Logische Zeitstempel von Ereignissen

- Verteilte Berechnung abstrakt: n Prozesse, halbgeordnete Ereignismenge E, Nachrichten (Sende- / Empfangsereignis)
- Zweck: Ereignissen eine Zeit geben ("dazwischen" egal)
- Gesucht: Abbildung C: E --> H

Clock

"Zeitbereich":
Halbgeordnete Menge
--> "füher", "später"

- Für $e \in E$ heisst C(e) *Zeitstempel* von e
- C(e) bzw. e *früher* als C(e') bzw. e', wenn C(e) < C(e')
- Wie soll H aussehen?

z.B.:

- **N** (lineare Ordnung)
- **R** (bzw. REAL-Datentyp)
- Potenzmenge von E
- $\mathbf{N}^n$ (d.h. n-dim. Vektoren)

- Sinnvolle Forderung:

Kausalrelation ("Pfad im Diagramm")

Uhrenbedingung: e < e' ==> C(e) < C(e')

Ordnungshomomorphismus

Zeitrelation "früher"

Interpretation ("Zeit ist kausaltreu"):

Wenn ein Ereignis e ein anderes Ereignis e' beeinflussen kann, dann muss e einen kleineren Zeitstempel als e' haben

Logische Uhren von Lamport

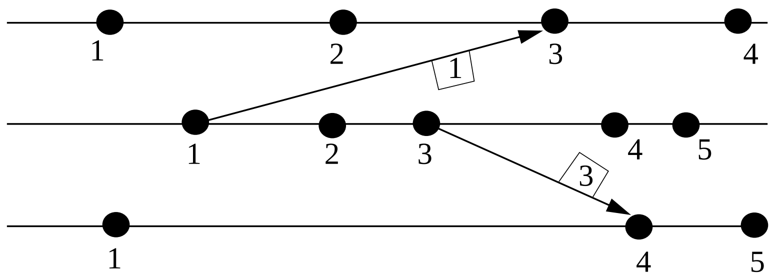
Commun. ACM 1978:
Time, Clocks, and the Ordering of Events in a Distributed System

C: (E,<) --> (**R**,<) Zuordnung von Zeitstempeln

Kausal-
relation

(oder **N**)

e < e' ==> C(e) < C(e') Uhrenbedingung



Protokoll zur Implementierung der Uhrenbedingung:

- Lokale Uhr (= Zähler) *tickt* "bei" *jedem* Ereignis
- Sendeereignis: Uhrwert mitsenden (*Zeitstempel*)
- Empfangsereignis: *max*(lokale Uhr, Zeitstempel)

zuerst! danach "ticken"

Behauptung:
Protokoll respektiert Uhrenbedingung

Beweis: Kausalitätspfade sind monoton...

Lamport-Zeit: Nicht-Injektivität

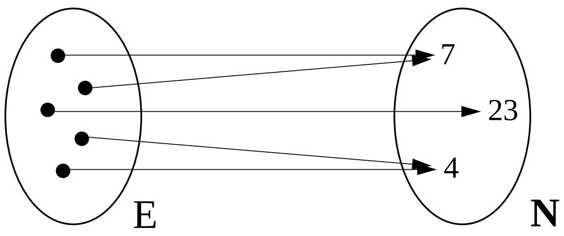


Abbildung ist nicht injektiv

- Wichtig z.B. für: "Wer die kleinste Zeit hat, gewinnt"

- Lösung:

  Lexikographische Ordnung (C(e),i), wobei i die Prozessnummer bezeichnet, auf dem e stattfindet

  Ist injektiv, da alle lokalen Ereignisse verschiedene Zeitstempel C(e) haben ("break ties")

  - *lin*. Ordnung $(a,b) < (a',b') \Leftrightarrow a<a' \vee a=a' \wedge b<b'$

    --> alle Ereignisse haben *verschiedene* Zeitstempel

    --> Kausalitätserhaltende Abb. (E,<) --> $(\mathbf{N}\times\mathbf{N}, <)$

Zu jeder Menge von Ereignissen gibt es nun ein eindeutig "frühestes"!