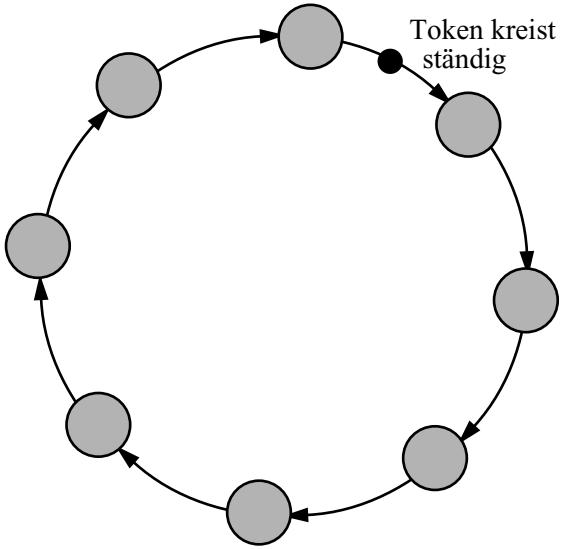
Die Token-Ring-Lösung



- Nur der Tokeninhaber darf
  - Safety ist klar
  - Liveness: Token muss weitergegeben werden
  - Fairness intuitiv gegeben

- Probleme?
  - Bei vielen Prozesse → lange Wartezeiten, Gefahr von Tokenverlust
  - Anzahl der Einzelnachrichten nicht begrenzt (ständiges Kreisen)
  - Für jedes Betriebsmittel eigenes Token vorsehen

Token-Request-basierte Algorithmen

- Token soll nicht dauernd nutzlos unterwegs sein
  - Token wandert nur bei Bedarf

- Grundidee: "Token zu mir" an alle (?) anderen senden
  - per *broadcast* (falls entspr. Kommunikationsprimitiv existiert)
  - oder z.B. mittels *Echo-Algorithmus*
  - Aufwand ist hoch, wenn man nicht weiss, wo das Token sein könnte

- Fairness muss aber gewahrt bleiben

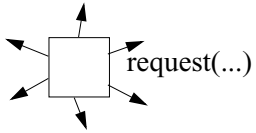
- Safety ist vergleichsweise trivial (Tokenbesitz)

- Liveness mit möglichst wenig Aufwand garantieren

Ricart / Agrawala 1983 und Suzuki / Kasami 1985

1) Es gibt ein einziges Token; nur Besitzer darf kritischen Abschnitt betreten

2) Request-Nachricht mit (log.) Zeitstempel an *alle* senden



3) Token hat "Gedächtnis":

Prozess-nummer

Zeitstempel des letzten Besuchs (ggf. implizit 0, wenn Prozess noch unbekannt)

1	xxx
2	xxx
3	xxx
:	:
n	xxx

4) Jeder Prozess registriert Anforderungen *aller* anderen

5) Nach Verlassen des kritischen Abschnitts wird das Token an denjenigen Prozess geschickt, der am "längsten" wartet (Anforderung muss jünger als Zeitstempel des letzten Besuchs beim Prozess sein)

→ Nachrichtenkomplexität: n (n-1 für request, + 1 Token)
(bzw. 0, wenn inzwischen kein anderer wollte)

Fragen:
- Wie lange muss ein Prozess max. (auf Mitbewerber) warten?
- Liveness? Fairness?
- Geht es auch mit weniger Nachrichten?
- Geht auch physische Zeit statt Lamport-Zeit?

Token-Request-basierte Algorithmen

aber wie bekommt man diesen?

- Andere Idee: *Spannbaum* verwenden

  - "Suchnachrichten" wandern nur auf Kanten des Baumes
  - Token benutzt ebenfalls nur Baumkanten
  - Aufwand: Maximal n-1 Einzelnachrichten, um jeden der n Knoten über den Tokenwunsch zu informieren

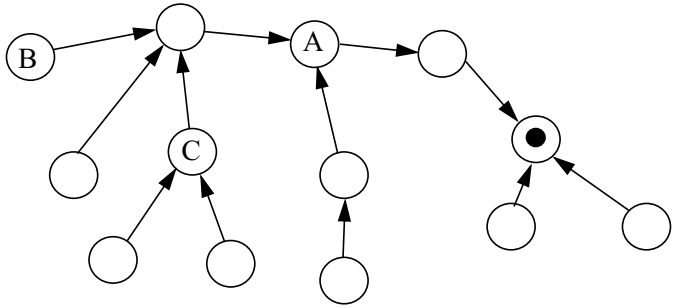
---

- Bessere Idee: Spannbaum mit *gerichteten Kanten*

  - Kanten zeigen immer in Richtung des Tokenbesitzers
  - typischerweise O(log n) Einzelnachrichten, um den Tokenbesitzer zu erreichen (aber bei gutartig / bösartig entarteten Bäumen?)
  - wenn Token seinen Ort wechselt, müssen Kantenrichtungen aktualisiert werden! (Aufwand?)

Der "O(log n)"-Algorithmus

Das wäre aber besser als das "optimale" O(√n)- Verfahren!?!



- Token wandert entgegen der Pfeilrichtung zum anfordernden Prozess und dreht jede durchlaufene Kante um

- Ein Prozess sendet (bis er das Token erhält) nur ein Mal ein request auf seiner ausgehenden Kante
  - nochmals "ungeduldig" nachfragen hilft auch nichts
  - Prozess merkt sich aber, wer ihn alles um Weiterleitung des requests bat

- Bei Empfang des Tokens wird es (in fairer Weise) in eine der anfordernden Richtungen weitergeleitet
  - vorher selbst benutzen, wenn Bedarf besteht? ← vgl. "Lift-Algorithmus"
  - Fairness: Nur beschränkt oft in eine andere Richtung weiterleiten, bevor es über eine "wartende Kante" weitergeleitet wird
  - falls Anforderungen aus mehreren Richtungen vorliegen: Dem ausgesendeten Token sofort ein request hinterhersenden (Optimierung: Token und request zusammenfassen)

- Sind Nachrichtenüberholungen ein Problem?
  - z.B.: request überholt Token

Skizze des Algorithmus

- *Nachrichtenarten*:
  - REQUEST
  - TOKEN

- *Lokale Variablen eines Prozesses P_i*:
  - HOLDER = 'self' oder Name des Nachbarn, in dessen Richtung das Token liegt
  - ASKED: bool = 'true' ⇔ es ist ein REQUEST in Richtung HOLDER versendet worden
  - REQ_QUEUE = FIFO-Warteschlange für angekommene REQUEST-Nachrichten von Prozessen, die das Token möchten (enthält Namen von Nachbarn oder 'self')

- Garantiert 'FIFO'-Eigenschaft der Warteschlange Fairness?

Skizze des Algorithmus (2)

Einige Details müssten in naheliegender Weise ergänzt werden

- Prozess P_j möchte Token, hat es jedoch nicht:

```
Füge 'self' an REQ_QUEUE an;
if not ASKED then
      send REQUEST to HOLDER; ASKED := true;
```

- P_j empfängt REQUEST von P_i:

```
Füge 'Pi' an REQ_QUEUE an;
if not ASKED and HOLDER ≠ self then
      send REQUEST to HOLDER; ASKED := true;
```

- P_j empfängt Token von P_k:

```
HOLDER := dequeue(REQ_QUEUE);
if HOLDER = self then  <kritischer Abschnitt>
                  else send TOKEN to HOLDER
                       if |REQ_QUEUE| > 0 then
                          send REQUEST to HOLDER;
                          ASKED := true;
```

- P_j hat Token und möchte es loswerden:

```
if |REQ_QUEUE| > 0 then
   HOLDER := dequeue(REQ_QUEUE);
   send TOKEN to HOLDER;
   if |REQ_QUEUE| > 0
      then send REQUEST to HOLDER;
      else ASKED := false;
```

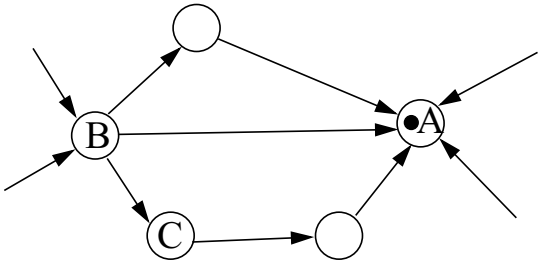

Verallgemeinerung auf allg. Graphen

- Gerichtet, azyklisch und schwach zusammenhängend
- Kann man die Kanten jedes ungerichteten Graphen so orientieren, dass kein Zyklus entsteht?
  - Bsp. Stadtplanung: Einbahnstrassenrichtung so festlegen, dass man nicht im Kreis fahren kann
  - Ja: Willkürliche Ordnung auf den Knoten festlegen (z.B. Knoten numerieren) und Kanten entsprechend dieser Ordnungsrelation orientieren!

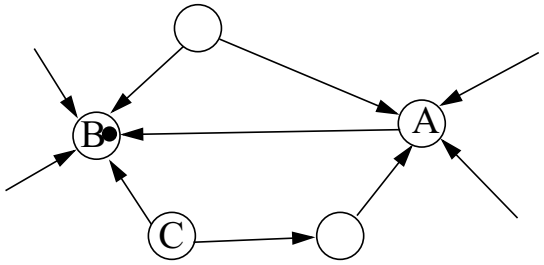
- Präzisere Forderung: Jeder gerichtete Weg soll beim (eindeutigen) Tokenbesitzer enden
  - Klar, dass dann Tokenbesitzer nur eingehende Kanten hat
  - Auch das geht!
    - Starte Echo-Algorithmus vom Tokenbesitzer aus
    - Durch die Flussrichtung der Echos entsteht ein auf diesen Knoten hin gerichteter Baum
    - Nun müssen noch die Nicht-Baumkanten orientiert werden
    - Dazu bekommt jeder Knoten eine Ordnungsnummer aus:
      - seiner Höhe (= Entfernung zur Wurzel = Tokenbesitzer) als primärem Ordnungskriterium,
      - einem eindeutigen sekundären Ordnungskriterium
    - "Flussrichtung" der Kanten von der höheren zur niedrigeren Ordnungsnummer → ist azyklisch!

Tokenanforderung

- Schicke request über irgendeine ausgehende Kante
  - klappt mit jeder Kante (Weg zum Token ist aber i.a. verschieden lang)
  - auch denkbar: über alle Pfade gleichzeitig... (→ mehr Aufwand!)



Regel: Wenn das Token wandert, werden *alle* Ausgangskanten des Empfängers invertiert



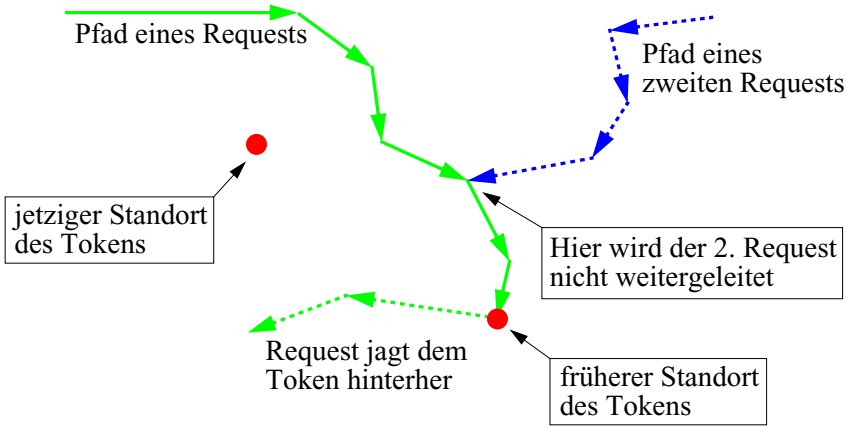
- Behauptung: *Zyklenfreiheit ist eine Invariante*

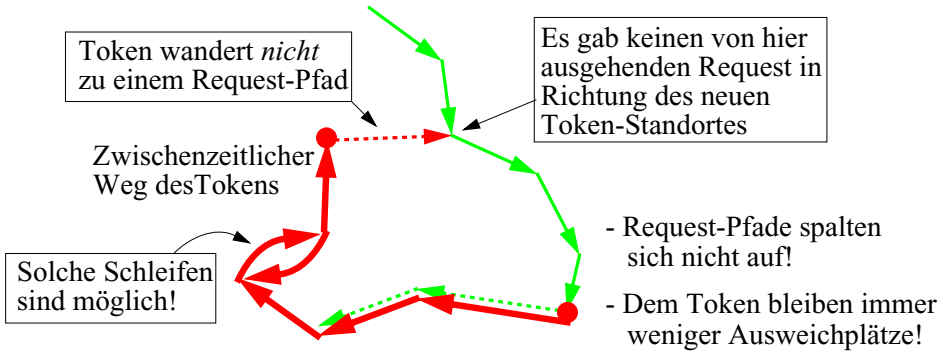
  Beweis: Neue Zyklen können höchstens durch die invertierten Kanten entstanden sein - mit diesen ist jedoch kein Zyklus möglich, da sie alle zum neuen Tokenbesitzer gerichtet sind, welcher keine ausgehenden Kanten besitzt

- Weitere Invariante: *Jeder gerichtete Pfad endet beim Tokenbesitzer*

Glücklose Token-Jagd?

- Wieso holt ein Request das Token schliesslich immer ein?





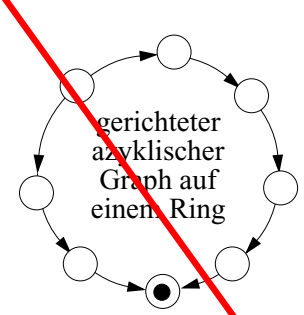
Aufwand und Varianten

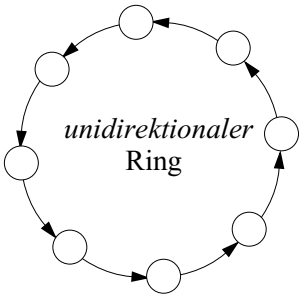
- Bemerkung: Richtung einer Kante sei als "Wegweiser" im ausgehenden Knoten gespeichert
- Allen Nachbarn des neuen Tokenbesitzers muss daher eine Meldung gesendet werden, damit diese den "Wegweiser" entsprechend setzen
  - tatsächlich allen, oder kann man sich das für einige sparen?
  - "Gewinn" des Verfahrens: Nachbarn haben nun i.a. einen kürzeren Weg zum Token
  - Denkübung: muss der Empfang aller dieser Meldungen abgewartet werden (Quittungen!), bevor das Token weiterreisen darf?

- Variante: Statt die Nachbarn zu informieren:
  - Nur die Richtung der einen vom Token durchlaufenen Kante ändern
  - Beim neuen Tokenbesitzer alle ausgehenden "Wegweiser zum Token" löschen

    --> es entstehen ungerichtete Kanten!
- Dies spart Nachrichtenaufwand! Vergleich mit:
  - obigem "Originalverfahren"?
  - Verfahren mit spannendem gerichteten Baum?
- Welche Entfernung legt das Token im Mittel zurück?
- Ist ein vollst. Graph ein interessanter Sonderfall?

Sonderfall Ring ?





- Auf *unidirektionalen* Ringen ist folgende Variante möglich:
  - Token wird "gejagt" (statt zurückgeholt)
  - Token kommt damit schliesslich beim Anforderer an
  - Jagdnachricht wird von einem Knoten nicht weitergeleitet, wenn dieser bereits eine solche (seit dem letzten Tokenbesuch) ausgesendet hat

---

- Frage: Sind FIFO-Kanäle notwendig?
- Variante: ständig kreisendes Token ("perpetuum mobile")
  - keine "Jagdnachrichten" nötig
  - → Algorithmus hatten wir anfangs bereits genannt!

Welcher Baum beim O(log n)-Verfahren?

- Baum mit inneren Knoten vom *Grad k*:

  → längster Weg hat Länge $O(\log_k n)$; durchschnittliche Weglänge ebenfalls

  → bestimmt die Nachrichtenkomplexität bei *schwacher Last*

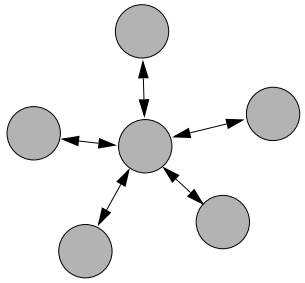
  - Knoten im "Zentrum" werden mehr belastet als weiter aussen liegende Knoten!
  - Grad an Fairness?

  fast nie mehrere gleichzeitige Konkurrenten

Nachrichtenkomplexität bei *starker Last*:

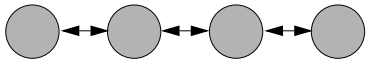
- Idee: Jedes Weitersenden des Tokens ein "Treffer"
- Genauer: Token *traversiert* den Baum (wegen Fairness)
  - → n Knotenbesuche bei 2(n-1) Token-Nachrichten
  - → weiterer Faktor 2, da gleiche Anzahl von requests
  - → ca. 4 Nachrichten pro Betreten des kritischen Abschnittes
- Algorithmus wird bei starker Last also "besser"!

- *Stern*:



$O(\log_n n) = O(1)$

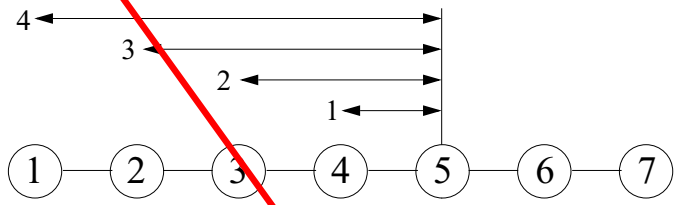
- Kürzeste Wege → beste Topologie? (D.h. wenn schon Baum, dann diesen?)
- Unterschied zur Lösung mit zentralem Manager? (Und was war daran so schlecht?)
- Beachte: Einen Spannbaum gibt es immer; ein Stern erfordert aber u.U. zusätzliche (logische oder physische) Verbindungen!

- *Lineare Kette* als entarteter Baum 

→ mittlere Weglänge ≈ n/3 (Beweis: einfaches kombinator. Nachrechnen)

Mittlere Weglänge im linearen Fall

(Für diejenigen, denen das Rechnen Spass macht)



$$\left.\begin{array}{l}1\\1+2\\1+2+3\\1+2+3+4\\\cdots\cdots\cdots\cdots\\1+2+3+(n-1)\end{array}\right\} \quad \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=1}^{j} i = \sum_{j=1}^{n-1}\frac{j(j+1)}{2} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n-1} j^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n-1} j$$

Denn es gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{6}$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{(n-1)\,n\,(2(n-1)+1)}{6} + \frac{1}{2}\,\frac{n\,(n-1)}{2}$$

Gemittelt über alle n(n-1)/2 ungerichteten Paare {i,j} mit i≠j:

$$\text{-->}\quad \frac{2(n-1)+1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2n+2}{6} = \frac{1}{3}\,(n+1) \approx \underline{\underline{n/3}}$$

(ggf. abzüglich der Fälle, wo das Token bereits "vor Ort" ist)

Klassifikation: Token ⇔ Request

1) Token-basierte Lösungen

- Safety ist trivial
- Fairness bei Tokenweitergabe beachten
- Wie fordern Prozesse das Token an? ← → unterschiedliche Lösungen
- Topologie
  - → "Reiseweg des Tokens"
  - → Zeitaufwand durch sequentielle Nachrichtenketten
- Fehlertoleranz:
  - wie Tokenverlust feststellen?
  - wer darf neues Token generieren? (Eindeutigkeit notwendig!)
- Nur anwendbar, wenn für das exklusive Betriebsmittel von vornherein ein Token eingerichtet wird → nicht immer möglich!

- Beispiel für *a priori unbekannte exklusive Betriebsmittel:* "Reservierungszeiten für einen Tennisplatz"
  - "Ich benötige ihn übermorgen von 10.28 - 12.17 exklusiv"
  - Dafür lässt sich nicht von vornherein ein Token generieren!
  - Vielleicht: ein Token "Tennis <Zeitintervall>" dynamisch generieren?
  - Aber: wer garantiert, dass ein anderer dies nicht gleichzeitig tut?
  - Zurück zu einer zentralen Lösung mit allen Nachteilen? ("Tennisplatz als Monitor")
- Anderes Bsp. für ein "abstraktes Betriebsmittel": Terminvereinbarung mit einer beliebigen Menge von Teilnehmern
- Exklusives Generieren eines Tokens unter symmetrischen Bedingungen → *Election-Problem* (→ später)

Klassifikation (2)

2) Request-basierte Lösungen

- wen sollen die Prozesse fragen? ("request set")
- Safety sicherstellen!
- Deadlockfreiheit ist nicht trivial

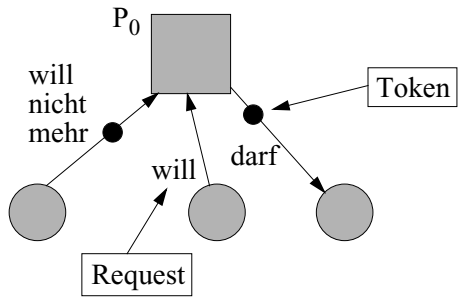
} auch hierfür verschiedene Lösungen

---

3) Zentraler Manager

bzw. Server oder Monitor

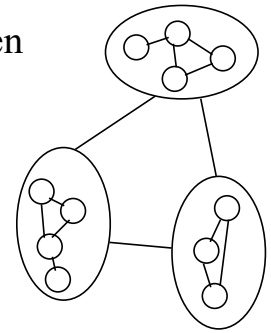
- ist entarteter Fall *beider* Klassen!



---

4) Hierarchische / hybride Verfahren

- bei grossen Systemen mehrstufig (mittels "Stellvertreter")
- auf verschiedenen Stufen / in verschiedenen Clustern ggf. unterschiedliche Verfahren



Vergleich der Nachrichtenkomplexität

(pro Betreten des kritischen Abschnittes bzw. Anforderung des Betriebsmittels)

Token-Ring (LeLann,1977)	1 ... ∞
Lamport (1978)	3 (n-1)
Ricart / Agrawala (1981) ("an optimal algorithm...")	2 (n-1)
Ricart / Agrawala (1983)	n
Maekawa (1985)	$O(\sqrt{n})$
Lift-Algorithmus auf Baum (1987)	$O(\log_k n)$
Zentraler Manager	2

Vorlesung "vert. Systeme"

- Offenbar soll es aber eben nicht alleine auf die Nachrichtenkomplexität ankommen!
- "Qualitative" Merkmale oft wichtiger!

Wechselseitiger Ausschluss: Kriterien

- Nachrichtenkomplexität

für die Qualität eines Lösungsalgorithmus

- Symmetrie
  - syntaktisch: gleicher Algorithmus für alle
  - semantisch: gleiche Last für alle etc.

Inwiefern würde man den O(log n)-Algorithmus als symmetrisch bezeichnen?

- Fehlertoleranz
  - Verhalten des Algorithmus bei Fehlern
    - z.B. Nachrichtenverlust
    - oder: nach Abbruch von aussen wegen Deadlock der Anwendung
  - Zusatzaufwand, um (etwa bei erkanntem Fehler) wieder einen konsistenten Zustand herzustellen
- Grad an Fairness
  - inwieweit wird zeitlich globale Reihenfolge der Requests eingehalten?
- Zeitbedarf zwischen Freigabe und Benutzung durch einen anderen Prozess
  - (minimale) Länge sequentieller Nachrichtenketten
  - Bsp.: bei O(log n)-Algorithmus ist Zeitbedarf auch O(log n) (statt O(1) wie bei einigen anderen Algorithmen)!
  - verschiedene Lastsituationen berücksichtigen:
    - schwache Last → nur selten mehr als ein Konkurrent
    - hohe Last → Betriebsmittel fast ständig in Benutzung
- Effizienz / Einfachheit der Implementierung
  - z.B.: wie wird broadcast / multicast ("request an alle") realisiert? (als effiziente Systemoperation; auf Ring; mit Echo-Algorithmus...)
  - wird eine spezielle Topologie vorausgesetzt (Ring, Baum,....) bzw. muss jeder Prozess jeden anderen kennen?

Übungen (4)

(1) Fischer Alois fängt jede Minute einen Fisch.
(a) Wie lange fischt er im Mittel bei der "Stopregel" "grösserer Fisch als der erste gefangene oder kein Fisch mehr übrig" bei einem Teich/See/Meer von n verschieden grossen Fischen mit n=1000, n=10^6, n=2^{31}, n=10^{13} ?
(b) ... wenn schneller Fische geboren werden als Alois fangen kann?
(c) ... wenn "grösserer" durch "kleinerer" in der Stopregel ersetzt wird? Diskutieren Sie dies im Vergleich zu (a)!
Sie mögen dies simulieren, wenn Sie an den theoretischen Ergebnissen zweifeln. Wenn Sie stochastisch simulieren, achten Sie auf einen guten Zufallszahlengenerator. (Lesen Sie dazu z.B.: PARK, S.K. and MILLER, K.W., Random Number Generators: Good Ones are Hard to Find, Comm. of the ACM 31:10, pp. 1192-1201, 1988.) Mitteln Sie jedes "Makroexperiment" über viele, typischerweise O(n) Einzelexperimente (also Kollegen von Alois). Vergleichen Sie die Mittelwerte mehrerer Makroexperiment (stabil, verlässlich?). Ermitteln Sie auch die relative Häufigkeit von m = 1,...,10 sowie von m = n - 1 und m = n ("leergefischt") Fängen.

(2) Wartezeit bis zum ersten echten Rekord:
(a) Nach wievielen Jahren ist in einem Jahrhundert im Mittel der erste echte (d.h. verschieden vom ersten Jahr, das immer einen unechten "Rekord" darstellt) Rekord "kältester Januar" fällig?
(b) Und in einem Jahrtausend? Darf hier etwas anderes herauskommen? Diskutieren! (Ungläubige mögen wieder simulieren.)
(c) Wie wahrscheinlich ist es, dass in einem Jahrhundert bzw. Jahrtausend der erste echte Rekord gerade auf das 3. Jahr fällt? Und auf das 100.? Und, bei "Jahrtausend", auf ein Jahr nach dem 100.?
(d) Gehen Sie spazieren. Wievielen Menschen begegnen Sie im Mittel, bis Sie einem grösseren begegnen? (Oder sind Sie selbst der grösste (:-) ? Kann man diese Möglichkeit ganz vernachlässigen?)