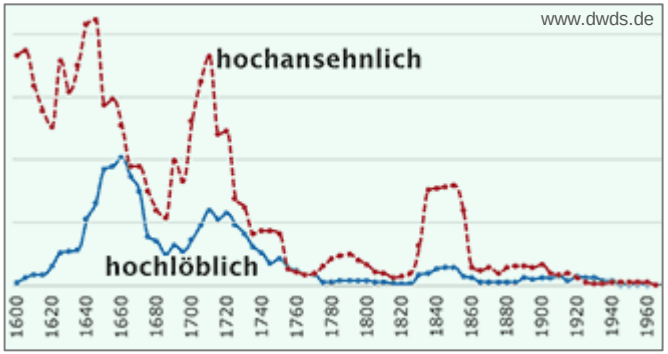
Ab Mitte des 16. Jahrhunderts erschienen für den Handel diverse Büchlein mit zweckmässigen Multiplikationstabellen, die auf gängigen (und seinerzeit vielfältigen) Gewichts-, Mass- und Währungseinheiten aufbauten. Allein vom sogenannten „Faulenzer“ wurden über die Jahre mehrere hunderttausend Exemplare gedruckt. Spätere Auflagen hatten z.B. den Titel „Neuer, vermehrter, fehlerfreier Faulenzer nach Mark und Pfennig“: Mit der Reichsgründung von 1871 wurde ab 1872 in ganz Deutschland das metrische System sowie anstelle von Gulden / Kreuzern die Mark, („Goldmark“, da als goldgedeckte* Währung konzipiert) zu 100 Pfennig eingeführt.

**) Dennoch verlor meine Urgrossmutter ihr gesamtes in die Ehe eingebrachtes Vermögen, einhunderttausend Goldmark, in der Inflation von 1923, worüber sie ihr ganzes restliches Leben lang klagte.*

Ein Hülfsbuch… (2)

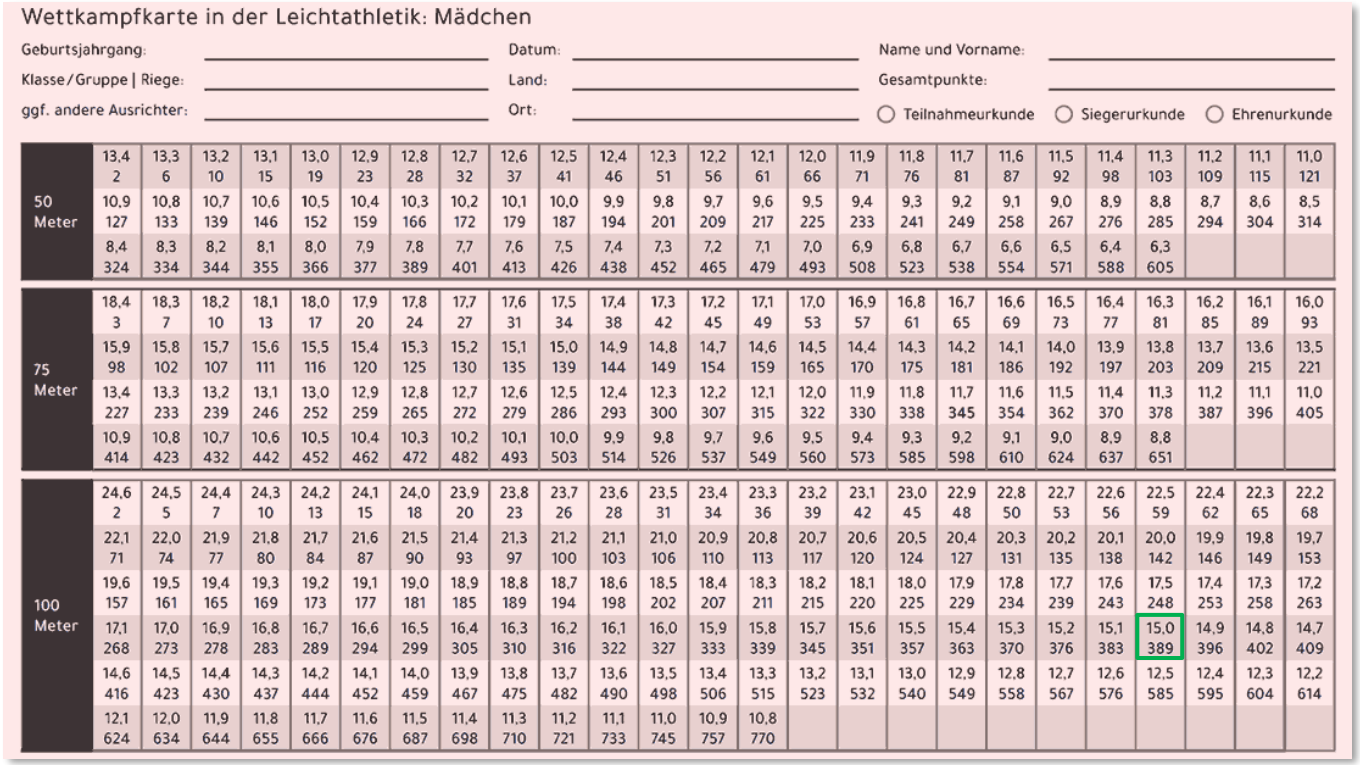
Anfangs enthielten die Rechenhilfsbücher nur einige wenige Tabellen (ein „Resolvirungs-Büchlein“ von 1695 neben vier ähnlichen Tabellen, die sich über viele Seiten erstreckten, bspw. eine „Ausrechnung über den Wein-Kauff, wann der Emer 32 Viertel hält und von 5 bis 30 Gulden erkaufft wird, wie hoch die selbige von Viertel zu Viertel zu stehen kommt“), preisen sich selbst aber als unverzichtbar: „Vorstellend verschiedene nützliche Ausrechnungen über allerhand Preiß allerley Getrayds, Getrancks, Gewichts und Interesse. Allen Rechnungs-Beamten, Castnern, inn- und ausländischen Wein-Händlern, Wein- und Bier-Schencken, Bierbrauern, Becken, sowohl als auch allen und jeden so im täglichen Handel und Wandel dergleichen vonnöthen und entweder der Arithmetic nicht kundig seyn oder ein- und anders auszurechnen nicht an der Zeit haben, zum bequemen Gebrauch wolmeinend zusammen getragen…“

Im Laufe der Zeit kamen bei den Rechenhilfsbüchern weitere für das Handelsgeschäft nützliche Tabellen hinzu, so etwa zur Zinsberechnung oder zur Umrechnung der diversen Gewichts- und Masseinheiten (wie Fuss, Zoll, Elle, Ruthe, Meter, Klafter, Schoppen, Quentchen, Fuder, Loth etc.) sowie zur Umrechnung von Währungseinheiten (von denen viele nicht-dezimal unterteilt waren), darunter preussisches sowie auch rheinisches Silbergeld, Schweizerfranken, Kronenthaler, Gulden unterschiedlicher Provenienz, sächsische Kurant, Sechsbätzner, baierische Thaler etc. Aber auch z.B. eine „Tabelle zur Berechnung des Guthabens der Dienstboten, welche unter dem Ziel den Dienst verlassen“. Aus heutiger Sicht ebenfalls etwas skurril sind Tabellen zu den „zukommenden Prädikate“ der diversen Staatsbehörden, damit diese in Briefen und Eingaben korrekt angesprochen werden – also z.B. (im „bequemen Faulenzer“ von 1843) „wohllöblich“ bei der Irrenhausdirektion, der Stempelpapierverwaltung oder der Münzverwaltung, „hochlöblich“ bei den Direktionen der Lyceen oder den Gendarmeriekommandos, „hochpreislich“ beim Armeekorpskommando oder der erzbischöflichen Curia, „verehrlich“ bei der Baukommission der Universität, „hochehrwürdig“ bei den Dekanaten, „hochverehrlich“ beim Senat der Universität, „höchstpreislich“ beim Oberhofgericht, „ehrwürdig“ bei den Pfarrämtern und „hochansehnlich“ bei den Landständen.



Ein Hülfsbuch… (3)

Auch in jüngster Zeit sparen Tabellen noch Rechenarbeit. Hier z.B. bei der Umrechnung von handgestoppten Zeiten in „Punkte“ bei den Wettkämpfen der deutschen Bundesjugendspiele nach Massgabe des Deutschen Leichtathletikverbands. Für den 100m-Lauf der Mädchen lautete die Formel: Punkte = (100 / (Messwert+0.24) - 4.0062) / 0.00656. Bei 15.0 Sekunden erzielt man also 389 Punkte, wie man leicht (oder halt eben nicht so leicht) nachrechnet bzw. in der Tabelle nachsieht. Die Formel jedes Mal anzuwenden, wäre eine Zumutung – indem das jemand einmalig für alle ausgerechnet hat, sparen sich alle anderen viel Mühe und Zeit. (Dies vor allem, da bei den entsprechenden Formeln für Weit- und Hochsprung auch noch die Quadratwurzel des Messwertes gebildet werden muss!) Bei Jungen wird übrigens 4.3410 statt 4.0062 abgezogen und durch 0.00676 statt 0.00656 dividiert – der kleinere Zähler und der grössere Nenner führen zu einer geringeren Punktezahl bei gleichen Zeiten, daher braucht es unterschiedliche Tabellen für die beiden Geschlechter. Was der Jurist Prof. Michael Sachs übrigens als verfassungswidrig einstufte, da niemand aufgrund seines Geschlechts bevorzugt oder benachteiligt werden dürfe. Er propagierte daher eine Ergänzung der Verfassung zugunsten einer bewusst unterschiedlichen Behandlung von Frauen und Männern im Sport, um die Verfassungswidrigkeit des gegenwärtigen Zustands zu beseitigen.



Wettkampfkarte in der Leichtathletik: Mädchen

Geburtsjahrgang: _____ Datum: _____ Name und Vorname: _____

Klasse/Gruppe | Riege: _____ Land: _____ Gesamtpunkte: _____

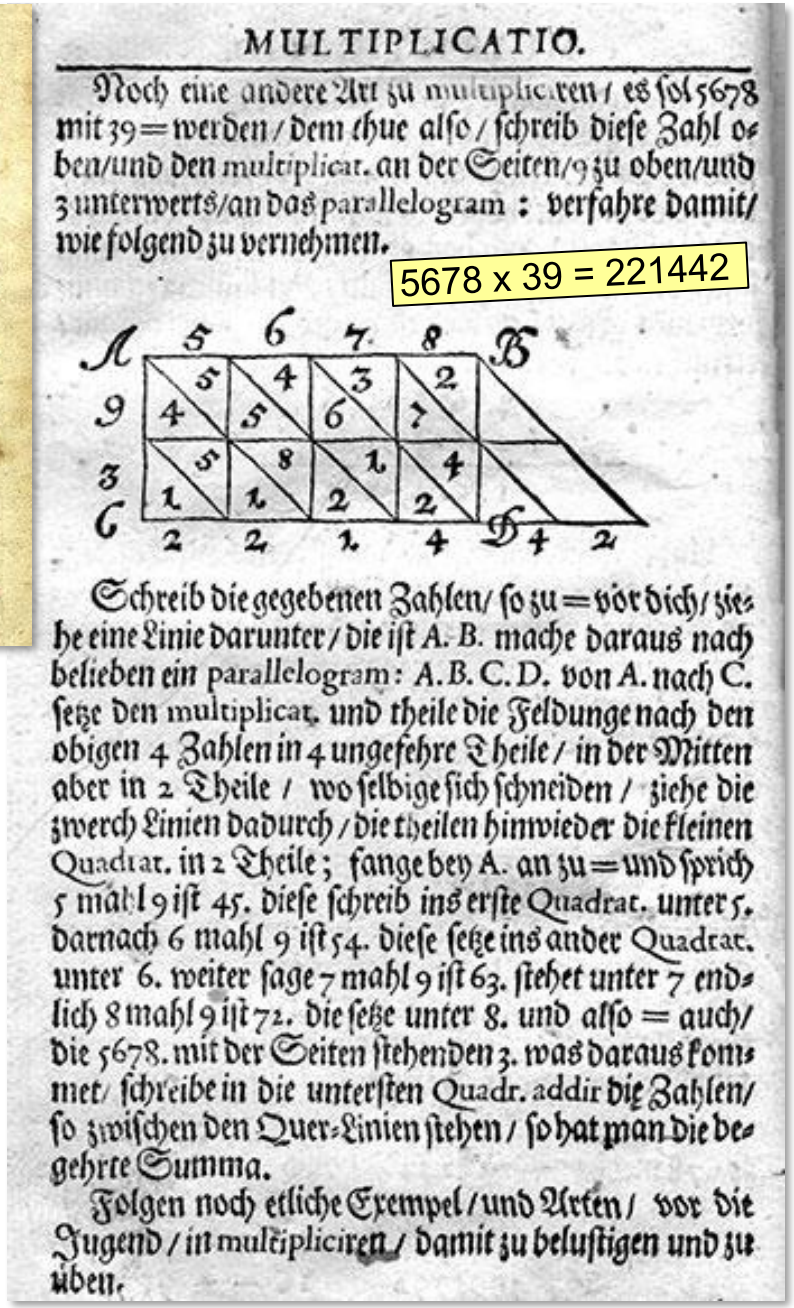
ggf. andere Ausrichter: _____ Ort: _____ ○ Teilnahmeurkunde ○ Siegerurkunde ○ Ehrenurkunde

50 Meter	13,4 2	13,3 6	13,2 10	13,1 15	13,0 19	12,9 23	12,8 28	12,7 32	12,6 37	12,5 41	12,4 46	12,3 51	12,2 56	12,1 61	12,0 66	11,9 71	11,8 76	11,7 81	11,6 87	11,5 92	11,4 98	11,3 103	11,2 109	11,1 115	11,0 121
	10,9 127	10,8 133	10,7 139	10,6 146	10,5 152	10,4 159	10,3 166	10,2 172	10,1 179	10,0 187	9,9 194	9,8 201	9,7 209	9,6 217	9,5 225	9,4 233	9,3 241	9,2 249	9,1 258	9,0 267	8,9 276	8,8 285	8,7 294	8,6 304	8,5 314
	8,4 324	8,3 334	8,2 344	8,1 355	8,0 366	7,9 377	7,8 389	7,7 401	7,6 413	7,5 426	7,4 438	7,3 452	7,2 465	7,1 479	7,0 493	6,9 508	6,8 523	6,7 538	6,6 554	6,5 571	6,4 588	6,3 605			
75 Meter	18,4 3	18,3 7	18,2 10	18,1 13	18,0 17	17,9 20	17,8 24	17,7 27	17,6 31	17,5 34	17,4 38	17,3 42	17,2 45	17,1 49	17,0 53	16,9 57	16,8 61	16,7 65	16,6 69	16,5 73	16,4 77	16,3 81	16,2 85	16,1 89	16,0 93
	15,9 98	15,8 102	15,7 107	15,6 111	15,5 116	15,4 120	15,3 125	15,2 130	15,1 135	15,0 139	14,9 144	14,8 149	14,7 154	14,6 159	14,5 165	14,4 170	14,3 175	14,2 181	14,1 186	14,0 192	13,9 197	13,8 203	13,7 209	13,6 215	13,5 221
	13,4 227	13,3 233	13,2 239	13,1 246	13,0 252	12,9 259	12,8 265	12,7 272	12,6 279	12,5 286	12,4 293	12,3 300	12,2 307	12,1 315	12,0 322	11,9 330	11,8 338	11,7 345	11,6 354	11,5 362	11,4 370	11,3 378	11,2 387	11,1 396	11,0 405
	10,9 414	10,8 423	10,7 432	10,6 442	10,5 452	10,4 462	10,3 472	10,2 482	10,1 493	10,0 503	9,9 514	9,8 526	9,7 537	9,6 549	9,5 560	9,4 573	9,3 585	9,2 598	9,1 610	9,0 624	8,9 637	8,8 651			
100 Meter	24,6 2	24,5 5	24,4 7	24,3 10	24,2 13	24,1 15	24,0 18	23,9 20	23,8 23	23,7 26	23,6 28	23,5 31	23,4 34	23,3 36	23,2 39	23,1 42	23,0 45	22,9 48	22,8 50	22,7 53	22,6 56	22,5 59	22,4 62	22,3 65	22,2 68
	22,1 71	22,0 74	21,9 77	21,8 80	21,7 84	21,6 87	21,5 90	21,4 93	21,3 97	21,2 100	21,1 103	21,0 106	20,9 110	20,8 113	20,7 117	20,6 120	20,5 124	20,4 127	20,3 131	20,2 135	20,1 138	20,0 142	19,9 146	19,8 149	19,7 153
	19,6 157	19,5 161	19,4 165	19,3 169	19,2 173	19,1 177	19,0 181	18,9 185	18,8 189	18,7 194	18,6 198	18,5 202	18,4 207	18,3 211	18,2 215	18,1 220	18,0 225	17,9 229	17,8 234	17,7 239	17,6 243	17,5 248	17,4 253	17,3 258	17,2 263
	17,1 268	17,0 273	16,9 278	16,8 283	16,7 289	16,6 294	16,5 299	16,4 305	16,3 310	16,2 316	16,1 322	16,0 327	15,9 333	15,8 339	15,7 345	15,6 351	15,5 357	15,4 363	15,3 370	15,2 376	15,1 383	15,0 389	14,9 396	14,8 402	14,7 409
	14,6 416	14,5 423	14,4 430	14,3 437	14,2 444	14,1 452	14,0 459	13,9 467	13,8 475	13,7 482	13,6 490	13,5 498	13,4 506	13,3 515	13,2 523	13,1 532	13,0 540	12,9 549	12,8 558	12,7 567	12,6 576	12,5 585	12,4 595	12,3 604	12,2 614
	12,1 624	12,0 634	11,9 644	11,8 655	11,7 666	11,6 676	11,5 687	11,4 698	11,3 710	11,2 721	11,1 733	11,0 745	10,9 757	10,8 770											

Multiplicatio

Andreas Georgius Schütz(e): Arithmetischer Wegweiser / Zu der so genanten Italiänischen Practic: Samt deroselben kurtze und gründliche Erklärung / in allerhand vorfallenden Handels Regeln solvirt. Der Schul-Jugend zum besten in Teutsch und Schwedischer Sprache.

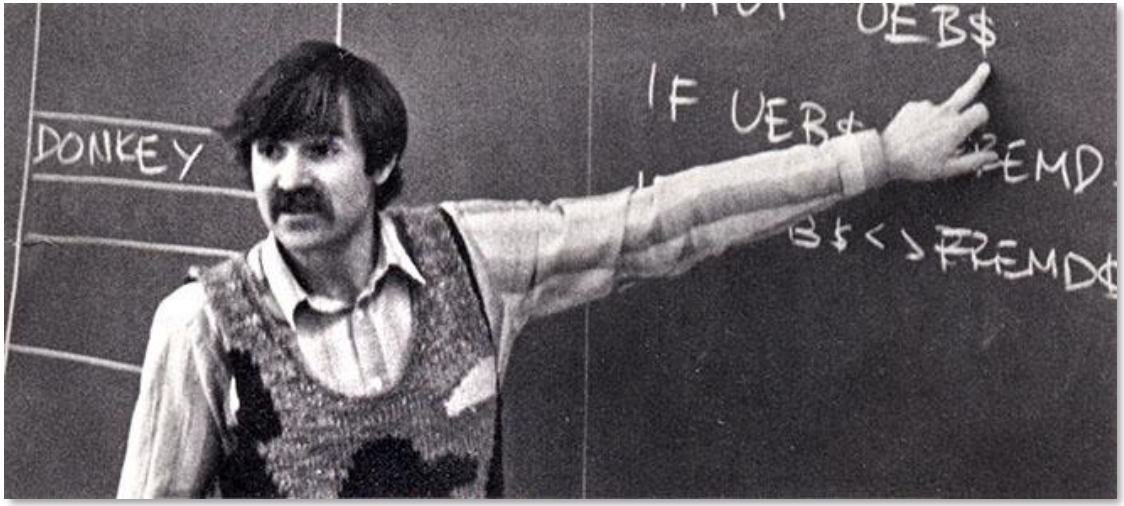

Arithmetiſcher
Wegweiſer/
Zu der
ſo genanten
Italiäniſchen
PRACTIC
Samt deroſelben kurtze und gründliche Erklärung/ in allerhand vorfallenden Handels Regeln ſolvirt/
Der Schul-Jugend zum beſten in Teutſch und Schwediſcher Sprache
heraus gegeben durch
ANDREAM GEORG. SCHÜTZEN,
Philo Mathemat. beſtalten Schreib- Rechenmeiſter und Buchhalter der Teutſchen Schulen in Stockholm.
Gedruckt in der von J. K. M. priv. Burchardiſchen Druckerey/ durch J. J. Genath. Fact.
Im Jahr deſſen Tripli + 741 iſt Radix cubica 18.


MULTIPLICATIO.
Noch eine andere Art zu multipliciren/ es ſol 5678 mit 39 = werden/ dem thue alſo/ ſchreib dieſe Zahl oben/ und den multiplicat. an der Seiten/ 9 zu oben/ und 3 unterwerts/ an das parallelogram: verfahre damit/ wie folgend zu vernehmen.
5678 x 39 = 221442
Schreib die gegebenen Zahlen/ ſo zu = vor dich/ ziehe eine Linie darunter/ die iſt A. B. mache daraus nach belieben ein parallelogram: A. B. C. D. von A. nach C. ſetze den multiplicat. und theile die Feldunge nach den obigen 4 Zahlen in 4 ungefehre Theile/ in der Mitten aber in 2 Theile/ wo ſelbige ſich ſchneiden/ ziehe die zwerch Linien dadurch/ die theilen hinwieder die kleinen Quadrat. in 2 Theile; fange bey A. an zu = und ſprich 5 mahl 9 iſt 45. dieſe ſchreib ins erſte Quadrat. unter 5. darnach 6 mahl 9 iſt 54. dieſe ſetze ins ander Quadrat. unter 6. weiter ſage 7 mahl 9 iſt 63. ſtehet unter 7 endlich 8 mahl 9 iſt 72. die ſetze unter 8. und alſo = auch/ die 5678. mit der Seiten ſtehenden 3. was daraus kommet/ ſchreibe in die unterſten Quadr. addir die Zahlen/ ſo zwiſchen den Quer-Linien ſtehen/ ſo hat man die begehrte Summa.
Folgen noch etliche Exempel/ und Arten/ vor die Jugend/ in multipliciren/ damit zu beluſtigen und zu üben.

In diesem Buch wird nochmal ein anderer Multiplikationsalgorithmus angegeben. Der Autor, Mitglied der 1690 gegründeten „Kunst-Rechnungs lieb- und übenden Societät“ in Hamburg (nur wer mindestens quadratische und kubische Gleichungen, „dabei aber auch die vornehmsten und nötigsten Fundamenta Euclidea nebst sattem Verstande numerorum irrationalium et binomiorum“ beherrschte, konnte dort Mitglied werden), war in Stockholm als Schreib- und Rechenmeister tätig. Stockholm hatte bis in die frühe Neuzeit eine mehrheitlich deutschstämmige Bevölkerung; der Handel über die Ostsee wurde seit dem 14. Jahrhundert von der Deutschen Hanse beherrscht. Mit den Kaufleuten wanderte auch die Praxis des Ziffernrechnens und der Buchhaltung im 16. Jahrhundert nach Skandinavien. Zum Erscheinungsjahr des Rechenbuches vermerkt die Titelseite: „Im Jahr dessen Tripli + 741 ist radix cubica 18“.

Kosten ≈ Zeit?

„Jede Minute kostet 33 Franken im Rechenzentrum der ICS-Corporation in Zürich. Das steht auf Schildern, welche der Schichtleiter Martin Kern überall anbringen lässt. Damit seine Operatoren ständig vor Augen haben, warum die Computer Tag und Nacht laufen müssen.“ (Limmat-Verlag, 1977)



Emil Zopfi (geb. 1943 in Wald ZH, Kindheit in Gibswil) studierte, nach einer Berufslehre bei Zellweger AG in Uster zum Fernmelde- und Elektroapparatemonteur, Elektrotechnik am Technikum Winterthur und arbeitete als Programmierer und Systemingenieur am Institut für Physikalische Chemie der ETH Zürich, bei Siemens in Karlsruhe und bei IBM in Zürich.

Kosten ≈ Zeit?

„Jede Minute kostet…" heisst der Titel der Taschenbuchausgabe in Deutschland. Die 33 Franken musste man weglassen, nicht nur, weil Computerleistung in der Zwischenzeit billiger geworden ist, sondern weil in Deutschland „Franken" keine Währungseinheiten sondern Menschen der Region „Franken" im Nordwesten Bayerns sind.

Emil Zopfi:
Nachwort nach 25 Jahren

Der Schriftsteller Otto F. Walter bezeichnete in einer Fernsehrezension das vorliegende Buch als «Frühwarnsystem», als «ferner junger Verwandter jenes Homo Faber, mit dem Max Frisch 1959 die Frage nach der Verantwortung des Technikers für unsere Gesellschaft warnend gestellt hat». «Jede Minute kostet 33 Franken» erschien am 1. Mai 1977 in einer Zeit, als Computer noch grosse und teure Anlagen waren, nur wenigen Spezialisten zugänglich und verständlich.

Es ist die alte Welt der elektronischen Datenverarbeitung, die ich in diesem Roman gestaltete, weitgehend aus eigener Erfahrung und im Bewusstsein, dass sich hier eine Technologie und Kultur entwickelt, die in Zukunft die Gesellschaft radikal verändern wird. Ich wollte von dem Unbekannten erzählen, das ich kannte und von dem ich überzeugt war, dass es schon bald das Leben und den Alltag vieler bestimmen werde. Die Technologie war noch so fremd, dass der Limmat Verlag das Wort «Computer» im Titel vermeiden wollte, da es zu wenig geläufig sei. Das Buch begründete auch das literarische Programm des Verlags.

Nach einem Vierteljahrhundert sind Computer nun aller Welt bekannt, viele Menschen nutzen sie privat und im Beruf. Die ökonomischen und politischen Folgen sind tiefgreifend, die weltweite Vernetzung der Wirtschaft, oft «Globalisierung» genannt, wäre ohne Computertechnologie undenkbar. In diesem Sinne ist die Bezeichnung «Frühwarnsystem» sicher treffend. www.zopfi.ch/0e/Minute.html

Elementaroperationen

- Wir haben mit der altägyptischen Multiplikationsmethode die Multiplikation auf die Addition zurückgeführt

a	b
6	9
~~12~~	~~4~~
~~24~~	~~2~~
48	1
54	

- Elementaroperationen waren dabei
  - Halbieren
  - Verdoppeln
  - Test auf gerade / ungerade (bzw. =1)

- Könnte man auf diese Elementaroperationen evtl. verzichten und mit noch weniger Grundrechenkenntnissen auskommen?
  - Ja: Diese lassen sich durch sich selbst rekursiv definieren und benötigen sonst nur noch das Inkrementieren (+1) und Dekrementieren (-1)

→ nächste Seite

Die drei Operationen als rekursive Funktionen:

```
static boolean gerade(int x){
  if (x == 0) return true;
  return !gerade(x-1);
}
```

Negation

Der Wertebereich sei $\mathbb{N}^0$

Datentyp aus den beiden Werten `true` und `false`

```
static int verdopple(int x){
  if (x == 0) return 0;
  return 2 + verdopple(x-1);
}
```

```
static int halbiere(int x){
  if (x == 0) return 0;
  if (x == 1) return 0;
  return 1 + halbiere(x-2);
}
```

Was ergibt Halbieren ungerader Zahlen?

Statt -2 (bzw. +2) könnten wir sogar -1-1 bzw. +1+1 schreiben. Man braucht also eigentlich nur eine Maschine, die inkrementieren und dekrementieren kann (sonst keine Arithmetik) und würde z.B. schreiben:

```
return incr(halbiere(decr(decr(x))))
```

Ein funktionales Programm

- Die Multiplikationsfunktion f sieht dann so aus:

Keine Schleifen

```
static int f(int a, int b){
  if (b == 0) return 0; // Rekursionsende bei b = 0
  if gerade(b) return f(verdopple(a),halbiere(b));
  else return add(a, f(verdopple(a),halbiere(b)));
}
```

Keine Wertzuweisung an Variablen

Die Methode `add` rekursiv formuliert als Übungsaufgabe

- Das ganze erscheint etwas gekünstelt und unnötig komplex
  - Es soll hier auch nur das Prinzip illustrieren: Rekurs auf immer einfachere Situationen und Bausteine (und was sind die „Atome"?)
  - Algorithmus ist hier im „funktionalen" Stil implementiert

Funktionaler Programmierstil

- Man kommt tatsächlich im Prinzip stets ohne explizite Zuweisungen und ohne Schleifen aus!
  - Man könnte gewissermassen jedes Programm auch einfach in Form einer „mathematischen Funktion“ hinschreiben

- Konsequent umgesetzt ist dies bei funktionalen Programmiersprachen (z.B. Lisp): im Gegensatz zu „imperativen Programmiersprachen“ (wie z.B. Java) enthalten diese
  - Keine Variablen (d.h. „Speicherzellen“), die im Programmablauf unterschiedliche Werte zugewiesen bekommen können
  - Keine Schleifen – erscheint sowieso weitgehend nutzlos, wenn es keine Wertzuweisungen gibt!

Ist Dekrementieren elementar?

Omnibus ex nihilo ducendis sufficit unum. -- G.F. Leibniz.

- Kann man einer Maschine, die nur Vorwärtszählen („incr") kann, das Rückwärtszählen „per Programm" beibringen?
- Ja, wir benutzen dazu eine rekursive Hilfsmethode h:

```
static int h(int x, int y){
   if (x == incr(y)) return y;
   else return h(x, incr(y));
}
```

Bei $y \geq x$ terminiert die Methode nicht; das ist für unseren Zweck aber irrelevant

- Ein Aufruf h(5, 4) liefert offenbar 4
- Allgemein: h(u, u-1) liefert u-1
- Der Aufruf h(5, 3) führt zu h(5, 4) in der Rekursion
- Also liefert **h(u, 0)** schliesslich h(u, u-1) = **u-1** (für u > 0)

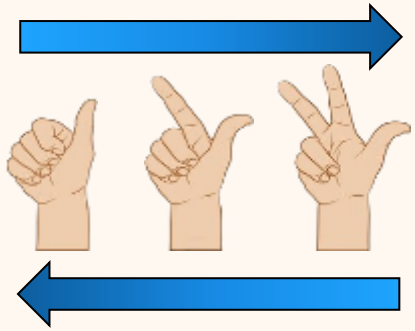
Ist Dekrementieren elementar? (2)

- Wegen h(u,0) = u-1 lässt sich decr (für z ∈ $\mathbb{N}^0$) so definieren:

```
static int decr(int z){
   if (z == 0) return 0;
   return h(z,0);
}
```

Da wir im Bereich der natürlichen Zahlen bleiben wollen (und nicht ins Negative rutschen wollen), ist decr(0) als 0 definiert.

- Rückwärtszählen lässt sich durch Vorwärts-zählen „simulieren" bzw. implementieren!
  - Erstaunlich?



- → Fragestellung der theoretischen Informatik: Was muss ein Computer („in Hardware") mindestens können, damit er (mit geeigneter Software) als „Universalrechner" funktioniert?

Langsame Multiplikation beschleunigen?

- Wir nehmen nochmal einen frischen Anlauf bei der Multiplikation, für die nach Definition gilt: $n \times a = \underbrace{a + a + \ldots + a}_{\text{n-mal}} = \underbrace{(a + a + \ldots)}_{\text{(n-1)-mal}} + a = (n-1) \times a + a$ (für $n \geq 1$)

- Dies kann man direkt in eine rekursive Methode umsetzen:

```
static int f(int n, int a){
  if (n == 1) return a;
  return f(n-1,a) + a;
}
```

```
if (n%2 == 0) // Abkz.
    return f(n/2,a*2);
```

- Aber können wir die Sache nicht abkürzen, indem wir n/2 mit dem Doppelten von a multiplizieren, falls n eine gerade Zahl ist?
  - Denkübung: (1) Wieviel bringt diese Abkürzung?
  - (2) Wir fordern n≥1, aber darf a negativ oder 0 sein?

Verallgemeinerung der altägypt. Multiplikation (1)

Das Prinzip der altägyptischen Multiplikation $a \times b$ kann man auch so verstehen:

- Die Zahl b lässt sich als $b = 2c + k$ mit $k \in \{0, 1\}$ schreiben
- Dann ist $a \times b = a \times (2c + k) = 2(a \times c) + a \times k$
  - wobei c nur noch etwa halb so gross wie b ist und
  - k bestimmt, ob a hinzuaddiert wird (k = 1) oder nicht (k = 0)
- Das „kleinere Problem" $a \times c$ wird dann rekursiv gelöst

→ „Fortgesetztes Verdoppeln und gelegentliches Addieren"

```
a = 2 * a;
```

```
if ... z = z + a;
```

(„double and add")

Verallgemeinerung der altägypt. Multiplikation (2)

- Ganz analog kann nun auch die Potenz a^b berechnet werden:

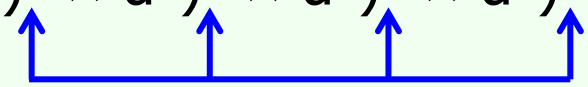
  $a^b = a^{2c + k} = (a^c)^2 \times a^k$ [mit a^k entweder 1 oder a, da $k \in \{0, 1\}$]

- Dies kann man auch ein bisschen anders wie folgt darstellen:
- Angenommen, wir wollen a^b mit b = 13 berechnen, also a^{13}. Gemäss dem Horner-Schema kann die Dualdarstellung $1101 = \mathbf{1} \times 2^3 + \mathbf{1} \times 2^2 + \mathbf{0} \times 2^1 + \mathbf{1} \times 2^0$ von 13 so ausgewertet werden:

  $13 = ((((0) \times 2 + \mathbf{1}) \times 2 + \mathbf{1}) \times 2 + \mathbf{0}) \times 2 + \mathbf{1}$

- Es ist also $a^{13} = a^{((((0) \times 2 + \mathbf{1}) \times 2 + \mathbf{1}) \times 2 + \mathbf{0}) \times 2 + \mathbf{1}}$, und unter Anwendung der Regeln für die Potenzrechnung ergibt sich:

  $a^{13} = ((((a^0)^2 \times a^{\mathbf{1}})^2 \times a^{\mathbf{1}})^2 \times a^{\mathbf{0}})^2 \times a^{\mathbf{1}}$ [mit $a^0 = 1$ und $a^1 = a$]



→ „Fortgesetztes Quadrieren und gelegentliches Multiplizieren“

Entsprechendes Rekursionsprinzip:

$$x^n = \begin{cases} (x^2)^{n/2}, & \text{falls n gerade} \\ x(x^2)^{(n-1)/2}, & \text{falls n ungerade} \end{cases}$$

Verallgemeinerung der altägypt. Multiplikation (3)

- Allgemein gilt (für $b \geq 1$): $a^b = (a^{\lfloor b/2 \rfloor})^2 \times a^{(b \bmod 2)} = (a^2)^{\lfloor b/2 \rfloor} \times a^{(b \bmod 2)}$. Statt b Multiplikationen bei „naiver" Berechnung von a^b sind nur ca. $\log_2 b$ Halbierungen und max. $2 \log_2 b$ Multiplikationen nötig – eine gewaltige Verbesserung!

- In seinem Werk „The art of computer programming, Vol. 2, Seminumerical algorithms" leitet Donald Knuth daraus ein konstruktives Verfahren für x^n ab:

  „Write n in the binary number system (suppressing zeros at the left). Then replace each "1" by the pair of letters SX, replace each "0" by S, and cross off the "SX" that now appears at the left. The result is a rule for computing x^n, if "S" is interpreted as the operation of squaring, and if "X" is interpreted as the operation of multiplying by x. For example, if n = 23, its binary representation is 10111; so we form the sequence SX S SX SX SX and remove the leading SX to obtain the rule SSXSXSX. This rule states that we should *square, square, multiply by x, square, multiply by x, square, and multiply by* x; in other words, we should successively compute x^2, x^4, x^5, x^{10}, x^{11}, x^{22}, x^{23}."

  Knuth erwähnt auch, dass das Verfahren über 2000 Jahre alt ist: „The method is quite ancient; it appeared before A.D. 400 in Pingala's Hindu classic Chandaḥśāstra. There seem to be no other references to this method outside of India during the next several centuries, but a clear discussion of how to compute 2^n efficiently for arbitrary n was given by al-Uqlīdisī of Damascus in A.D. 952 where the general ideas are illustrated for n = 51."

Verallgemeinerung der altägypt. Multiplikation (4)

- Schnelle binäre Exponentiation („square & multiply“): Die Idee kann man nun benutzen, um „schnell“ Potenzen mit grossen ganzzahligen Exponenten zu berechnen: Der Exponent wird schrittweise halbiert und die Basis quadriert, dabei werden die Potenzen mit ungeraden Exponenten „aufmultipliziert“. (Beim Potenzieren in einem *Restklassenring* bildet man nach jeder Rechenoperation gleich den *Rest*, um so zu verhindern, dass die berechneten Zahlen zu gross werden.) Die schnelle *modulare* Exponentiation (bzw. „diskrete Exponentialfunktion“) ist für die Kryptographie zentral; die Umkehrfunktionen (diskreter Logarithmus; Wurzel) können i.Allg. nicht „schnell“ berechnet werden (→ „Einwegfunktion“).
- Das Verfahren wird zum Beispiel bei der RSA-Verschlüsselung zur Berechnung von $a^b \bmod M$ angewendet; in Chipkarten spielt dabei zur Authentifizierung der Karte der intern gespeicherte geheime Schlüssel b die Rolle des Exponenten. Hacker könnten durch genaues Messen der Zeit („timing attack“) und der Energie („power analysis“), die ein Schleifendurchlauf benötigt, so allerdings herausfinden, ob der „if-Zweig“ bei „if ungerade (b)“ ausgeführt wird oder nicht, und damit darauf schliessen, ob die jeweilige Bitstelle des geheimen Schlüssels eine 0 oder eine 1 ist; auf diese Art würde schliesslich schrittweise der ganze Geheimschlüssel verraten! Erläuterung dazu („Seitenkanalangriff“) folgt gleich.

Von der altägyptischen Multiplikation zur schnellen Exponentiation a^b

```
// Schnelle Exponentiation
static int f(int a, int b)
{ int z = 0;        // 1; neutr. Element
  while (b > 0)
  { if ungerade(b)
      z = z + a;    // z * a; mult. statt add.
    b = b / 2;
    a = a + a;      // a * a; quadrieren statt verdoppeln
  }
  return z;
}
```

Der Algorithmus ist auch unter „square and multiply“ bekannt.

Eine häufige Anwendung ist das Potenzieren modulo m.

Bei a^b mod m wird bei jedem Quadrieren und Multiplizieren gleich mod m gerechnet, damit die Zwischenergebnisse nicht zu gross werden; hierfür existieren wiederum spezielle Algorithmen, die effizient bzgl. Zeit und Platz sind.

- Es wird jetzt die Potenz a^b (statt dem Produkt $a \times b$) berechnet
  - Formaler Korrektheitsbeweis völlig analog zur altägyptischen Multiplikation!
- Der Algorithmus ist für die Kryptographie hochrelevant, dort wird a^b (mod m) oft für sehr grosse Parameter (> 1000 Bits) benötigt; erst mit so grossen Zahlen werden die Verfahren sicher
  - → Effizienz wichtig, weitere Beschleunigung evtl. durch spezielle Hardware

Schnelle („binäre“) Multiplikation und Exponentiation nochmal anders betrachtet:

$$a \times b \overset{\text{Def.}}{=} \underbrace{a + \underbrace{a + a + \ldots + a}_{\text{(b-1)-Mal}}}_{\text{b-Mal}}$$

- Die Multiplikation kann entsprechend so für a, b ∈ $\mathbb{N}^+$ rekursiv berechnet werden:

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{falls } b = 1 \\ \xleftarrow{\text{optionaler Booster}} & f(2a, b/2) \text{ falls } b \text{ gerade} \\ a + f(a, b-1) & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Trick der altägyptischen Multiplikation!

- Die Exponentiation in analoger Weise so:

Statt b zu dekrementieren, reduziert der Booster b durch Halbieren viel schneller

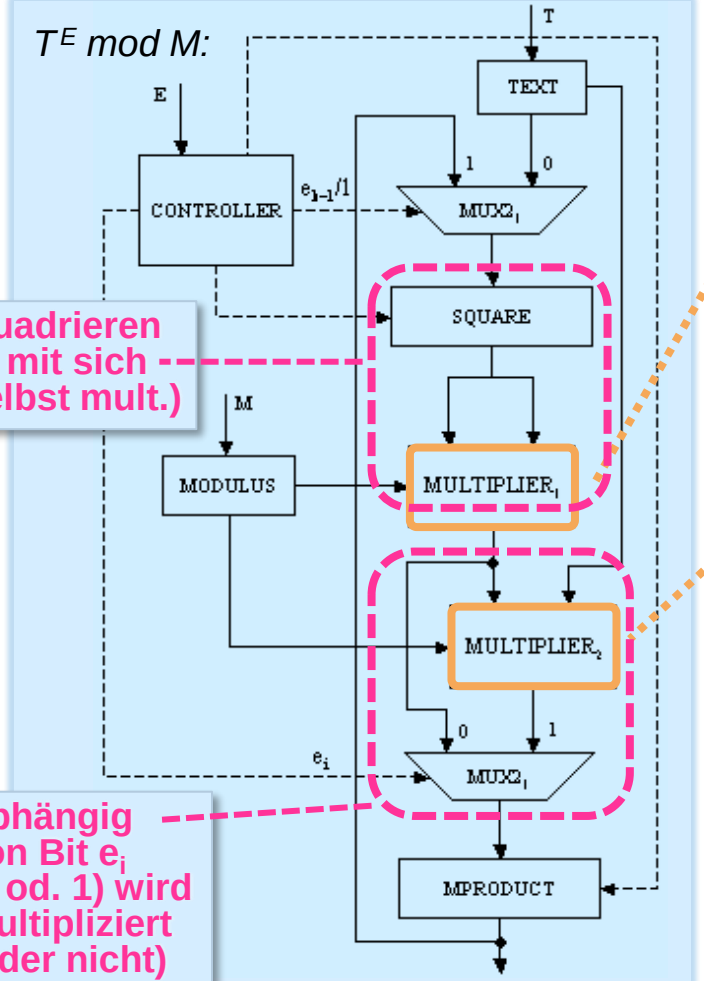
$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{falls } b = 1 \\ \xleftarrow{\text{optionaler Booster}} & f(a^2, b/2) \text{ falls } b \text{ gerade} \\ a \times f(a, b-1) & \text{sonst} \end{cases}$$

Denn $a^b = (a^2)^{b/2}$

Schnelle Exponentiation in Hardware

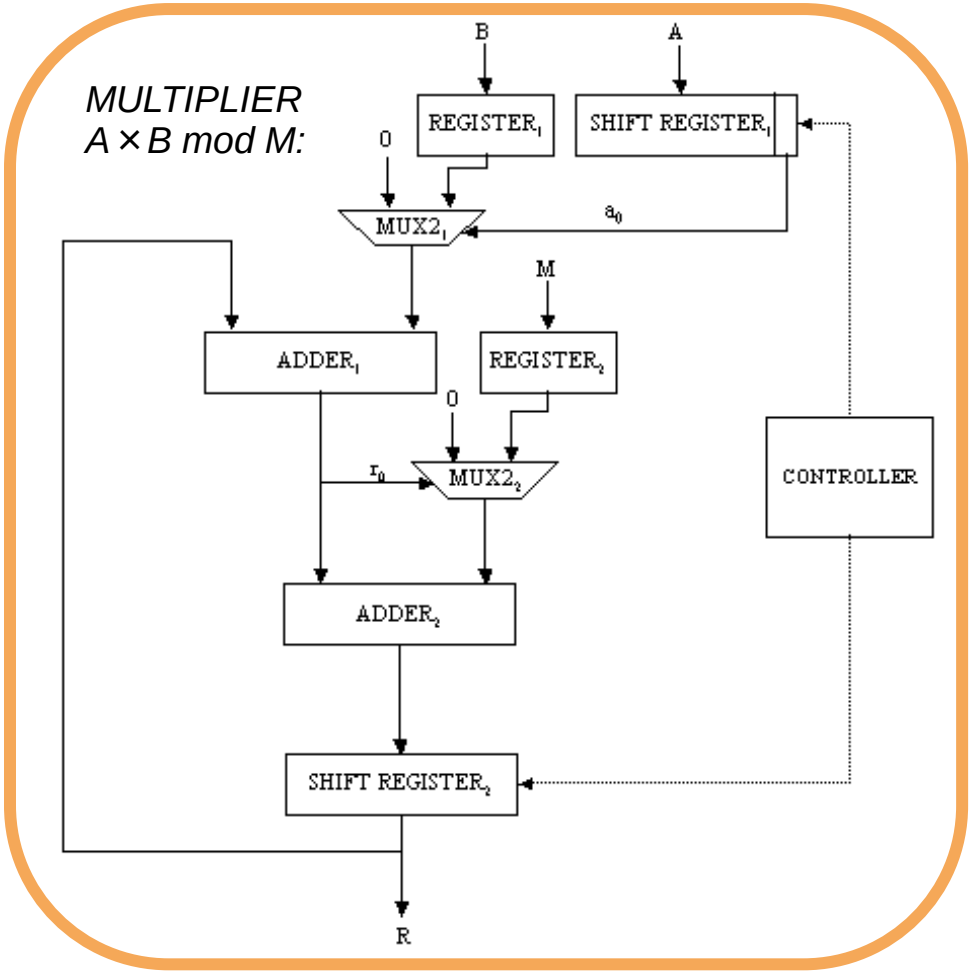
Z.B. als Koprozessor oder als digitale Schaltung in Chipkarten

- *Cryptographic acceleration engine* mit Wortlängen von mehreren 1000 Bits



Quadrieren (= mit sich selbst mult.)

Abhängig von Bit e_i (0 od. 1) wird multipliziert (oder nicht)

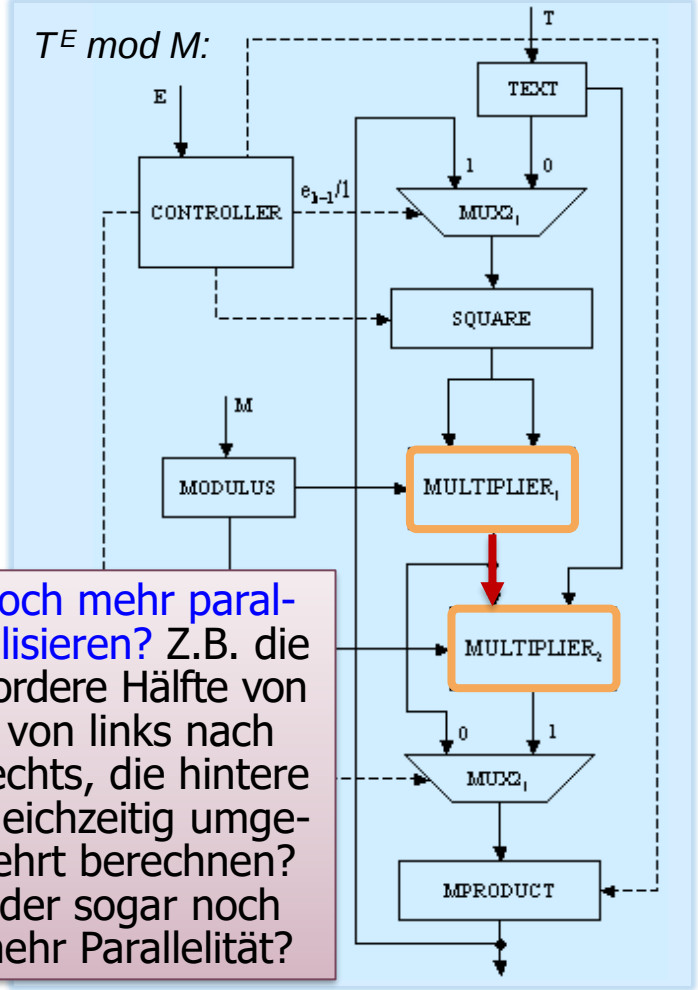


N. Nedjah: Software/Hardware Co-Design of Efficient and Secure Cryptographic Hardware, J-jucs, 2005, Vol 11 No 1, 66-82

Schnelle Exponentiation in Hardware

Z.B. als Koprozessor oder als digitale Schaltung in Chipkarten

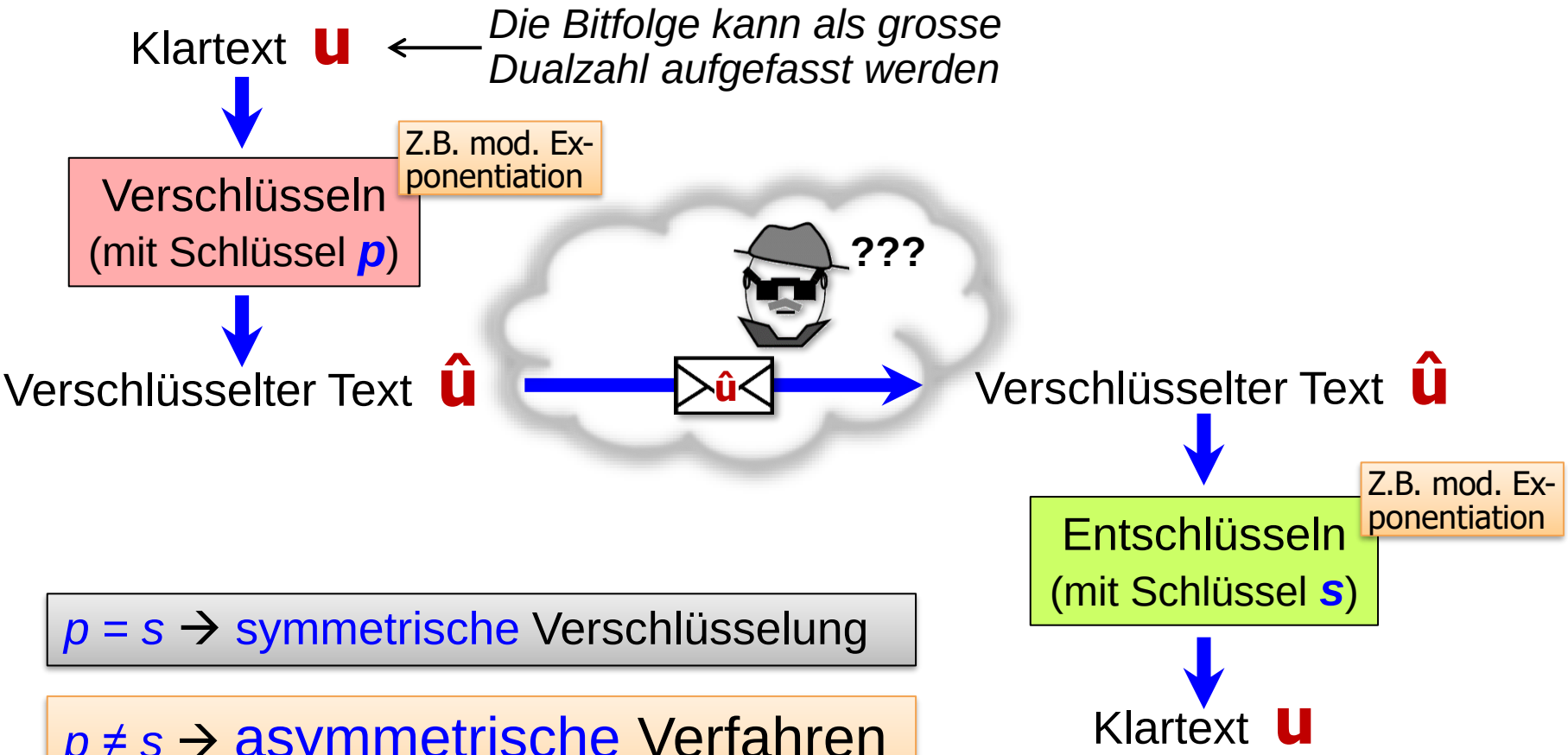
- *Cryptographic acceleration engine* mit Wortlängen von mehreren 1000 Bits



Noch mehr parallelisieren? Z.B. die vordere Hälfte von B von links nach rechts, die hintere gleichzeitig umgekehrt berechnen? Oder sogar noch mehr Parallelität?

- Die Schaltung enthält einen Signalpfad von Multiplier 1 (Quadrierung) zu Multiplier 2.
- Dies bedeutet eine Datenabhängigkeit, sodass die beiden Multiplizierer nicht parallel arbeiten können.
- Der weiter vorne gezeigte Algorithmus „most significant bit" enthält tatsächlich im Schleifenkörper diese Abhängigkeit:
  - `z = (z*z)% M;`
    `if (…) z = (z*a)% M;`
- Bei „unserer" Variante hingegen könnten die beiden Multiplikationen gleichzeitig in einem einzigen Takt durchgeführt werden:
  - `if (…) z = (z*a) % M;`
    `…`
    `a = (a*a)% M;`

Verschlüsseln in der Kryptographie

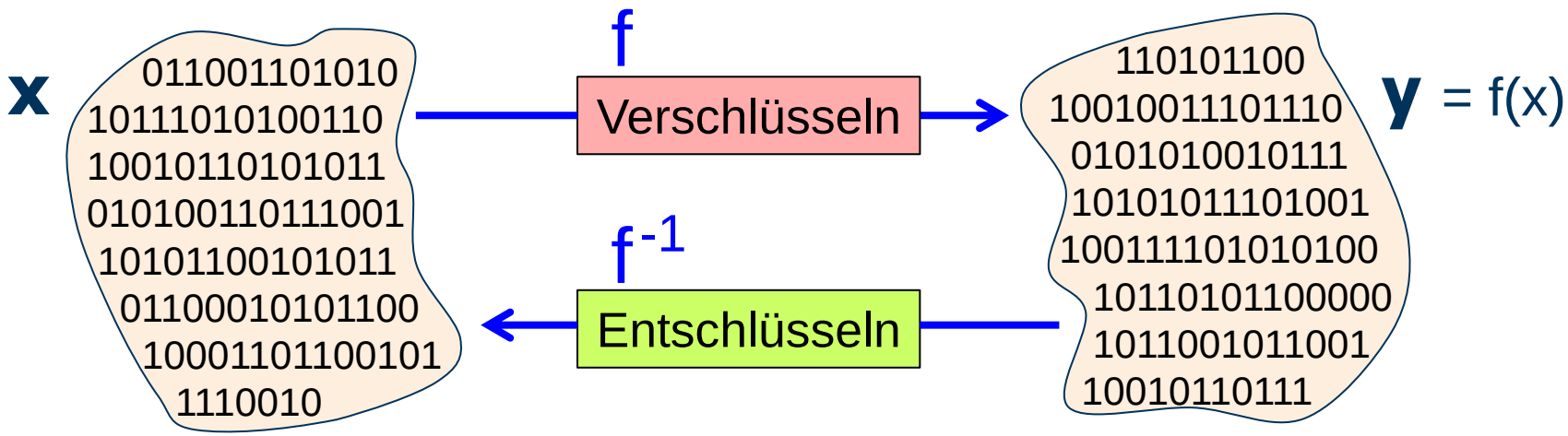


$p = s$ → symmetrische Verschlüsselung

$p \neq s$ → asymmetrische Verfahren
(„Public-Key“: vielseitiger und mächtiger)

Verschlüsseln als Bijektion auf $\{0,1\}^n$

- f bijektiv auf $\{0,1\}^n$
  - Für n >> 1000



- Geeignet: $\mathbf{f(x) = x^p \bmod m;\ \ f^{-1}(y) = y^s \bmod m}$
  - Mit zueinander passenden *p*, *s* (und *m* in der Grössenordnung 2^n)
  - Notwendig: Effiziente Exponentiation für sehr grosse Operanden
  - Klartext *x* lässt sich nicht (in ausreichend effizienter Weise) nur aus dem verschlüsseltem Text x^p und *p* ermitteln; d.h., die Funktion $x^p \bmod m$ lässt sich nicht einfach umkehren – Kenntnis von *s* ist dafür notwendig

Verschlüsseln mit dem RSA-Verfahren

Rivest, Shamir, Adleman, 1978

- Verschlüsseln von Nachrichten nach dem Public-Key-Prinzip

Sicherheit beruht darauf, dass für die Primfaktorzerlegung grosser Zahlen sowie die Umkehrfunktionen der Exponentiation in $\mathbf{Z}_m$ keine effizienten Algorithmen bekannt sind (hier nicht weiter ausgeführt)

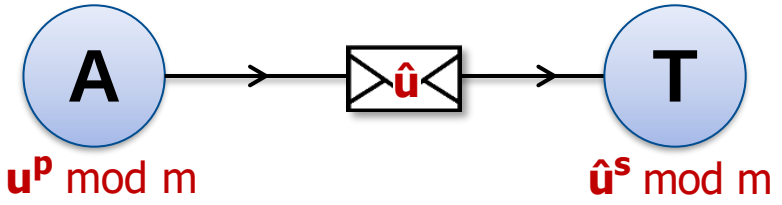
- Für jeden Teilnehmer T gibt es ein Schlüsselpaar (p, s)
  p – public key für T (kennt jeder!)
  s – secret key von T (kennt nur T; z.B. in einer Chipkarte von T enthalten)

p, q und m werden passend zueinander (ausgehend von grossen zufälligen Primzahlen) so bestimmt, dass die unten angegebenen Operationen Ver- / Entschlüsseln invers zueinander sind.

- Verschlüsseln einer Nachricht u für T: $\hat{u} = u^p \bmod m$

Mod. Exponentiation!

- „Offenes" Verschicken der verschlüsselten Nachricht û an T
  - Denn niemand kann û (ohne Kenntnis von s) entziffern (hier ohne Beweis)



- Entschlüsseln von û durch T analog: $u = \hat{u}^s \bmod m$

Mod. Exponentiation!

Aha! Der secret key als Exponent!

Dass $(u^p)^s = u \pmod m$ für geeignete p und s, wäre noch zu klären!

Seitenkanalangriff

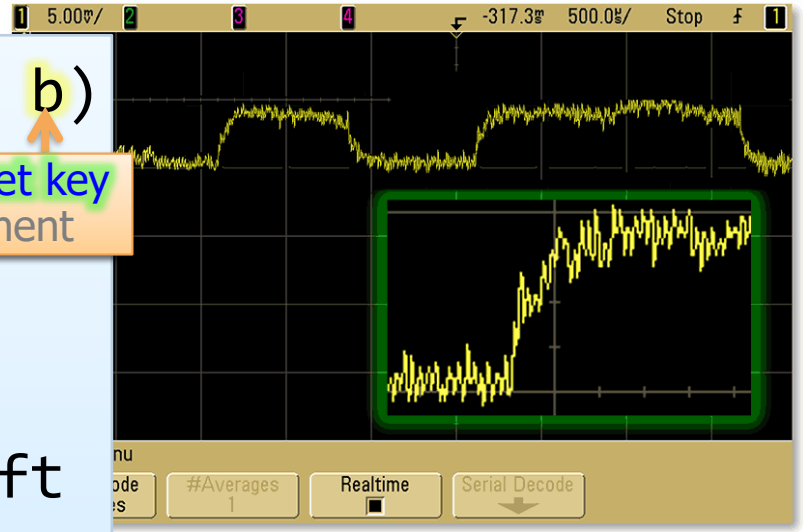
Der secret key s dient auch für Zwecke wie Authentifizierung, digitale Signatur,...

Seitenkanalangriff auf Chipkarten bei a^b

Unser Programm für a^b

```
static int f(int a, int b)
{ int z = 1;
  while (b > 0)
  { if ((b & 1) == 1)
    // ist re. Bit 1?
M       z = z * a;
    b = b / 2; // r-shift
S   a = a * a;
  }
  return z; // = a^b
}
```

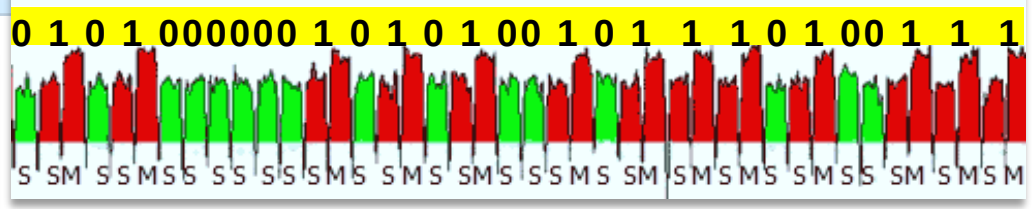
Der secret key als Exponent



http://en.wikipedia.org/wiki/Side-channel_attack

Wir messen den elektr. Strom über die Zeit (Oszilloskop)

S = Square (grün), SM = zusätzlich Multiply (rot)

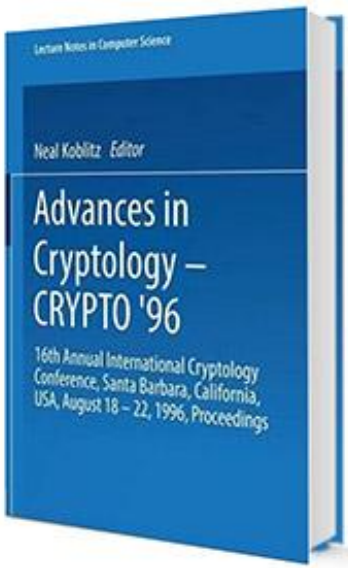


http://m.eet.com/media/1109840/Fig1.jpg

L'attaque par la simple mesure de la consommation était bien connue avant sa publication par Paul Kocher. […] Nous avions effectué deux campagnes de mesure, l'une en 1989, l'autre en 1992. Nos directeurs étaient tellement effrayés qu'ils détruisirent les documents en nous interdisant formellement d'en parler. [J-J Quisquater: Comment la crypto fut introduite dans la carte à puce, 2012]

Es wird nicht das Verfahren selbst angegriffen; es werden hingegen Schwachstellen einer Implementierung ausgenutzt, sodass der secret key der „black box" offenbar wird.

Paul C. Kocher: Timing attacks on implementations of Diffie-Hellman, RSA, DSS, and other systems. In: *Annual International Cryptology Conference* — CRYPTO '96. Springer, LNCS 1109, 1996, pp. 104-113



Timing Attacks on Implementations of Diffie-Hellman, RSA, DSS, and Other Systems

Paul C. Kocher

Cryptography Research, Inc.
607 Market Street, 5th Floor, San Francisco, CA 94105, USA.
E-mail: paul@cryptography.com.

Abstract. By carefully measuring the amount of time required to perform private key operations, attackers may be able to find fixed Diffie-Hellman exponents, factor RSA keys, and break other cryptosystems. Against a vulnerable system, the attack is computationally inexpensive and often requires only known ciphertext. Actual systems are potentially at risk, including cryptographic tokens, network-based cryptosystems, and other applications where attackers can make reasonably accurate timing measurements. Techniques for preventing the attack for RSA and Diffie-Hellman are presented. Some cryptosystems will need to be revised to protect against the attack, and new protocols and algorithms may need to incorporate measures to prevent timing attacks.

Keywords: timing attack, cryptanalysis, RSA, Diffie-Hellman, DSS.

1 Introduction

Cryptosystems often take slightly different amounts of time to process different inputs. Reasons include performance optimizations to bypass unnecessary operations, branching and conditional statements, RAM cache hits, processor instructions (such as multiplication and division) that run in non-fixed time, and a wide variety of other causes. Performance characteristics typically depend on both the encryption key and the input data (e.g., plaintext or ciphertext). While

Angriffe auf Chipkarten und Sicherheitshardware

Matus Nemec, Marek Sys, Petr Svenda, Dusan Klinec and Vashek Matyas: The Return of Coppersmith's Attack: Practical Factorization of Widely Used RSA Moduli. In: *24th ACM Conference on Computer and Communications Security* — CCS'2017, 1631-1648.

Immer wieder werden Methoden entdeckt, mit denen die Sicherheit von Chipkarten und Sicherheitshardware in Geräten (z.B. zur Verschlüsselung vertraulicher Kommunikation, bei WLAN-Routern, aber auch bei elektronische Ausweisen etc.) kompromittiert wird – wobei die betroffenen Devices evtl. seit Jahren millionenfach verbreitet sind und nicht einfach ausgetauscht werden können. Hier ein Beispiel aus dem Jahr 2017 mit einem kurzen Textauszug:

A newly discovered vulnerability in generation of RSA keys used by a software library adopted in cryptographic smartcards, security tokens and other secure hardware chips manufactured by Infineon Technologies AG allows for a practical factorization attack, in which the attacker computes the private part of an RSA key. The attack is feasible for commonly used key lengths, including 1024 and 2048 bits, and affects chips manufactured as early as 2012, that are now commonplace. The vulnerable chips are pervasive and not necessarily sold directly by Infineon Technologies AG, as the chips can be embedded inside devices of other manufacturers.

Our attack is not based on any weakness in a random bit generator or any additional side-channel information. Instead, the attack utilizes the specific structure of the primes as generated by Manufacturer's on-chip cryptographic library. We had access neither to the RSALib's source code nor to the object code (since it is stored only in the secure on-chip memory and is not extractable), and the whole analysis was performed solely using RSA keys generated and exported from the Manufacturer's cards and tokens.

Chipkarten und Sicherheit

Historische Notiz

„In ihrer Frühzeit in den 1980er-Jahren galt die Chipkarte als unangreifbar und genoss absolutes Vertrauen – so sehr, dass man dem Publikum eine Menge Geld auf einem Silbertablett anbot. Anlässlich einer großen Ausstellung in Brüssel um das Jahr 1985 herum erwog ein Direktor von Philips, einige zehntausend Chipkarten an die Besucher zu verteilen mit dem Versprechen, dem ersten, der die vierstellige Geheimzahl seiner Karte finde, eine Million Dollar auszuzahlen. Da die Chance, die richtige Zahl durch Zufall zu erraten, 1 zu 10 000 beträgt, wäre dieses Ereignis praktisch mit Sicherheit eingetreten, aus rein statistischen Gründen. Mit der Qualität der Karte hätte das nichts zu tun gehabt. Das trug einer von uns (Quisquater) dem Direktor vor – und der glaubte es nicht!

Er ließ erst von seinem Vorhaben ab, als ich ihm zeigte, dass man tatsächlich den Kode der Karte knacken kann. Das gelingt mit einem Verfahren, das wir zusammen mit Louis Guillou, einem der Pioniere auf dem Gebiet der Chipkartensicherheit, gefunden hatten. Man stecke die Karte in ein geeignet präpariertes Lesegerät, gebe probeweise eine erste Ziffer ein, wenn der Chip die PIN anfordert, messe mit einem Oszilloskop die Zeit, die der Chip zur Verarbeitung dieser Information benötigt – und unterbreche genau im richtigen Moment die Stromzufuhr, bevor der Chip seinen Fehlversuchszähler um eins hochsetzt. Damals brauchte der Chip nämlich für die korrekte Ziffer weniger Rechenzeit als für eine falsche. Hatte man so durch Probieren die erste Ziffer gefunden, bestimmte man die folgenden Ziffern nacheinander auf dieselbe Weise. Die Büchse der Pandora war geöffnet.“ *[Jean-Jacques Quisquater, Jean-Louis Desvignes: Wie sicher ist die Chipkarte? Spektrum der Wissenschaft, März 2017, 56-64.]*

https://i.skyrock.net/0395/19590395/pics/2785430140_1.jpg

Modulare Exponentiation in der Kryptographie – Ein Angriff auf den Secret Key per Radio

Stealing Keys from PCs using a Radio:
Cheap Electromagnetic Attacks on Windowed Exponentiation

(extended version)

Daniel Genkin

Lev Pachmanov
Tel Aviv University
levp@post.tau.ac.il

Itamar Pipman

Eran Tromer
Tel Aviv University
tromer@tau.ac.il

ed February 27, 2015
dated March 2, 2015

We managed to use a plain consumer-grade radio receiver to acquire the desired signal ... After appropriate tuning, all that remained was to record the radio's headphone jack output, and digitally process the signal.

...whenever the decryption routine encounters particular bit patterns in the secret key, intermediate values occur with a special structure that causes observable fluctuations in the electromagnetic field. Through suitable signal processing and cryptanalysis, the bit patterns and eventually the whole secret key are recovered.

We demonstrate the attacks' feasibility by extracting keys from GnuPG, in a few seconds, using a nonintrusive measurement of electromagnetic emanations from laptop computers.

Die Gedanken sind „frei“...

Die Teilnehmer an Haynes Experimenten bekamen zwei Zahlen gezeigt, und jeder sollte entscheiden, ob er diese addieren oder voneinander abziehen wollte. Eine Computersoftware analysierte die Aktivitätsmuster, die während des Entscheidungsprozesses in einer Region des Stirnhirns, dem präfrontalen Kortex, auftraten. Je nach geplanter Rechenoperation sahen diese etwas unterschiedlich aus. Hatte der Computer einmal gelernt, welches Muster mit welcher Entscheidung einherging, konnte er mit einer Genauigkeit von 70 Prozent erkennen, ob die Versuchsperson eine Addition oder eine Subtraktion plante.

Bild der Wissenschaft, „Einblick in unsere Gedanken“, 28. 4. 2015

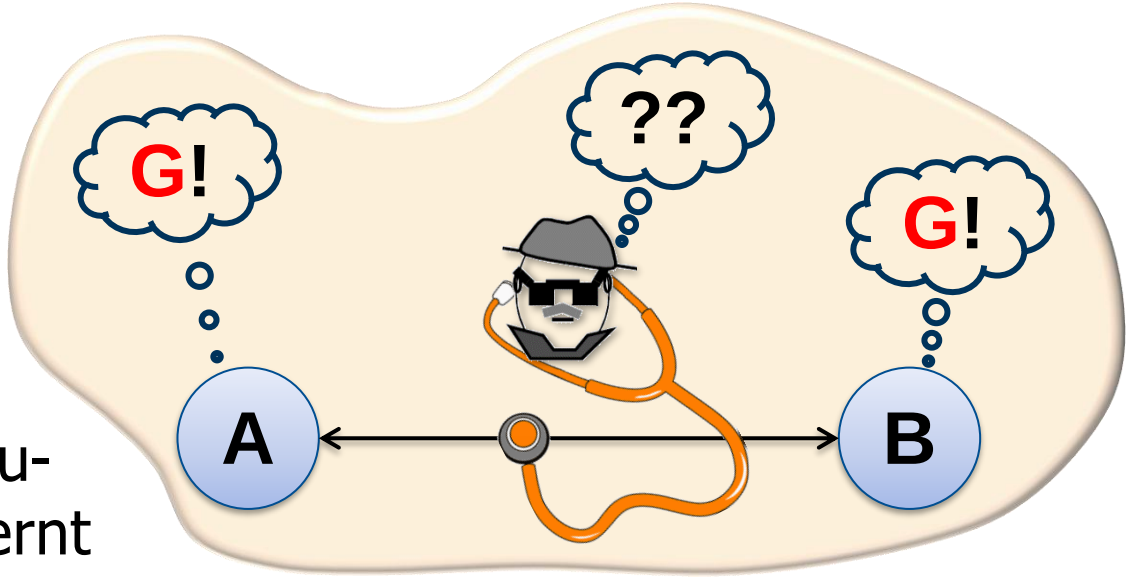
Modulare Exponentiation in der Kryptographie

- RSA wird z.B. im Open-Source-Toolkit „OpenSSL“ benutzt, das die Kommunikation wichtiger Internet-Komponenten (Bowser, Web-Server, TCP/IP-Server) absichert.
  - RSA-Schlüssel sollten mindestens 2000, besser 3000 Bit lang sein
- Digitale Unterschriften und Authentizitätsnachweise („ist die Chip-karte wirklich echt?“) werden bei RSA ebenfalls mit der modularen Exponentiation realisiert.
- Neben RSA beruhen auch andere Kryptoverfahren (z.B. ElGamal, Fiat-Shamir) wesentlich auf der modularen Exponentiation.
- Das Verfahren von Diffie-Hellman, um über einen offenen Kanal ein gemeinsames Geheimnis (z.B. Geheimcode) zu etablieren, nutzt ebenfalls die modulare Exponentiation. ➔

- Nützliche Eigenschaft: $f(x) = c^x \bmod p$ ist effizient berechenbar, die beiden Umkehrfunktionen (diskreter Logarithmus / k-te Wurzel) jedoch nicht.

Gemeinsames Geheimnis in einer offenen Welt?

Ziel: A und B sollen sich über einen unsicheren Kanal auf ein gemeinsames "Geheimnis" G (z.B. ein Passwort) einigen, ohne dass ein mitlauschender Angreifer es lernt



It might seem intuitively obvious that if two people have never had the opportunity to prearrange an encryption method, then they will be unable to communicate securely over an insecure channel. While this might seem intuitively obvious, I believe it is false. I believe that it is possible for two people to communicate securely without having made any prior arrangements that are not completely public.

Aus einem (seinerzeit abgelehnten) Projektvorschlag von Ralph Merkle im Rahmen des Computer-Security-Kurses in Berkeley 1974

Ein Gleichnis

- Geheimnis ausdenken; in Kiste packen; Vorhängeschloss in Zürich kaufen, Kiste damit verschliessen und absenden:

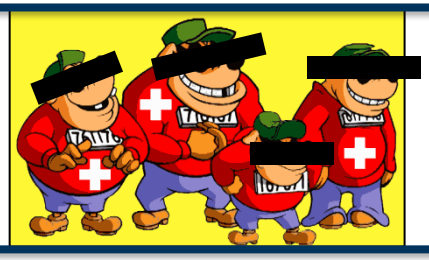
Gotthard-räuber

Aber geht das auch softwaretechnisch?

Lugano

- Kollege in Lugano kauft dort ein Schloss; Kiste doppelt verschlossen retour nach ZH

ZH

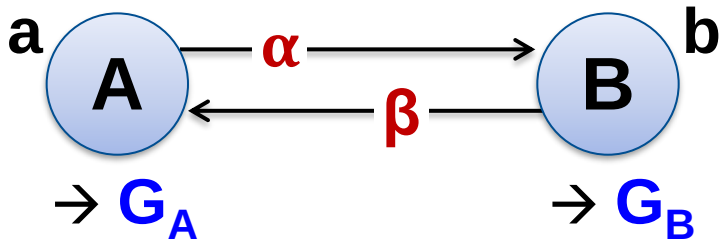


- In Zürich eigenes Schloss entfernen; Kiste nur mit Luganer Schloss erneut nach Lugano, dort öffnen und Geheimnis lesen!

Hinkt das Gleichnis?

- Könnten die Gotthardräuber nicht meine Kiste abfangen, ein eigenes Schloss dranmachen und mir zurückschicken?
- Ich in Zürich wäre dann der Meinung, die doppelt verschlossene Kiste stamme aus Lugano.
- Am Ende hätte ich dann ein gemeinsames Geheimnis mit den Gotthardräubern statt mit meinem Luganeser Kollegen!
- Symmetrisch dazu könnten die Gotthardräuber ein (anderes) gemeinsames Geheimnis mit dem Luganeser Kollegen vereinbaren.
- Sie könnten dann jede Folgenachricht entschlüsseln und mit dem anderen Schlüssel (= Geheimnis) neu verschlüsselt weiterleiten.
- Ja: Das wäre ein *aktiver* Angriff (anstelle des reinen Lesens der Nachricht als *passive* Angriffsform) eines sogenannten „Man in the Middle".
- Um solche Mittelsleute in der Leitung zu erkennen, gibt es allerdings Gegenmassnahmen, siehe z.B. https://en.wikipedia.org/wiki/Interlock_protocol
- Das, was bei Nachrichten als Bitfolgen einfach machbar ist, wäre mit einer materiellen Kiste kaum durchführbar – hier hinkt das Gleichnis leider!

Der Diffie-Hellman-Algorithmus



1. A wählt eine Zufallszahl a
2. A berechnet $\alpha = f(a)$ und sendet α an B

1′. B wählt eine Zufallszahl b
2′. B berechnet $\beta = f(b)$ und sendet β an A

Nach Empfang der Nachrichten mit α bzw. β:

3. A berechnet $G_A = \beta^a \bmod p$

3′. B berechnet $G_B = \alpha^b \bmod p$

Im Folgenden: Nutzung von

$f(x) = c^x \bmod p$

Mit festen c, p ($1 < c < p$), wobei p eine grosse Primzahl ist (und weitere Eigenschaften haben soll, auf die wir hier nicht eingehen).

Bem.: a und b ($> 1, < p-1$) sind nur lokal bekannt und bleiben geheim, sie fungieren jeweils als *secret key;* α und β spielen die Rolle eines jeweiligen *public key*.

Behauptung: $G_A = G_B$
(gemeinsames Geheimnis!)

$G_A \overset{!}{=} G_B$ → Das gemeinsame Geheimnis

Zu zeigen: (G_A =) $\beta^a \bmod p = \alpha^b \bmod p$ (= G_B)

$f(x) = c^x \bmod p$

- Also: $(c^b \bmod p)^a \bmod p \overset{?}{=} (c^a \bmod p)^b \bmod p$
- Vereinfachung: „mod p" überall weglassen... (Wieso darf man das?)
- Also zu zeigen: $(c^b)^a = (c^a)^b$
- Aufgrund der Rechenregeln für Potenzen gilt aber: $(c^b)^a = c^{ba} = c^{ab} = (c^a)^b$ □

Was fängt man mit einem gemeinsamen Geheimnis **G** an? Man kann es z.B. als Schlüssel für effiziente symmetrische Verschlüsselungsverfahren nutzen.

- Einzusehen bliebe noch, dass G aus Kenntnis von α, β, c und p von einem Mitlauscher (in effizienter Weise) nicht ermittelt werden kann – die Sicherheit beruht i.W. darauf, dass diskrete Logarithmen nicht effizient berechnet werden können.
- Obwohl das Verfahren so einfach erscheint, kann man bei der Implementierung viel falsch machen, sodass Angriffe möglich werden. Interessierte mögen studieren: *Raymond, J. F. and Stiglic, A. (2000). Security issues in the Diffie-Hellman key agreement protocol. IEEE Transactions on Information Theory, 22, 1-17.*

Ein Beispiel zur Diffie-Hellman-Methode

Modulare Arithmetik

In Konstanz gibt es einen Studenten, der sich ein T-Shirt angefertigt hat, das vorne so beschriftet ist: **3 x 5 = 1**. *Kommt er auf einen zu, so möchte man in Erregung geraten ob dieser Provokation. Aber wie beim Doppler-Effekt beruhigt sich die Pulsfrequenz, sobald der junge Mann vorübergeht, denn auf der Rückseite erkennt man die Weisheit des Hemdes:* **in Z_7**.

-- Volker Strassen

Das Beispiel [Wikipedia] dient zur Veranschaulichung und benutzt deshalb sehr kleine Zahlen. In der Praxis werden dagegen Zahlen mit hunderten von Stellen verwendet.

1. Die beiden Systemparameter p und c seien mit $p = 13$ und $c = 2$ fest vorgegeben.
2. Alice wählt die geheime Zufallszahl $a = 5$ und Bob $b = 8$.
3. Nun berechnet Alice $\alpha = c^a \bmod p = 2^5 \bmod 13 = 6$ und sendet α an Bob. Bob berechnet $\beta = c^b \bmod p = 2^8 \bmod 13 = 9$ und sendet β an Alice.
4. Alice berechnet $G_A = \beta^a \bmod p = 9^5 \bmod 13 = 3$. Bob berechnet $G_B = \alpha^b \bmod p = 6^8 \bmod 13 = 3$.
5. Beide erhalten das gleiche Ergebnis $G = G_A = G_B = 3$.

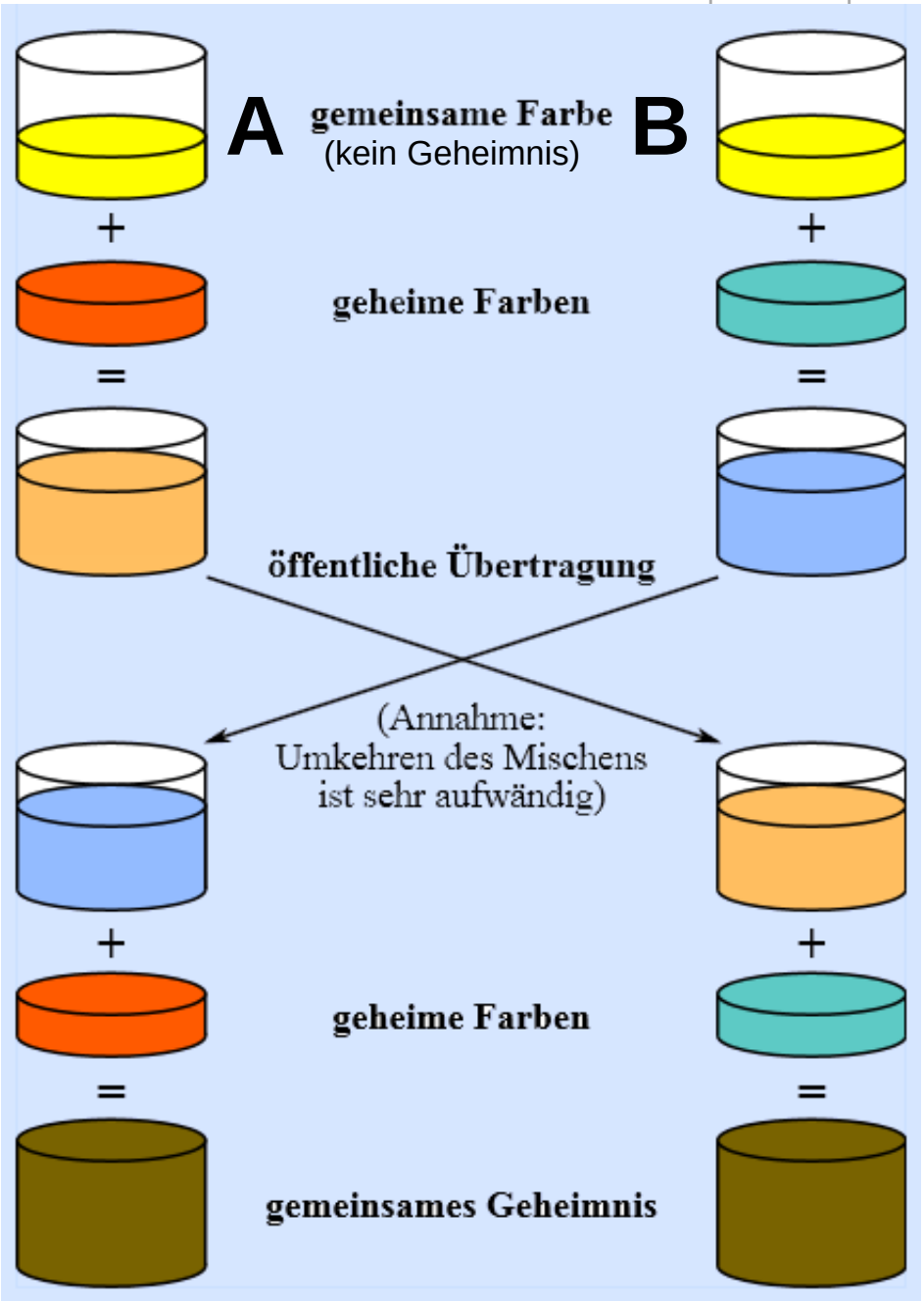
Eine Lauscherin Eve kann zwar die Zahlen 13, 2, 6 und 9 in Erfahrung bringen bzw. mithören, das eigentliche gemeinsame Geheimnis G = 3 von Alice und Bob bleibt ihr aber verborgen. G = 3 kann als Schlüssel für die nachfolgende Kommunikation verwendet werden.

Mit Hilfe abgefangener Nachrichten könnte Eve immerhin die zwei Gleichungen $6 = 2^a \bmod 13$ sowie $9 = 2^b \bmod 13$ aufstellen. Daraus kann sie beispielsweise durch Ausprobieren die beiden geheimen Zahlen a = 5 und b = 8 bestimmen. Den vereinbarten Schlüssel G von Alice und Bob kann sie dann mit $G = c^{ab} \bmod p$ ausrechnen. Wenn jedoch die Primzahl p gross genug gewählt wird und c ein Generator der Gruppe Z_p ist (im obigen Beispiel ist 2 ein Generator der Gruppe Z_{13}), ist es für Eve zu aufwändig, alle Zahlen zwischen 1 und $p - 1$ durchzuprobieren, die als Resultat der modularen Potenz $c^a \bmod p$ in Frage kommen.

Noch ein Gleichnis zur Diffie-Hellman-Methode

- Hier in Form von Farbenmischen
- Ziel: A und B sollen sich über einen unsicheren Kanal auf ein gemeinsames „Geheimnis“ (hier: eine Farbe) einigen, ohne dass ein Angreifer es erfährt

Bildquelle: Wikipedia



Historische Notiz

Der 1976 entdeckte Algorithmus wurde 1977 patentiert

United States Patent [19]

Hellman et al.

[11] 4,200,770

[45] Apr. 29, 1980

[54] **CRYPTOGRAPHIC APPARATUS AND METHOD**

[75] Inventors: **Martin E. Hellman**, Stanford; **Bailey W. Diffie**, Berkeley; **Ralph C. Merkle**, Palo Alto, all of Calif.

[73] Assignee: **Stanford University**, Palo Alto, Calif.

[21] Appl. No.: **830,754**

[22] Filed: **Sep. 6, 1977**

[51] **Int. Cl.**[2] **H04L 9/04**

[52] **U.S. Cl.** ..... **178/22**; 340/149 R; 375/2; 455/26

[58] **Field of Search** ..... 178/22; 340/149 R

[56] **References Cited**

PUBLICATIONS

"New Directions in Cryptography", Diffie et al., *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-22, No. 6, Nov. 1976.

Diffie & Hellman, Multi-User Cryptographic Techniques", *AFIPS Conference Proceedings*, vol. 45, pp. 109–112, Jun. 8, 1976.

Primary Examiner—Howard A. Birmiel

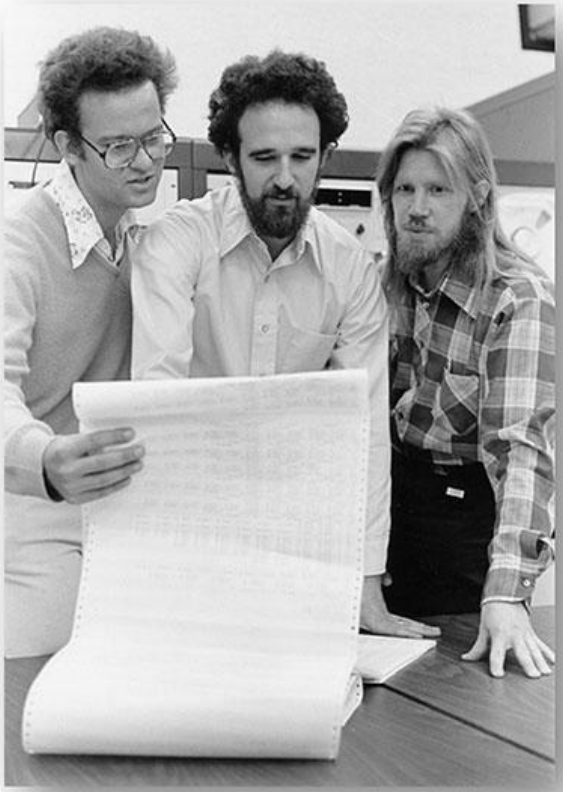
Attorney, Agent, or Firm—Flehr, Hohbach, Test

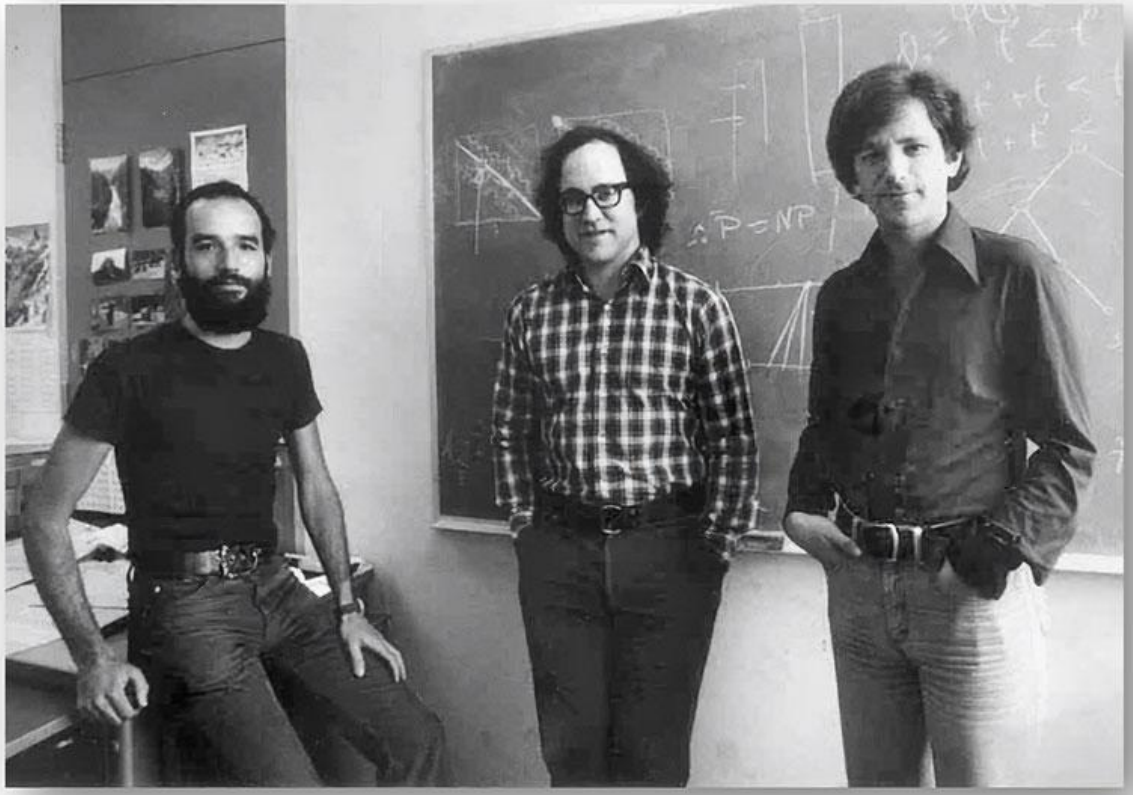
[57] **ABSTRACT**

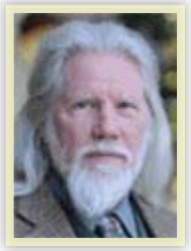
A cryptographic system transmits a computationally secure cryptogram over an insecure communication channel without prearrangement of a cipher key. A secure cipher key is generated by the conversers from transformations of exchanged transformed signals. The conversers each possess a secret signal and exchange an initial transformation of the secret signal with the other converser. The received transformation of the other converser's secret signal is again transformed with the receiving converser's secret signal to generate a secure cipher key. The transformations use non-secret operations that are easily performed but extremely difficult to invert. It is infeasible for an eavesdropper to invert the initial transformation to obtain either conversers' secret signal, or duplicate the latter transformation to obtain the secure cipher key.

8 Claims, 6 Drawing Figures

Merkle, Hellman, Diffie; Shamir, Rivest, Adleman (1977)







Diffie und Hellman erhielten 2015 den Turing Award; Shamir, Rivest und Adleman bereits 2002

Die frühere Entdeckung der Public-Key-Kryptographie durch den Geheimdienst seiner Majestät

Von Boris Gröndahl, Telepolis, 20. Jan. 1998 (Auszug)

Auf einer schmucklosen Textseite präsentierte die britische Regierungsbehörde Communications-Electronics Security Group (CESG) [eine Unterorganisation des GCHQ] Mitte Dezember 1997 bescheiden einen Bericht ihres pensionierten [und kurz zuvor verstorbenen] Mitarbeiters James Ellis.

Der Inhalt des Papiers ist eine wissenschaftsgeschichtliche Sensation: Ellis erzählt darin, wie er 1970 die Public-Key-Kryptographie (PKC) entdeckte. Diese heutzutage praktisch allen wichtigen Verschlüsselungstechniken zugrundeliegende Theorie war bisher den Mathematikern Whitfield Diffie, Martin Hellman und Ralph Merkle zugeschrieben worden, die sie 1976 veröffentlichten. Auch der wichtigste Algorithmus der PKC, mit dem Ron Rivest, Adi Shamir, und Leonard Adleman 1977 an die Öffentlichkeit traten, und der heute unter dem Kürzel RSA ein Begriff ist, wurde laut Ellis von der britischen Krypto-Agentur Jahre vorher entwickelt.

Ellis schrieb den Bericht nach Aussagen der CESG bereits 1987. Seine Veröffentlichung hat er nicht mehr erlebt: Er starb am 25. November 1997. [...] In Ellis' Worten: „Können wir eine sicher verschlüsselte Nachricht erstellen, die der vorgesehene Empfänger lesen kann, ohne dass zuvor ein geheimer Austausch des Schlüssels stattfinden muss? Diese Frage fiel mir eines Nachts im Bett ein, und der Beweis der theoretischen Möglichkeit war eine Sache weniger Minuten." Ellis publizierte seinen nächtlichen Geistesblitz 1970 in dem internen Zirkular der CESG. Clifford Cocks, ein Kollege von Ellis, veröffentlichte die erste Implementation ebenfalls CESG-intern 1973: Cocks fand, wie Ellis darlegt, einen Spezialfall des RSA-Algorithmus. Und Malcolm Williamson (1950 – 2015), ein weiterer CESG-Agent, fand das später als Diffie-Hellman-Algorithmus bekannt gewordene Verfahren ebenfalls lange bevor es 1976 öffentlich vorgestellt wurde.

Keine Veröffentlichung bedeutet für die britischen Krypto-Forscher nicht nur kein Ruhm, sondern auch keine Ansprüche auf das Patent. Die CESG erklärte, sie habe die Patentierung seinerzeit prüfen lassen, doch die Patentierung mathematischer Formeln sei [...] nicht möglich gewesen.

James Ellis: **The Story of Non-Secret Encryption**
(1987; öffentlich gemacht durch CESG / GCHQ am 16. Dez. 1997; Auszüge)

[…] It was obvious to everyone, including me, that no secure communication was possible without secret key, some other secret knowledge, or at least some way in which the recipient was in a different position from an interceptor. After all, if they were in identical situations how could one possibly be able to receive what the other could not? Thus there was no incentive to look for something so clearly impossible.

The event which changed this view […] The reason was not far to seek. The difference between this and conventional encryption is that in this case the recipient takes part in the encryption process. Without this the original concept is still true. So the idea was born. Secure communication was, at least, theoretically possible if the recipient took part in the encipherment. […]

The proof of the theoretical possibility took only a few minutes. We had an existence theorem. The unthinkable was actually possible. The only remaining question was "Can it be made practicable?" […] Because of the weakness of my number theory, practical implementations were left to others. The first workable idea was put forward […] by Clifford Cocks. This is essentially the RSA Algorithm.

[...] reaffirming that the credit belongs to Malcolm Williamson. […] The method was published […] by Diffie and Hellman. This was identical to Williamson's version […]. This was the start of public awareness of this type of cryptography and subsequent rediscovery of the Non-Secret Encryption techniques I have described.

Copy No. 33

COMMUNICATIONS-ELECTRONICS SECURITY GROUP

C E S G

Research Report No. 3006

THE POSSIBILITY OF SECURE NON-SECRET DIGITAL ENCRYPTION

SECRET

SECRET

C.E.S.G. REPORT NO.3006

THE POSSIBILITY OF SECURE NON-SECRET DIGITAL ENCRYPTION

J. H. Ellis

Summary

This report considers the problem of achieving secure transmission of digital information in the circumstances where there is no information initially possessed in common by the two legitimate communicators which is not also known to the interceptor. It demonstrates, by means of a model having the required properties that a theoretical solution exists, but does not establish that a practical system can be devised.

Case No. 305 refers

Date of approval for issue:
January 1970

SECRET

SECRET

Introduction

1. It is generally regarded as self-evident, that, in order to prevent an interceptor from understanding a message which is intelligible to the authorised recipient, it is necessary to have some initial information known to the sender and to the recipient but kept secret from the interceptor. This information can take many forms, such as the method of encipherment itself, the construction of a cipher machine, a key setting or a one-time tape. All these methods require that there is a route by which this secret information can be sent without fear of interception. Only then can the cipher text be sent safely in a non-secret manner, and large quantities of cipher text of high security thus tend to need the parallel transmission of smaller, but still substantial quantities of secret information.

2. This report demonstrates that this secret information is not theoretically necessary and that, in principle, secure messages can be sent even though the method of encipherment and all transmissions between the authorised communicators are known to the interceptor. This is what is meant by "non-secret encryption". It must be emphasised

When Cocks first explained his work on public-key cryptography to Williamson, Williamson really didn't believe it and tried to prove that Cocks had made a mistake and that public-key cryptography did not really exist. Remarkably enough, Williamson failed to find a mistake, instead he found… [Song Y. Yan]

THOUGHTS ON CHEAPER NON-SECRET ENCRYPTION [Auszüge!]

M J Williamson, 10 August 1976 [http://cryptocellar.org/cesg/cheapnse.pdf]

This note is mainly a much-delayed response to some calculations made on the speed and cost of the equipment to implement non-secret encryption. Modifications can be made to the method I suggested in ["Non Secret Encryption Using a finite field", 21 January 1974, M J Williamson] to make it cheaper and faster. […] The method I am putting forward […] is thus: both link ends (and any interceptor) know a primitive element x of a finite field F and are working with elements of the field as polynomials modulo the primitive polynomial of x and coefficients modulo a prime p. Let there be pq elements in F, then x has period pq-1.

a. The two link ends generate random numbers a,b in the range 1 to p^q-1;
b. they calculate x^a and x^b respectively;
c. they calculate $(x^b)^a = (x^a)^b$;
d. both link ends know this x^{ab} and it is difficult for the interceptor to recover it so either link end can use it as additive key to send a message.

Es handelt sich i.W. um das Diffie-Hellmann-Prinzip

[…] Almost all the work involved in the procedure is in the calculation of y^a in the field. […] Now y^a can be built up by a sequence of squarings and multiplications by y. […] There is a type of FFT precisely suited to the convolution of two modulo p sequences where, as here, p is a Fermat prime. […] I feel that non-secret encryption could be implemented with current technology but that work still needs to be done on the theory of the method. In open literature there is a certain amount of work published on the complexity of functions […] and I regret that I do not have at present the necessary background knowledge to understand ["Computational Complexity over Finite Fields", Volker Strassen, Siam J. Comput. 5(2), June 1976, 324-331].

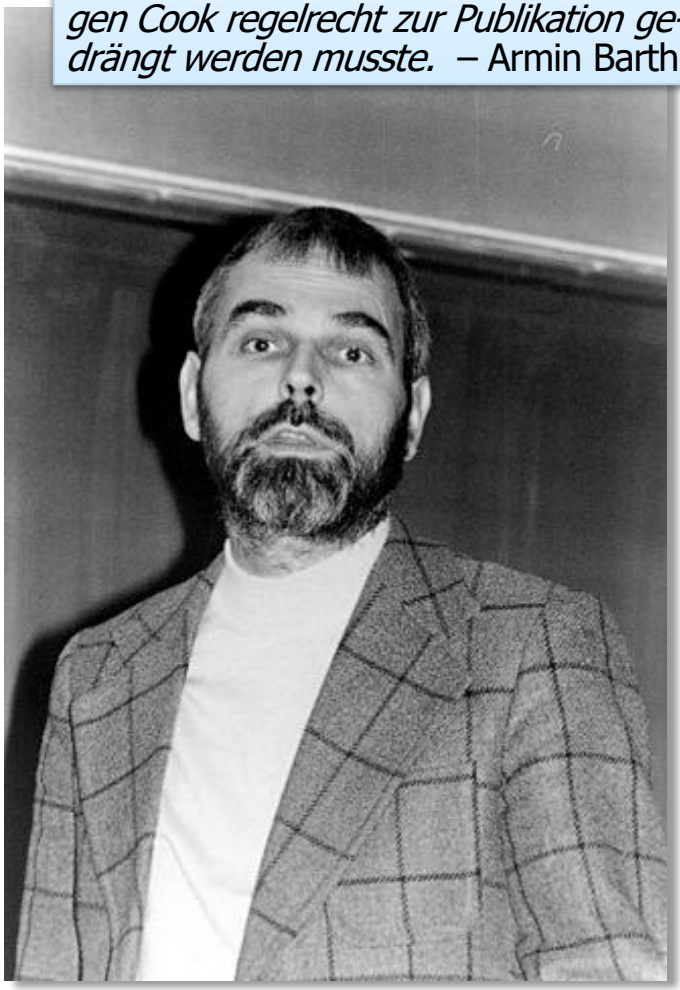
Volker Strassen war von 1968 bis 1988 Prof. für Mathematik an der Universität Zürich, vgl. nächste Slide.

Zum oben erwähnten Volker Strassen einige Informationen:

Volker Strassen (Jg. 1936) begann sein Studium 1955 zunächst mit Musik und Philosophie in Köln, kurz darauf wechselte er zu Mathematik, Philosophie und Physik an die Universität Freiburg i. Br. Ab 1957 studierte er Physik und Mathematik an der Ludwig-Maximilians-Universität München; ab 1958 in Göttingen. Dort Studienabschluss 1961 sowie bereits 1962 Promotion mit einer Arbeit über Informationstheorie („Meßfehler und Information“). 1962 bis 1968 war er mit kurzer Unterbrechung in Berkeley; 1968 wurde er an die Universität Zürich berufen. Von 1988 bis zu seiner Emeritierung 1998 war er schliesslich Professor in Konstanz.

Strassen ist einer der Wegbereiter der Komplexitätstheorie. Der berühmt gewordene *Strassen-Algorithmus* (1969 veröffentlicht unter dem Titel „Gaussian Elimination is not optimal“) realisiert die Matrizenmultiplikation (asymptotisch) effizienter als das Standardverfahren, welches kubischen Aufwand verursacht. Er entwickelte auch Verfahren zur schnellen Multiplikation grosser Zahlen sowie effiziente probabilistische Primzahltests. Seine Arbeiten aus dem Bereich der algorithmischen Zahlentheorie spielen bei der modernen Kryptographie eine wichtige Rolle.

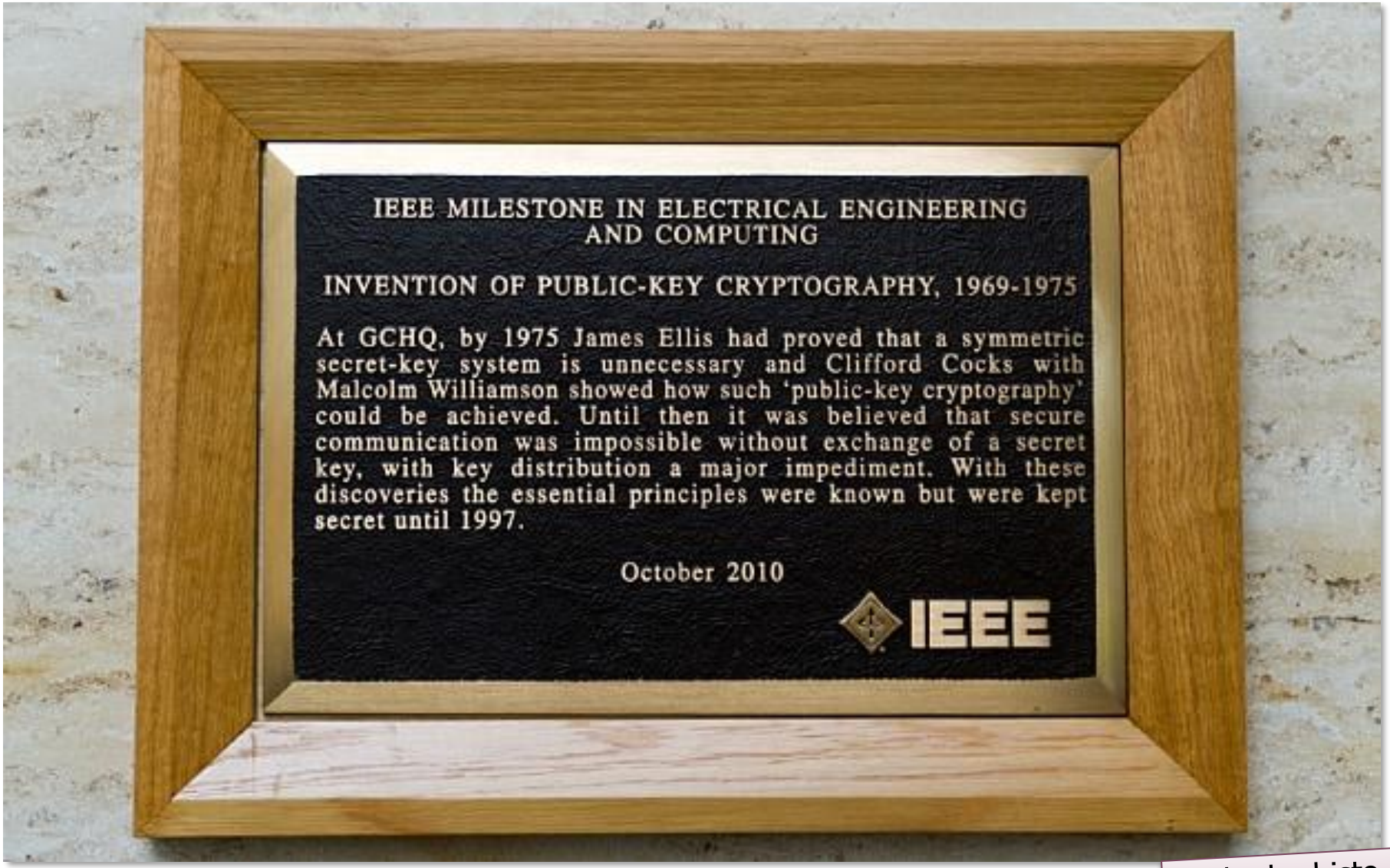
Strassen, der „Rudi Dutschke der Algorithmik“, war sich damals der Bedeutung seiner Forschungen so wenig bewusst, dass er vom seinem Fachkollegen Cook regelrecht zur Publikation gedrängt werden musste. – Armin Barth



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/63/VStrassen_19791026_340.jpg

Volker Strassen 1979 am mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach bei einer Tagung zu Komplexitätstheorie.

Die James Ellis gewidmete Gedenktafel beim GCHQ (“Government Communications Headquarters”)



http://i.telegraph.co.uk/multimedia/archive/03593/james_ellis4_3593310b.jpg

Ende der historischen Notiz

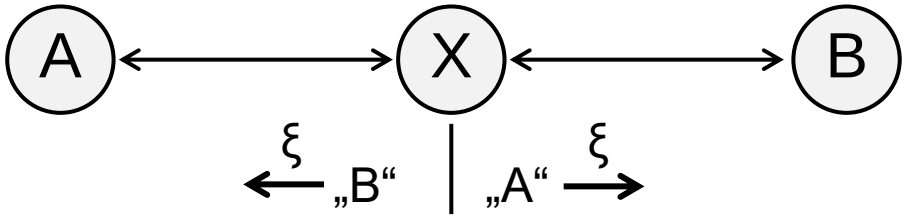
Kryptographie und Informationssicherheit

„Sicherheit“ ist ein grosses Gebiet, wir haben nur wenige Aspekte gestreift – folgendes wäre u.a. (!) noch interessant:

- Symmetrische Verschlüsselungsverfahren
  - Hierbei wird zum Ver- und Entschlüsseln der gleiche Schlüssel benutzt
  - Beispiele: AES, IDEA, DES
  - Vorteil gegenüber asymmetrischen Verfahren wie RSA: Viel schneller
  - Nachteil: (Verschlüsselungs)schlüssel muss geheim gehalten werden
- Verschlüsseln mit One-Time-Pads
  - „Perfektes“ symmetrisches Kryptosystem (nicht zu brechen!)
  - Wähle echt zufällige Sequenz von Schlüsselbits als Schlüssel
  - *Verschlüsselung:* Schlüsseltext = Klartext XOR Schlüsselbitsequenz
  - *Entschlüsselung:* Klartext = Schlüsseltext XOR Schlüsselbitsequenz
  - Begründung: (a XOR b) XOR b = a (für alle Bitbelegungen von a, b)
  - Nachteil: Länge des Schlüssels

Kryptographie und Informationssicherheit (2)

- Man-In-The-Middle-Angriffe
  - X imitiert die Identität des jeweils anderen – z.B. ein Problem beim Diffie-Hellman-Verfahren!



- Einwegfunktionen
  - $y = f(x)$ einfach aus x berechenbar, aber $x = f^{-1}(y)$ ist extrem schwierig (d.h. ineffizient) aus y zu ermitteln
  - Bilden Grundlage vieler Kryptoverfahren
  - Beispiel: $f(x) = c^x \bmod p$
- Digitale Signatur
- Kryptographisch gesicherte Zertifikate

Übrigens: RSA, Diffie-Hellman und alle anderen asymmetrischen Verfahren werden unsicher, falls es zu erheblichen Fortschritten bei der Realisierung von Quantencomputern käme!

Auf all' das können wir in *dieser* Vorlesung aber leider nicht eingehen!

Resümee des Kapitels

[Aus der kurzen Wiederholung der wesentlichen Themen der Vorwoche jeweils zu Beginn einer Lektion]

- Algorithmus „altägyptische Multiplikation“
  - Verdoppeln und Halbieren ohne Rest
- Rekursion: Reduktion auf eine einfachere Instanz des gleichen Problems
  - Algorithmus als rekursives Java-Programm
- Korrektheitsnachweis $\forall\, a,b \in \mathbb{N}^+$: **f(a,b) = a × b** mit vollst. Induktion (über b)
- Fehlerhaftes Programmverhalten
  - Z.B. Stack-Überlauf bei Eingabe b = 0
- Multiplikationsalgorithmus iterativ (d.h., mit while-Schleife)
- Formale Verifikation der Programmkorrektheit mit math. Kalkül
  - Zusicherungen (insbesondere Schleifeninvarianten) zum Programmzustand (z.B. in der Form $a \times b + z = i \times j$)

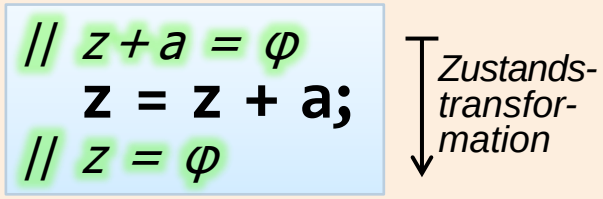
a	b
6	9
~~12~~	~~4~~
~~24~~	~~2~~
48	1
54	

Mathem. Formalisierung

$$f(a,b) = \begin{cases} a & \text{, falls } b = 1 \\ f(2a, b/2) & \text{, falls } b \text{ gerade} \\ a + f\left(2a, \frac{b-1}{2}\right) & \text{sonst} \end{cases}$$

Resümee des Kapitels (2)

- Logikkalkül zur Programmsemantik
  - Korrektheitsbeweis mit dem Code verwoben
  - Verifikation durch Proof-Checker



- Effizienz des altägypt. Multiplikationsalgorithmus $a \times b$
  - Zählen von Elementaroperationen → ~ $5 \log_2 b$
  - Vergleich mit der Schulmethode (Nutzung des kleinen Einmaleins)
- „Elementarste" Berechnungsoperationen
  - *gerade*, *halbiere*, *verdopple*,... rekursiv implementierbar
- Funktionales Programmieren
  - Keine Variablen und Zuweisungen; keine Schleifen
- Kryptographie
  - Schnelle modulare Exponentiation, RSA-Verschlüsselungsmethode
  - Diffie-Hellman-Methode für gemeinsames Geheimnis
  - Seitenkanalangriffe bei Chipkarten