10.

Backtracking

Buch Mark Weiss „Data Structures & Problem Solving Using Java“ siehe S. 333-336

Lernziele Kapitel 10 Backtracking

- Prinzip des Backtrackings verstehen
- Backtracking auf typische dafür geeignete Probleme anwenden

Thema / Inhalt

Backtracking bezeichnet eine wichtige algorithmische Problemlösungsmethode, die auf dem **systematischen Durchmustern*** eines grossen Zustandsraums beruht. Dabei wird versucht, eine erreichte Teillösung schrittweise weiter zu einer Gesamtlösung auszubauen. Sobald jedoch absehbar ist, dass eine Teillösung nicht zu einer endgültigen Lösung führen kann, wird der letzte Schritt zurückgenommen und es werden (falls vorhanden) alternative Wege probiert; ansonsten muss noch weiter zurückgegangen werden. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass alle in Frage kommenden Lösungswege ausprobiert werden können.

Man kann dies auch als eine **Depth-first-Traversierung** eines Zustandsgraphen bzw. des Entscheidungsbaums ansehen, dessen Knoten Teillösungen repräsentieren, die evtl. weiter in Richtung einer Gesamtlösung vervollständigt werden können. Ein Blatt stellt dabei entweder das Ende einer Sackgasse oder aber eine Gesamtlösung dar. Mittels Heuristiken wird versucht, frühzeitig nicht-zielführende Unterbäume zu erkennen und zu vermeiden bzw. erfolgreich aussehende Alternativen zuerst auszuprobieren. Da man oft nicht an allen Zuständen oder denkbaren Lösungen interessiert ist, sondern nur an einer bestimmten (oder ersten) Lösung, z.B. wenn man den Ausgang aus einem Labyrinth sucht, können solche Heuristiken die erfolgreiche Suche wesentlich beschleunigen.

*) Das klingt doch besser als „erschöpfendes Durchsuchen"!

Thema / Inhalt (2)

Als Beispiele betrachten wir das **Labyrinth-Problem** (den Goldtopf im Inneren finden – oder vielleicht auch den Minotauros, wenn man Theseus heisst – dann aber auch wieder zügig einen Ausgang suchen), **Edge-Matching-Puzzles** als frustrierende Geduldsspiele und schliesslich das prominente **8-Damen-Problem** („es handelt sich darum, auf ein Schachbrett 8 Königinnen aufzustellen, derart, dass keine irgendeine der andern zu schlagen im Stande ist").

Das 8-Damen-Problem (verallgemeinert auch das n-Damen-Problem) gehen wir in einem **Java-Programm** an. Für die Repräsentation der Spielzustände braucht man keine Nachbildung des Spielbretts (wie z.B. ein zweidimensionales Array), das würde nur unnötigen Aufwand erzeugen. Es genügt dafür eine Permutation der Zahlen 1 bis 8, die in einem eindimensionalen Array der Länge 8 gespeichert werden kann. Die i-te Stelle der Permutation symbolisiert dabei die Höhe (über der Grundlinie) der Dame der i-ten Spalte. Aus Effizienzgründen ist es zweckmässig, die jeweils bedrohten Zeilen und Diagonalen in gesonderten Booleschen Variablen nachzuhalten, deren Werte aus dem Zustand abgeleitet sind. Für den eigentlichen Backtracking-Algorithmus nutzen wir in unserem Java-Programm eine Methode, die in einer bestimmten Spalte (unter Berücksichtigung von Bedrohungen aus kleineren Spalten) eine Dame zu platzieren versucht und bei Erfolg rekursiv auf die nachfolgende Spalte angewendet wird. Eine Hilfsmethode sorgt für eine ansprechende zweidimensionale Ausgabe einer gefundenen Lösung. Optional kann ein Trace ausgegeben werden, der die einzelnen Schritte des versuchsweisen Setzens einer Dame sowie die Backtrack-Schritte visualisiert.

Backtracking als allgemeines Prinzip wurde nicht einfach irgendwann entdeckt; wiederholt ist es bei der Lösung konkreter Probleme quasi nebenbei „erfunden" worden. **Robert John Walker** hatte 1960 in seinem Aufsatz „An enumerative technique for a class of combinatorial problems" das algorithmische Backtracking-Prinzip formal beschrieben und als ein allgemeines Lösungs-

Thema / Inhalt (3)

verfahren propagiert. Allerdings wurde die Methode des Backtrackings, ohne es so zu nennen, zuvor schon angewendet, beispielsweise beim Labyrinth-Problem. **Christian Wiener** veröffentlichte dazu 1873 einen ersten Algorithmus „wie man sich aus einem Labyrinthe herausfindet", der Backtracking verwendet, und **Charles Pierre Trémaux** findet spätestens 1882 die mittlerweile klassische Depth-first-Traversierung, welche **Gaston Tarry** 1895 auf elegante Weise verallgemeinert.

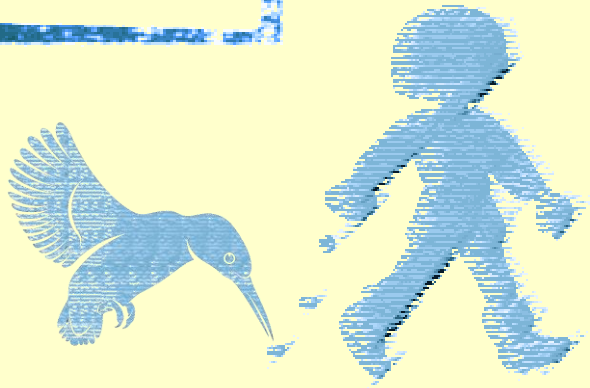
Als erster ist aber wohl **C.F. Gauß** zu nennen. Er beschrieb 1850 das Backtracking-Prinzip am Beispiel des damals noch neuen 8-Damen-Problems; wir zitieren dazu Ausschnitte aus seinen Briefen. Er sprach von „Tatonnements" und nutzte dafür ein „schicklich präparirtes Quadratnetz". Am liebsten hätte er (und andere Mathematiker) wohl eine Art Formel (analog zu seiner Osterformel) gehabt, die das Problem löst. Oder wenn schon Algorithmus, dann eher so ein Straight-Forward-Verfahren wie beim Sieb des Eratosthenes zur Primzahlbestimmung, das ohne Versuch und Irrtum auskommt. Aber im Laufe der folgenden Jahrzehnte dämmerte den Mathematikern, dass man es möglicherweise mit einer unangenehmen Situation zu tun habe: Vielleicht muss man bei solcherart* Problemen einfach im wesentlichen alles durchprobieren (und das dauert dann seine Zeit!). Anfangs wurde der Verdacht noch etwas zaghaft geäussert („die Aufgabe scheint nicht ganz ohne Probiren löslich zu sein"), der Logiker **Kurt Gödel** formuliert Mitte der 1950er-Jahre in einem Brief an John von Neumann dies in Verallgemeinerung als konkrete Frage („wie stark im Allgemeinen bei finiten kombinatorischen Problemen die Anzahl der Schritte gegenüber dem blossen Probieren verringert werden kann"). Dies wurde später als „**P-NP-Problem**" formaler ausgedrückt und führte in den 1960er-Jahren zur Begründung der **Komplexitätstheorie**. Die starke Vermutung heute: Es geht tatsächlich nicht prinzipiell besser als durch systematisches Probieren (mit exponentiellem Aufwand). Aber bewiesen ist es noch nicht.

*) Die Frage ist natürlich: „welcherart" Probleme genau?

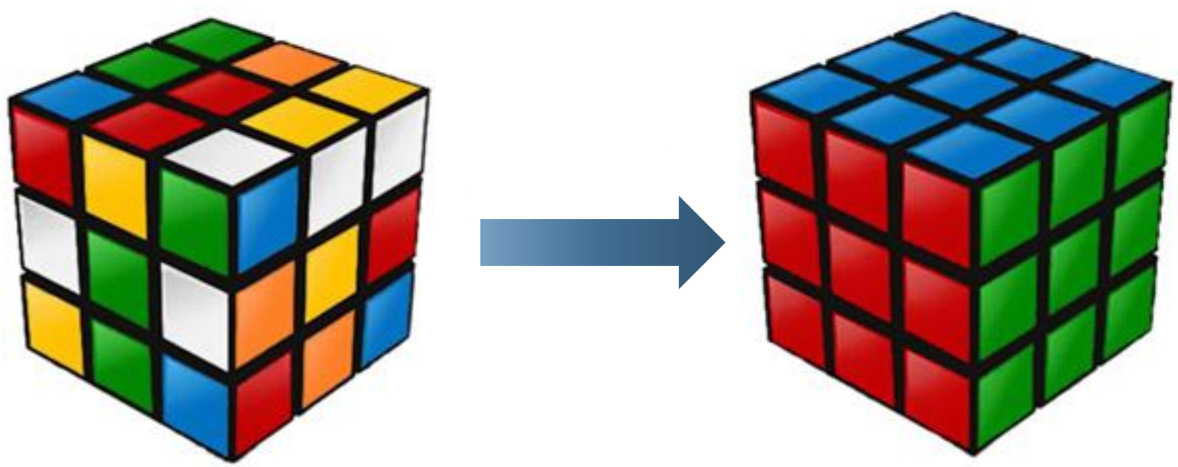
Thema / Inhalt (4)

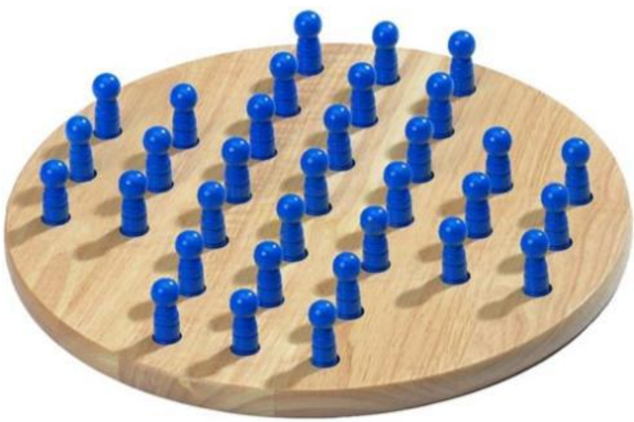
LECTEUR, supposez-vous égaré dans les carrefours d'un labyrinthe, dans les galeries d'une mine, dans les carrières des catacombes, sous les allées ombreuses d'une forêt. Vous n'avez point dans votre main le Fil d'Ariane, et vous êtes dans la situation du Petit Poucet, après que les oiseaux ont mangé les miettes de pain semées sur sa route. Que faire pour retrouver l'issue du labyrinthe, le puits de la mine, l'entrée des catacombes, la cabane du bûcheron? Cette récréation va vous apprendre que l'on peut toujours retrouver le chemin perdu.

-- Édouard Lucas: Récréations mathématiques, 1891



Lösung ohne bekannten Algorithmus? Strategie?





Aber auch viele „ernste“ Praxisprobleme!

Backtracking [„Rücksetzverfahren”]

- Systematisches Durchmustern eines grossen Zustandsraumes, um zu einem (kombinatorischen) Problem eine Lösung zu finden

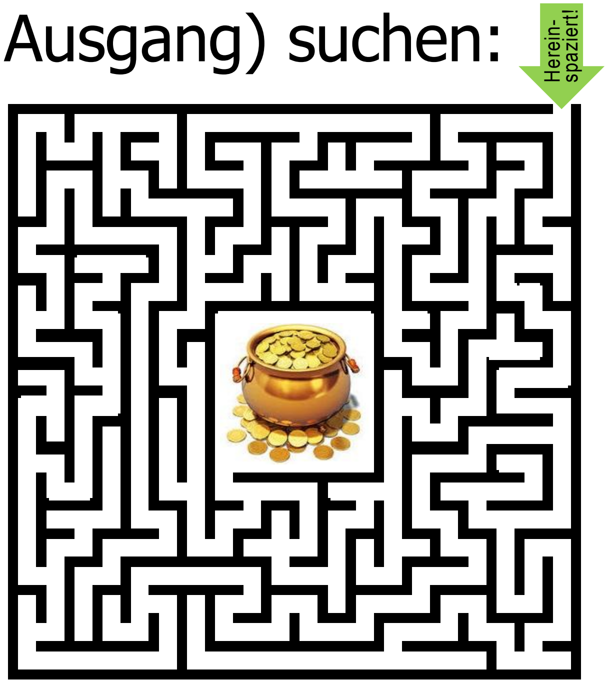
passende, gute, opti-male; alle Lösungen...

- Systematisches „trial and error”
- Beispiel: Mittels systematischer Tiefensuche („depth first“) in einem Labyrinth den Goldtopf (oder den Ausgang) suchen:
  - Weggabelung: eine (neue) Richtung wählen
  - In diese Richtung weitergehen
  - Wenn „letztendlich“ erfolglos: Einen Schritt zurückgehen und andere Richtung wählen

Backtracking

Falls bereits alle Richtungen aus-probiert → noch weiter zurück

  - Idee: Um Mehrfachbesuche zu vermeiden, bereits ausgeforschte Richtungen markieren

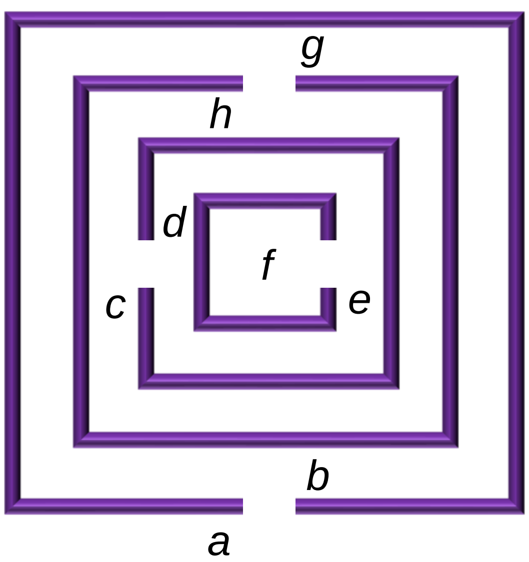


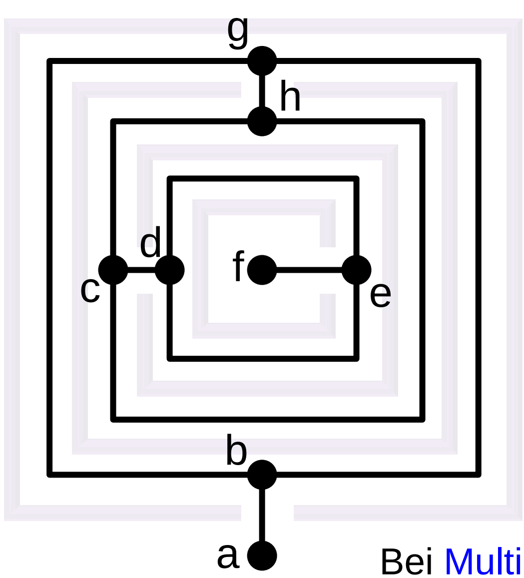
Labyrinthe als Graphen

Come sarebbe bello il mondo se ci fosse una regola per girare nei labirinti.
-- Umberto Eco, Il nome della rosa.

Wir wenden Backtracking an, um ein Labyrinth abzusuchen und auch wieder herauszufinden.

Labyrinthe lassen sich in naheliegender Weise als Graphen modellieren, indem man die Wegachsen als geometrische Linie bzw. Graphkante auffasst. Den Wegegraphen kann man dann in adäquater Weise topologisch „verzerren“. Bei folgendem Beispiel (entnommen dem Buch „Theorie der endlichen und unendlichen Graphen“ von Dénes König, 1936) wird schnell deutlich, über welche Zwischenstationen man von aussen (a) zum Zentrum (f) kommt:



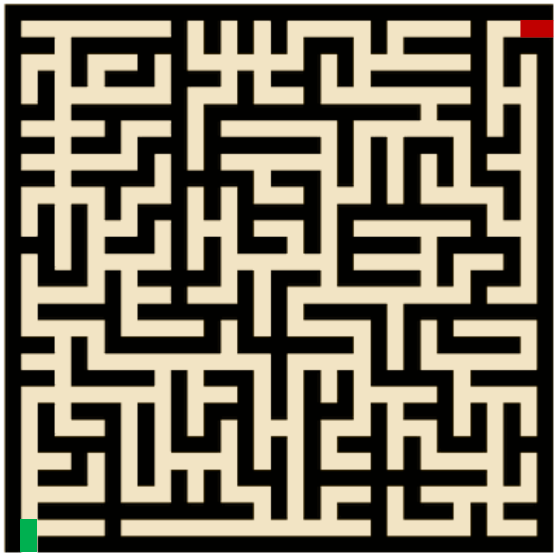


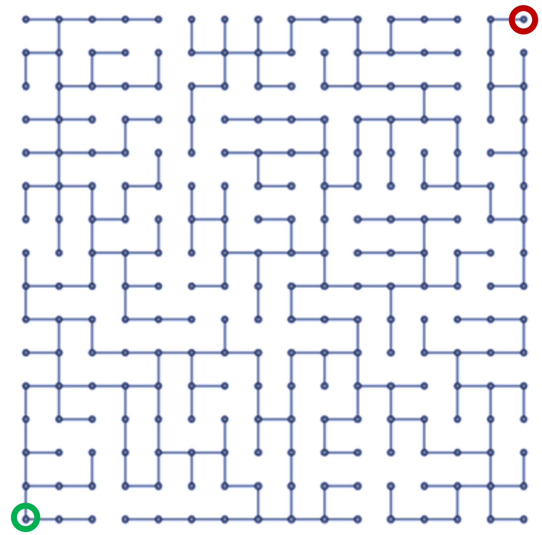
Wie viele Zwischenstationen bzw. Kreuzungspunkte elementarer Wegstrecken es geben soll, ist nicht a priori determiniert; man könnte z.B. die Knoten c und d zusammenfassen oder umgekehrt mehr Knoten im Modell bekommen, wenn man nur geradlinige Elementarstrecken zulässt.

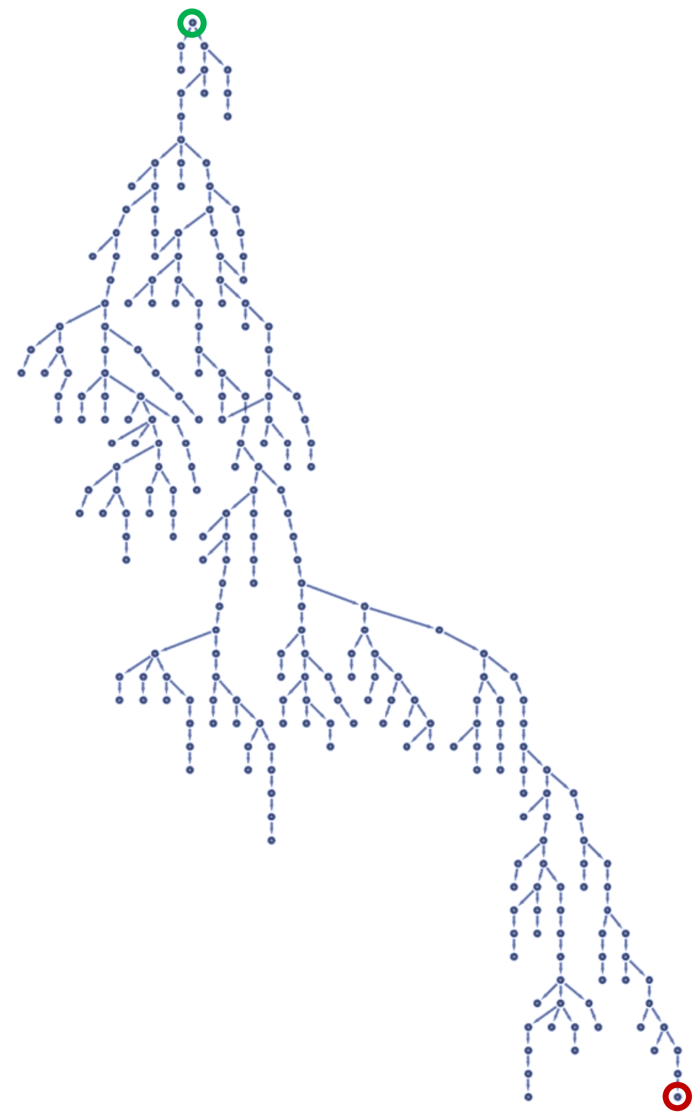
Bei Multigraphen können zwei Knoten durch mehrere Kanten verbunden sein.

Labyrinthe als Graphen (2)

> *"What we all dread most," said the priest in a low voice, "is a maze with no center."*
> -- G. K. Chesterton, *The Wisdom of Father Brown*



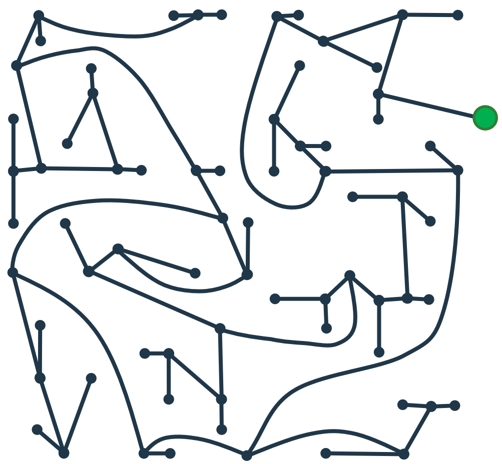




Ein etwas komplizierteres Labyrinth mit einem kanonisch am Raster ausgelegten Wegegraph. Der Graph ist nur schwach vermascht, sodass es zwar ein paar Zyklen gibt, der Graph aber topologisch äquivalent „fast“ wie ein Baum gezeichnet werden kann – wobei der grün markierte Eingang die Wurzel bildet. In der baumartigen Darstellung springt ein Weg von der „Wurzel“ zum rot markierten „Blatt“, das den Labyrinthausgang repräsentiert, sofort ins Auge – zweckmässigerweise exploriert man dazu den umgekehrten Weg, vom roten „Blatt“ stetig aufwärts zur grünen „Wurzel“.

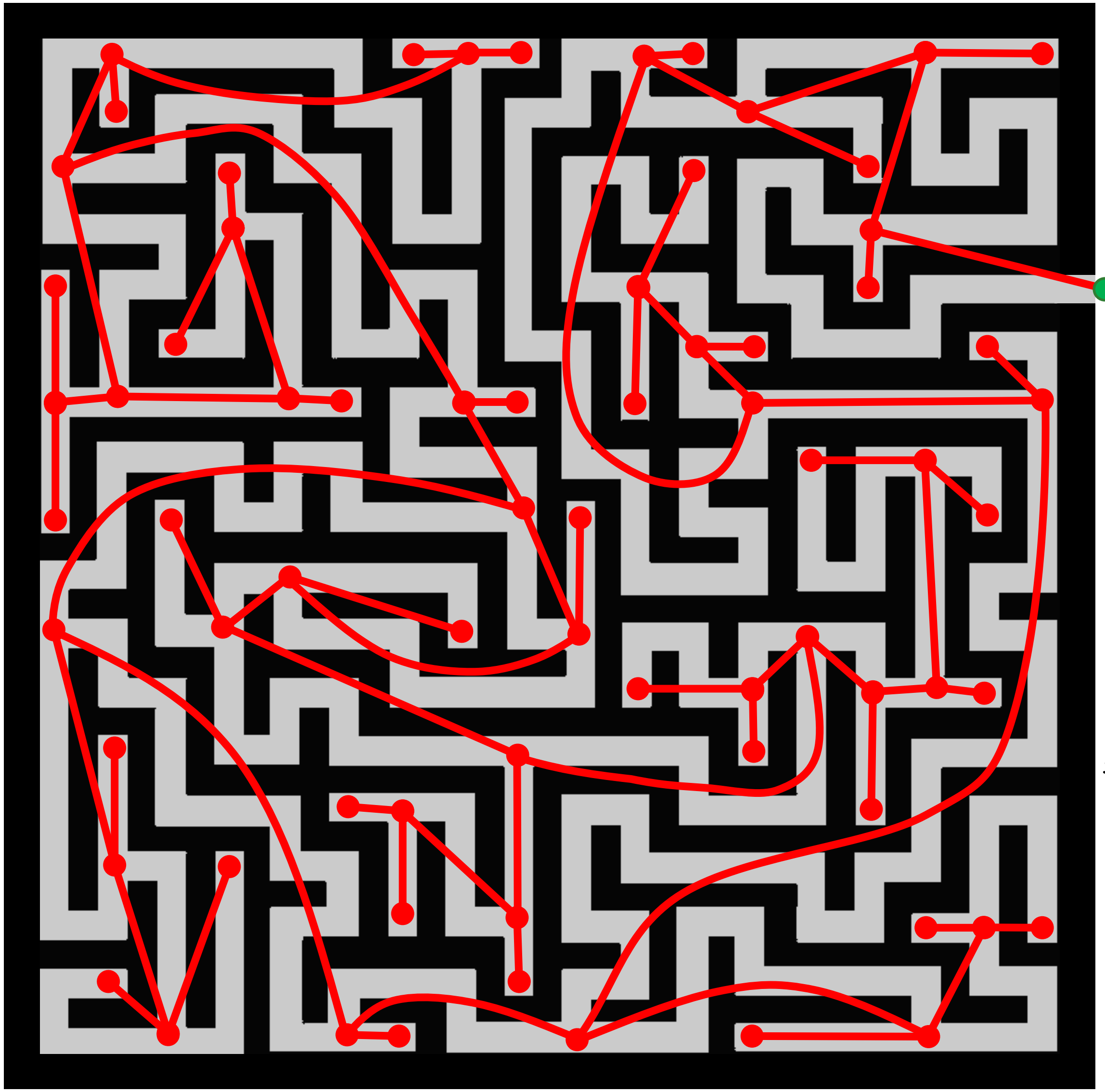
Labyrinthe als Graphen (3)

Modellierung: Jeder Verzweigung und Sackgassenwand spendiert man im Wegegraphen einen Knoten. Die Kanten ergeben sich in naheliegender Weise durch die Labyrinthgänge zwischen benachbarten Knoten.



Noch ein Labyrinth mit einem Wegegraphen. (Durch topologische Operationen wie Stauchen, Dehnen, Geradebiegen etc. könnte man den Graphen noch etwas „aufhübschen".)

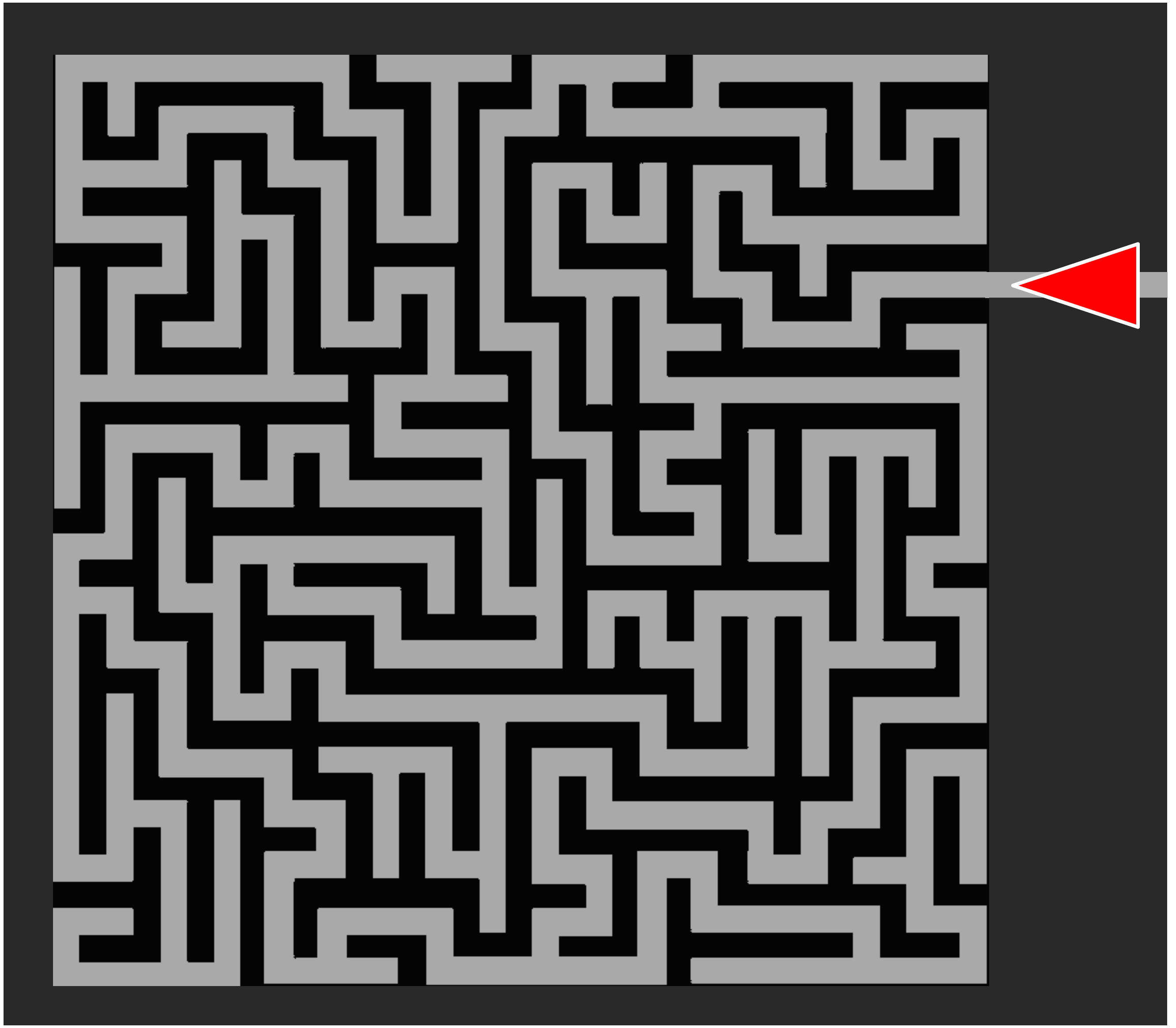
Bei diesem Beispiel fällt auf, dass der Graph keine Zyklen enthält (aber zusammenhängend ist), somit einen Baum darstellt. Aus einem „Baumlabyrinth" sollte man wieder einfach herausfinden, oder?



In diesem konkreten Wegegraphen gibt es nur Knoten mit Grad 1 oder 3. Das muss im Allgemeinen allerdings nicht so sein.

Tiefensuche mit Backtracking (Animation)

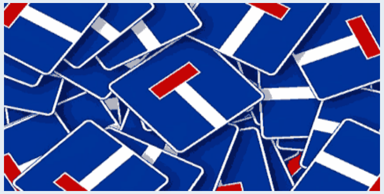
Tiefensuche rekursiv auf dem Wegegraph: Führe nacheinander für jeden benachbarten Knoten, falls man ihn noch nie gesehen hat, eine Tiefensuche durch.



Exploration in die Tiefe: **weiss**

Backtracking aus Sackgassen: **blau**

Alles scheint eine einzige rekursive Sackgasse zu sein!

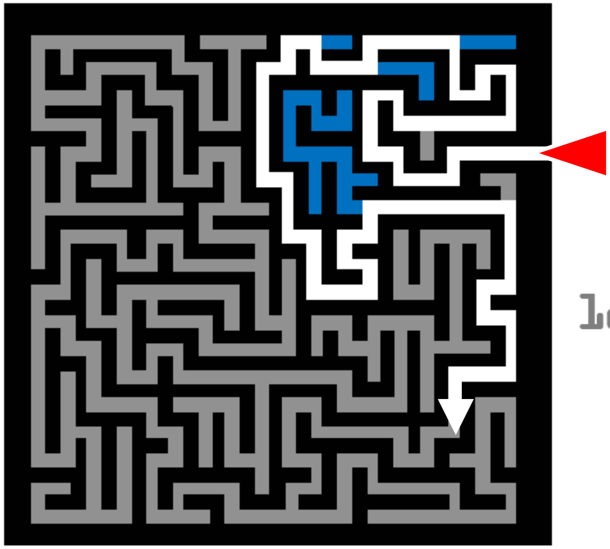


Tiefensuche mit Backtracking

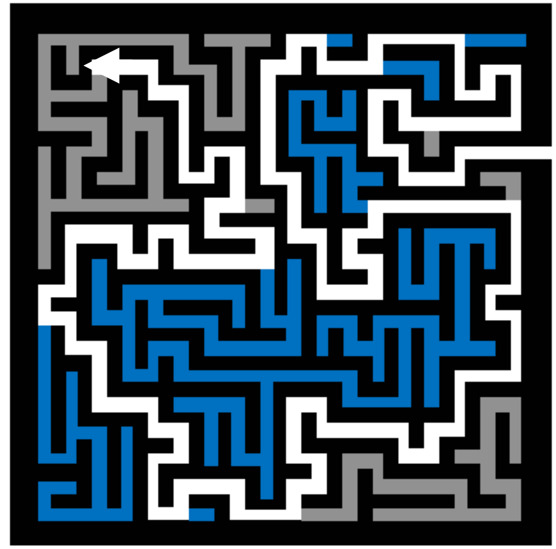
Vier Schnappschüsse

Das mit Backtracking explorierte Labyrinth ist von baumartiger Struktur. Was wäre zu tun, wenn es Zyklen enthielte?

1)
05:29



3)
18:43

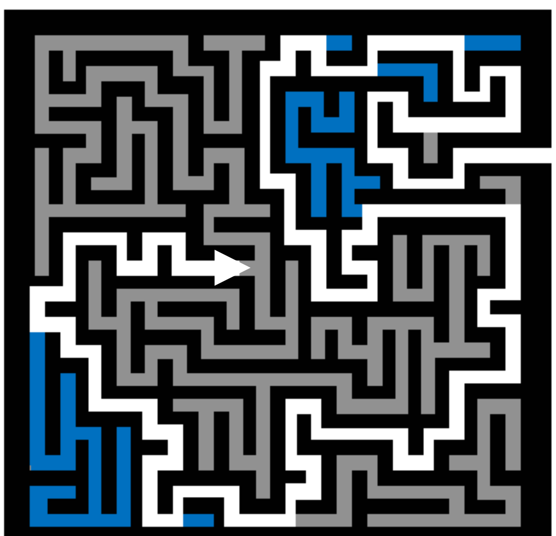


Hätte man das Labyrinth eigentlich auch vollständig traversieren können, indem man die rechte Hand immer an der Wand entlang führt?

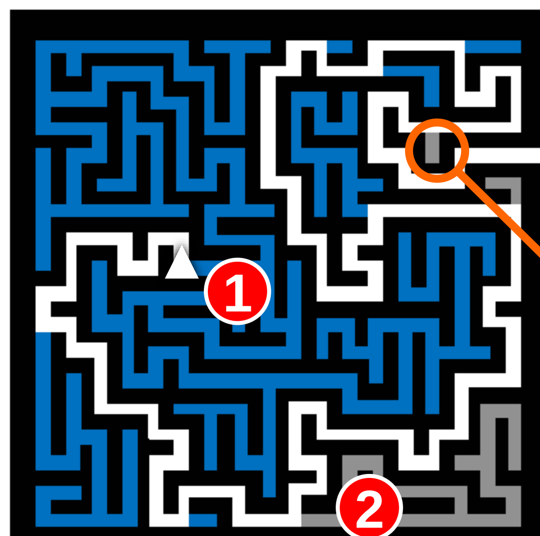
→ 3) Erkunden der linken oberen Ecke des Labyrinths

Blaue Wegstücke ist man vorwärts <u>und</u> rückwärts gegangen

2)
09:77



4)
24:08



→ 4) Auf dem Rückmarsch von ❶ nach ❷, um das noch unbekannte Gebiet bei ❷ zu explorieren

Zuallerletzt explorierte Abzweigung (direkte Sackgasse)

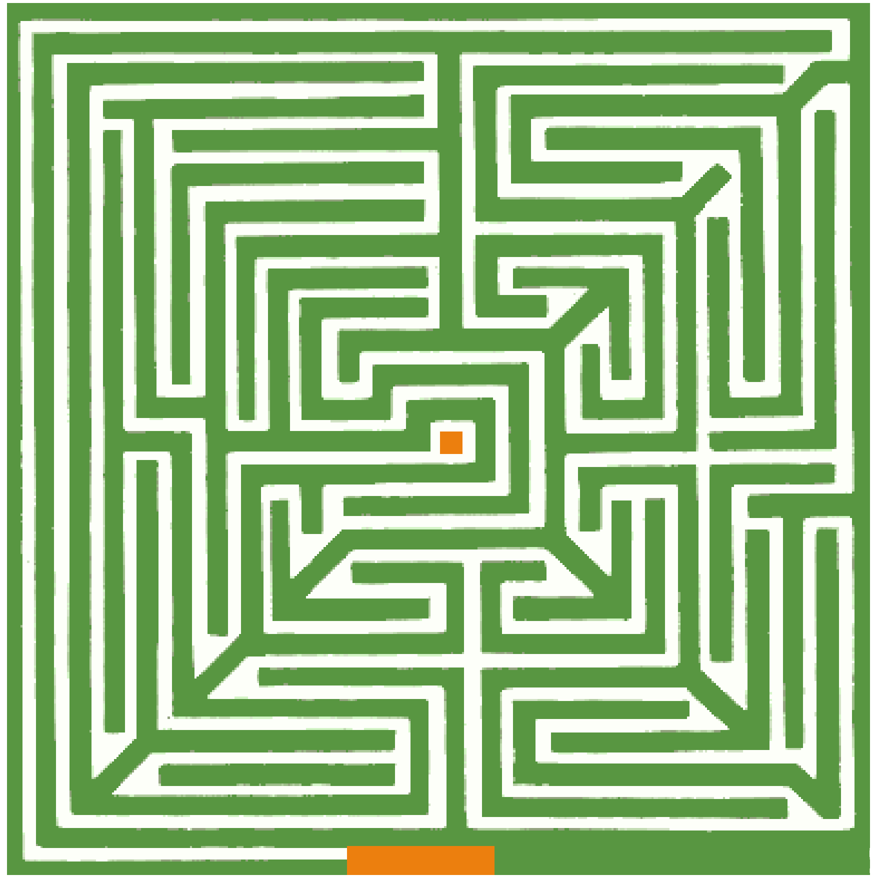
Am Schluss ist alles blau: Man kam also wirklich überall vorbei!

Tiefensuche im Labyrinth

…das kein Baum ist!

Das eben geschieht den Menschen, die in einem Irrgarten hastig werden: Eben die Eile führt immer tiefer in die Irre. -- Seneca

„Die Tiefensuche geht immer tiefer ins Labyrinth, bis sie in einen Saal kommt, der keine abgehenden Gänge hat oder dessen sämtliche Gänge auf Knoten führen, die sie schon besucht hat. Dann geht sie den Gang, den sie gerade gekommen ist, bis zum vorigen Knoten zurück und weiss, dass sie alles erledigt hat, was dahinterliegt. Klar, dass sie so durch jeden Gang höchstens einmal hin und einmal wieder zurückgehen muss.“ [Sebastian Stiller]

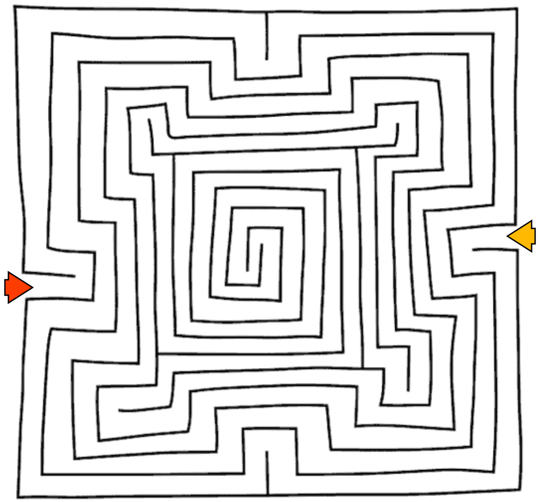


So ein Labyrinth findet man in der realen Welt tatsächlich – und zwar gleich zwei Mal als Heckenlabyrinth: In Altjeßnitz und in Probsteierhagen. Da muss man allerdings erst einmal hingelangen, ohne sich zu verirren… Dafür verwenden wir am besten wir ein Navi. …Was uns auf eine schelmische Idee bringt – aber dazu später mehr!

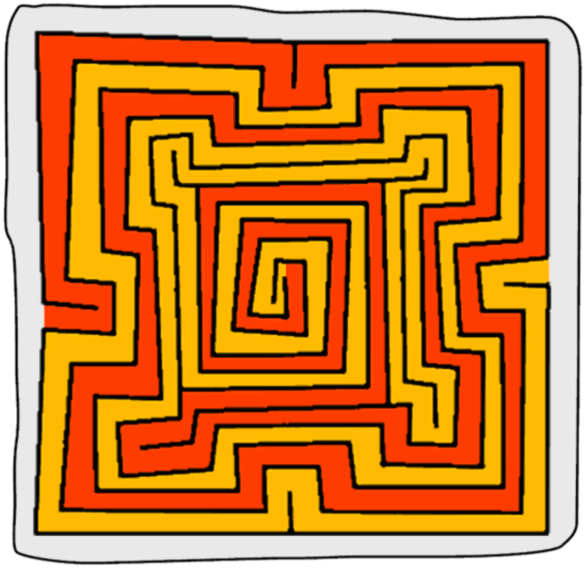
Wenn das kein Labyrinth ist…!

Der Plan eines Heckenlabyrinths. Man möchte über die weissen Wege vom orange markierten Eingang zum Ziel in der Mitte gelangen, ohne sich „endlos“ zu verlaufen – und dann schnellstmöglich wieder zurück. Echte Sackgassen, wo man gegen eine Wand läuft, gibt es hier nicht – man könnte aber in Schleifen geraten! Was im Tiefensuche-Algorithmus als „Saal“ bezeichnet wird, ist eine Stelle (d.h., ein „Knoten“), wo sich ein Weg aufgabelt. Anders gesagt: Eine Wegkreuzung. Damit man erkennt, dass man an einem Knoten schon einmal war, sollte man diesen beim ersten Besuch geeignet markieren. Man spiele das Ganze einmal durch!

Ein babylonisches Labyrinth



Hecken-Irrgärten gibt es in Europa seit dem 16. Jh.; kulturgeschichtlich sind Labyrinthe jedoch uralt, realisiert als Ornament, Mosaik, Felsritzung, Zeichnung, Bauwerk etc. Hier eine der ältesten Labyrinth-Darstellungen (2. Jahrtausend v. Chr.) auf einer 10cm x 10cm grossen mesopotamischen Tontafel. Das Design erinnert auf den ersten Blick an eine befestigte Stadt mit vier Toren an der Aussenmauer, von denen zwei (im Westen und Osten) offen stehen. Der mäanderartige Weg durch das Labyrinth erschliesst lückenlos das gesamte Areal und führt ohne Abzweigungen oder Sackgassen über das Zentrum zum gegenüberliegenden Ausgang. Dabei wechseln die Wegschleifen ihre Drehrichtung um den Mittelpunkt mehrfach, der Hinweg zum Zentrum ist mit dem Rückweg aus dem Labyrinth kunstvoll verschlungen, wie die gefärbte Darstellung links erkennen lässt.

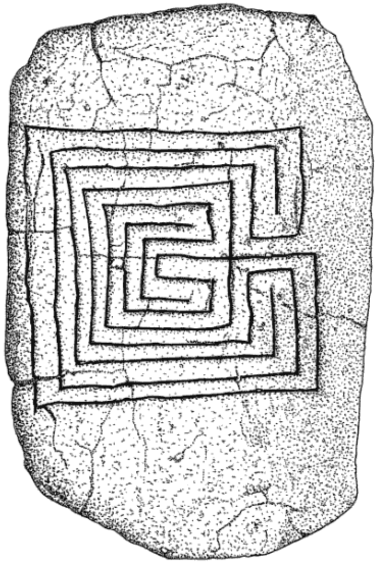


Vermutlich dienten solche Labyrinthtafeln Wahrsagern als Arbeitshilfsmittel – es war sowieso üblich, aus den Eingeweiden von Tieren die Zukunft lesen, der gewundene Weg könnte insofern symbolisch den verschlungenen Darm repräsentieren. Gleichzeitig mögen die plötzlichen Richtungs- und Drehänderungen die gottgegebenen Schicksale im Laufe eines Lebens repräsentiert haben.

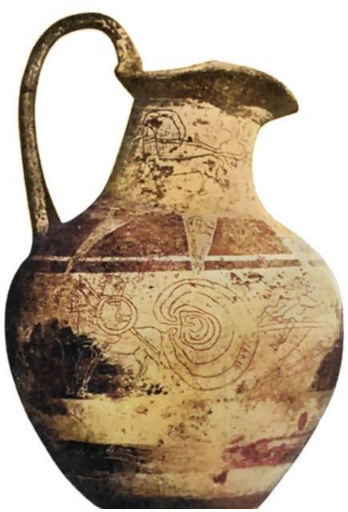
Die Konstruktion eines solchen Labyrinths ist nicht einfach, davon zeugen auch gefundene Tontafeln, die Skizzen und aufgegebene Konstruktionsversuche zeigen.

Griechische und etruskische Labyrinthmuster

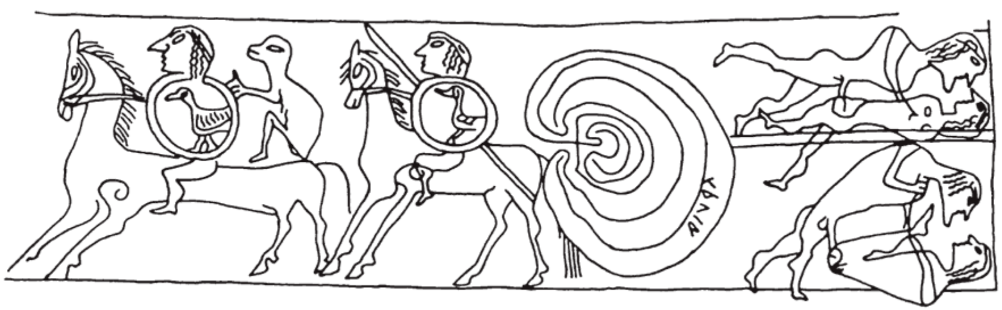
Um 1200 v. Chr. brannte ein Palast im griechischen Pylos ab; durch die entstandene Hitze wurden Tontäfelchen im Format 7cm × 5.7cm mit eingeritzten Notizen gebrannt und dadurch erhalten, die sonst die lange Zeit bis heute nicht überdauert hätten. Sie wurden 1938 bei einer Ausgrabung entdeckt. Eines von ihnen zeigt ein Labyrinth – das gleiche Muster findet sich mal eckig, mal rund, mal als Gravur, mal als begehbares Labyrinth auch an vielen anderen Orten in Europa und sogar in Indien, doch liegt deren Entstehungszeitpunkt entweder später oder ist nicht klar bestimmbar. Vermutlich ist das Muster aber noch viel älter.



Interessant ist in diesem Zusammenhang ein etruskischer Weinkrug (ca. 620 v. Chr.), der in einem Grab in Tragliatella bei Rom gefunden wurde. Der Krug ist kunstvoll auf vier horizontalen Bändern mit eingeritzten allegorischen Skizzen dekoriert.

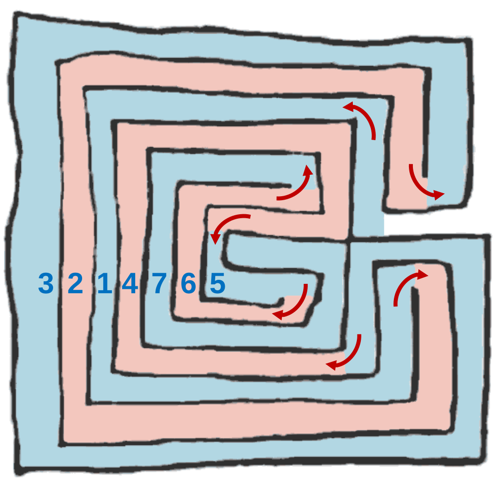


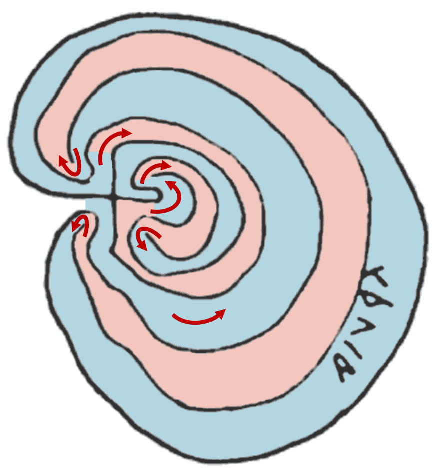
Es findet sich dort zwischen Reitern und zwei kopulierenden Paaren ein topologisch isomorphes Labyrinth, allerdings von runder Gestalt, das 7 konzentrischen Kreisen ähnelt. Die Interpretationen dazu gehen sehr weit auseinander, eine der vielen Theo-



Griechische und etruskische Labyrinthmuster (2)

rien will darin einen Uterus oder eine Vulva als Fruchtbarkeitssymbol erkennen, andere sehen im Labyrinth choreographische Leitlinien für einen rituellen Balztanz, was durch die beiden Paare rechts daneben quasi „kommentiert“ werden würde. Auch astronomische Deutungen (Wandelgestirne, Schema des Mondkalenders) wurden vorgeschlagen. Im Zusammenhang mit den berittenen Pferden links neben der Labyrinthskizze ist eine andere Interpretation aber plausibel, vor allem auch in Verbindung mit dem etruskisch (d.h., linksläufig und spiegelverkehrt) geschriebenen Wort „TRUIA“ auf dem äusseren Labyrinthkreis: Dieses kann die Stadt Troia oder aber ein zeremonielles Reiterkampfspiel („troiae lusus“) bezeichnen. Dieses ist charakterisiert als Ritt in Halbkreisen mit mehreren scharfen Wendungen. Der römische Dichter Vergil (70 – 19 v. Chr.) beschreibt es in seinem Epos „Aeneis“ so: „inde alios ineunt cursus aliosque recursus adversi spatiis, alternosque orbibus orbis impediunt pugnaeque cient simulacra sub armis“ („Andere Wendung beginnen sie dann und Wendung dagegen, widereinandergewandt, und wechselnd schlingen sie Kreis durch Kreis im Geflecht und führen ein Scheingefecht unter Waffen“ [Übs. J. Götte].) Vielleicht ist das Labyrinth also ein Spielplan oder wird zumindest in dieser Funktion genutzt?





← Das über Jahrtausende populäre Muster ist dadurch charakterisiert, dass der Drehsinn des mäandernden Pfades mehrfach gewechselt wird (hier verdeutlicht mit zwei verschiedenen Farben), gleichzeitig bewegt man sich mal auf Bahnen näher am Zentrum, mal auf weiter aussen gelegenen Bahnen.

Das Labyrinth als spirituelles Symbol

https://global.museum-digital.org/object/2591167

https://blog.archiv.ekir.de/

Der mystische und spirituelle Charakter des Labyrinths hat sich bis in die heutige Zeit erhalten. Hier eine aus Leinen gewebte und mit einem Metallfaden bestickte Verkleidung eines Altarunterbaus („Labyrinth mit Silberfaden auf lila Grund"), entworfen Ende des 20. Jh. von Kurt Wolff (1916 – 2003). Wolff war Designer sowie Professor für Schrift und Typografie an der Fachhochschule Düsseldorf; in vielen Kirchenräumen der Evangelischen Kirche im Rheinland sind textile Wandbehänge und Altardecken von ihm zu sehen. Dazu Wikipedia: „Sein unverwechselbarer Entwurfsstil kombinierte vorhandene christliche Symbolik mit einer neuen, elementarisierten Symbolsprache und brachte sie in Verbindung mit strengen grafischen Mustern und Formen und einer markanten Farbgebung."

"It seems likely that the preserved written works of Roman and, earlier, Greek authors, Pliny, Homer and others, which mentioned the legends of the labyrinth, were responsible for the later development of the labyrinth symbol in Europe. These writings, combined with the widespread recognition of Christianity throughout the Roman territories […], allowed the labyrinth symbol to be absorbed into later Christian symbolism, philosophy and architecture. This more recent chapter of the labyrinth story which saw the labyrinth evolve into many more forms, to occupy the floors of cathedrals, grace the gardens of royal palaces and ultimately develop into the complex puzzle mazes of modern amusement parks, must await another opportunity to be told…." -- Jeff Saward, Labyrinthos, 2017

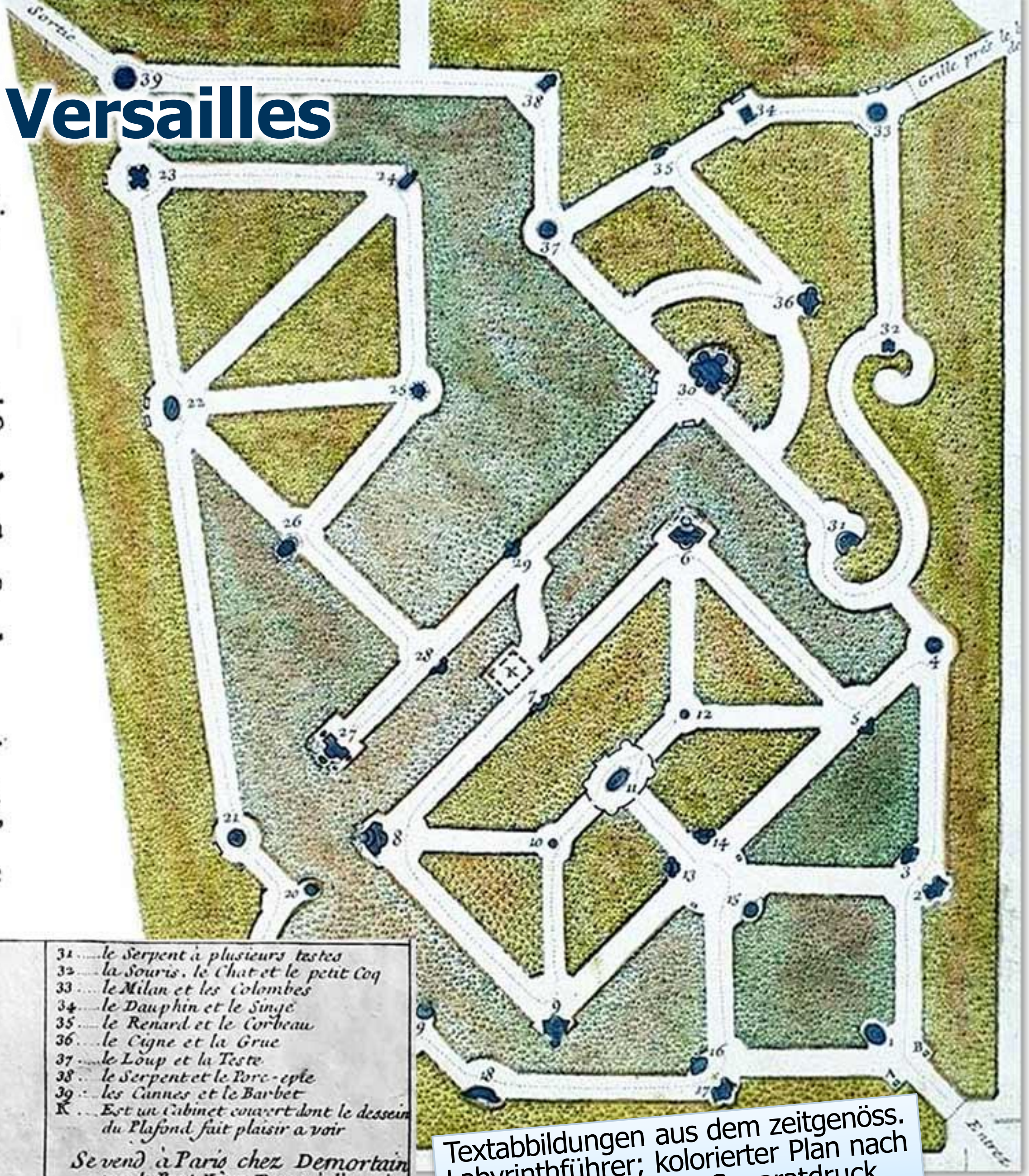
Das Labyrinth von Versailles

A Der Eingang des Irrgartens.
B Die Abbildung Æsopi.
C Die Abbildung der Liebe.
1 Die Eule und die Vögel.
2 Die Hahnen und das Feldhuhn.
3 Der Hahn und der Fuchs.
4 Der Hahn und Demätstein.
5 Die hangende Katz und Ratten.
6 Der Adler und Fuchs.
7 Die Pfauen und Krähe.
8 Der Hahn nnd Kalkunische Hahn.
9 Der Pfau und die Älster.
10 Der Drach und die Feile.
11 Der Affe und seine Jungen.
12 Streit der Thiere.
13 Der Fuchs und Kranichvogel
14 Der Kranichvogel und Fuchs
15 Die Henne mit ihre Kichen.
16 Der Pfau und Nachtigal.
17 Der Papegay und Affe.
18 Der Affe Richter.
19 Die Rattemauß und Frosch.
20 Der Hase und Schildkröthe.
21 Der Wolf und Kranichvogel.
22 Der Stoßgeyer und Vögel.
23 Der Affe König.
24 Der Fuchs und Bock.
25 Raht der Rattenmäuse.
26 Die Frösche und Jupiter.
27 Der Affe und die Katz.
28 Der Fuchs und die Trauben.
29 Der Adler / das Conijn und Pferdwurm.
30 Der Wolf und das Stachelschwein.
31 Die Schlange mit vielen Köpfen.
32 Die Mauß / die Katz / und der kleine Hahn.
33 Der Stoßgeyer und die Tauben.
34 Der Delphin und Affe.
35 Der Fuchs und Rabe.
36 Der Schwan / und der Kranichvogel.
37 Der Wolff und das Haupt.
38 Die Schlange und das Stachelschwein.
39 Die Enten / und das junge Wasserhündlein.

A ..... Esope
B ..... la prudance sous la figure d'un Ange
1 ..... le Duc et les Oiseaux
2 ..... les Coqs et la Perdrix
3 ..... le Coq et le Renard
4 ..... le Coq et le Diamant
5 ..... le Chat pendu et les Rats
6 ..... les Paons et le Geay
7 ..... le Coq et le Coq dinde
8 ..... le Paon et la Pie
9 ..... le Serpent et la Lime
10 ..... le Singe et ses Petits
11 ..... le Combat des Animaux
12 ..... l'Aigle et le Renard
13 ..... le Renard et la Cigogne
14 ..... la Cigogne et le Renard
15 ..... la Poule et les Poussins
16 ..... le Paon et le Rossignol
17 ..... le Perroquet et le Singe
18 ..... le Singe juge
19 ..... le Rat et la Grenouille
20 ..... le Lievre et la Tortuë
21 ..... le Loup et la Grue
22 ..... le Milan et les Oiseaux
23 ..... le Singe Roy
24 ..... le Renard et le Bouc
25 ..... le Conseil des Rats
26 ..... les Grenouilles et la Cigogne
27 ..... le Renard et les Raisins
28 ..... le Singe et le Chat
29 ..... l'Aigle, le Lapin, et le Scarbot
30 ..... le Loup et le Porc-epie
31 ..... le Serpent à plusieurs testes
32 ..... la Souris, le Chat et le petit Coq
33 ..... le Milan et les Colombes
34 ..... le Dauphin et le Singe
35 ..... le Renard et le Corbeau
36 ..... le Cigne et la Grue
37 ..... le Loup et la Teste
38 ..... le Serpent et le Porc-epie
39 ..... les Cannes et le Barbet
K ..... Est un Cabinet couvert dont le dessein du Plafond fait plaisir a voir

Se vend à Paris chez Demortain sur le Pont Notre Dame à l'enseigne des belles Estampes.

16



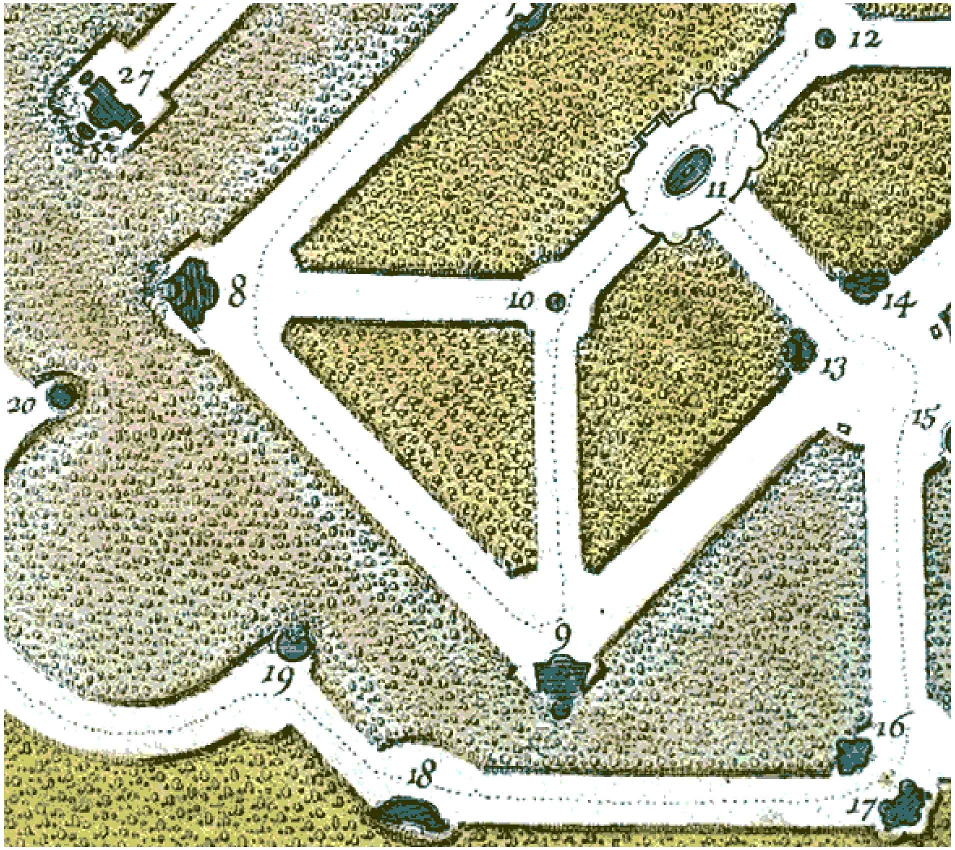
Textabbildungen aus dem zeitgenöss. Labyrinthführer; kolorierter Plan nach Gilles Demortain als Separatdruck

Das Labyrinth von Versailles (2)

Das berühmte Labyrinth im Schlosspark von Versailles gibt es heute nicht mehr. Nachdem es 1680 entsprechend den Plänen von André Le Nôtre fertiggestellt wurde, existierte es über 100 Jahre, dann wurden die Unterhaltsarbeiten auch für den französischen König Ludwig XVI zu teuer, ausserdem änderte sich die Mode: Lustwandeln unter exotischen Bäumen war dann mehr angesagt als Versteckspiel im Wäldchen des Labyrinths, wo man sich an den in Versform angebrachten Inschriften zu den Fabeln des Äsop delektieren sollte.

Das Besondere am Versailler Labyrinth war, dass an jeder Weggabelung ein Springbrunnen aufgestellt war (39 insgesamt), an dem farbig bemalte Bleigussfiguren jeweils ein Motiv aus den Tierfabeln Äsops (nach Jean de La Fontaine) illustrierten.

Es handelte sich nicht um einen üblichen Irrgarten, bei dem es einen Zielplatz zu finden galt, um dann möglichst schnell den Ausgang zu erreichen, vielmehr bestand die Aufgabe darin, den Weg so zu wählen, dass alle Brunnen genau einmal erreicht wurden. In aller Regel sieht man von einem Brunnen (mindestens) einen anderen.



Detail aus dem Plan: *« Le filet ponctué dans les allées, marque la route pour parcourir les fontaines sans s'égarer ni repasser par les mêmes endroits. »*

Das Labyrinth von Versailles (3)

In gewisser Weise war also eine Art optimale Graphtraversierung gesucht. Obwohl das Labyrinth nicht allgemein zugänglich war, verkauften Buchhändler auf den Seine-Brücken bei der Notre-Dame in Paris Pläne mit der Lösung („que tiennent les compagnies depuis 1 jusqu'à 39").

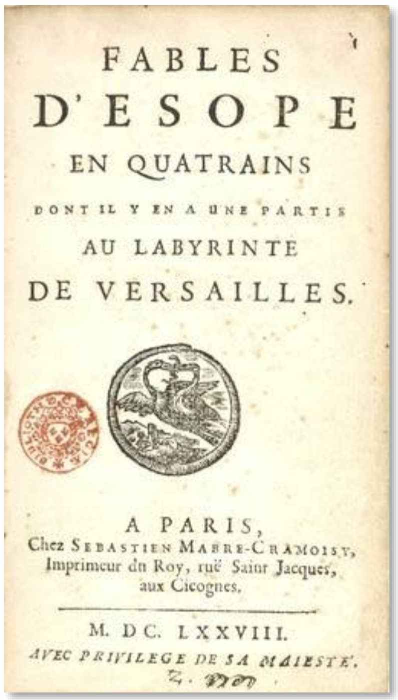
Der deutscher Architekturtheoretiker, Baumeister, Theologe und Professor für Mathematik Leonhard Christoph Sturm (1669 – 1719) schreibt 1706 dazu in einem seiner Bücher mit dem gefälligen Titel *Die zum Vergnügen der Reisenden Geöffnete Baumeister-Academie, Oder Kurtzer Entwurf derjenigen Dinge, die einem galant-homme zu wissen nöhtig sind, dafern er Gebäude mit Nutzen besehen, und vernünfftig davon urtheilen will: Alles nach denen besten Reguln, und heut zu Tage üblichen Manieren der geschicktesten Baumeister, jedoch in möglichster Kürtze vorgestellet, und mit nöthigen Figuren erläutert*:

Herrlich aber und gantz sonderbahr ist der Labyrinth in dem Garten zu Versailles. Sie müssen also beschaffen seyn / daß man eine gewisse Regul habe / wie man den nächsten Weg / alsobald hinein auff den Mittlern oder sonst auff einen annehmlichen Platz komme / doch also daß die solche Regul noch nicht wissen / durch viel verwirrete Gänge lang herumgehen müssen / ehe sie dahin gelangen. Der zu Versailles ist also disponiret, daß / wer zu allen darinnen gesetzten Fontaines kommen kan / ohne zu einer zwey oder mehrmahl zu gehen / den rechten Weg gefunden hat. Er ist in Grund-Riß in Kupffer gestochen zu haben / da man die punctirten Linien sich zuvor wohl bekandt machen / und hernach den rechten Weg gar leichtlich finden kan / zu Verwunderung derer denen dieser Vortheil nicht bewust ist.

Herrlich aber und ganz sonderbahr ist der *Labyrinth* in dem Garten zu *Versailles*. Sie müssen also beschaffen seyn / daß man eine gewisse Regul habe / wie man den nächsten Weg / alsobald hinein auff den Mittlern oder sonst auff einen annehmlichen Platz komme / doch also daß die solche Regul noch nicht wissen / durch viel verwirrete Gänge lang herumgehen müssen / ehe sie dahin gelangen. Der zu *Versailles* ist also *disponiret* daß / wer zu allen darinnen gesetzten *Fontaines* kommen kan / ohne zu einer zwey oder mehrmahl zu gehen / den rechten Weg gefunden hat. Er ist in Grund-Riß in Kupffer gestochen zu haben / da man die *punctirten Linien* sich zuvor wohl bekandt machen / und hernach den rechten Weg gar leichtlich finden kan / zu Verwunderung derer denen dieser Vortheil nicht bewust ist.

Das Labyrinth von Versailles (4)

Den Eingang des Labyrinths zierten zwei besondere Figuren: Der Dichter Äsop steht rechts, der Liebesgott Cupido links. Letzterer hält einen Knäuel Garn in einer Hand, aus dem er den „Ariadnefaden“ herauszieht. Diese Szene findet sich auch auf dem Bild von Jacques Bailly (ca. 1675), welches den mehrsprachigen (französisch, deutsch, englisch, niederländisch) Labyrinthführer in Buchform illustriert.


FABLES
D'ESOPE
EN QUATRAINS
DONT IL Y EN A UNE PARTIE
AU LABYRINTE
DE VERSAILLES.

A PARIS,
Chez SEBASTIEN MABRE-CRAMOISY,
Imprimeur du Roy, ruë Saint Jacques,
aux Cicognes.

M. DC. LXXVIII.
AVEC PRIVILEGE DE SA MAJESTÉ.

- Die Inschrift bei Cupido lautet:

Oui, je peux désormais fermer les yeux et rire;
Avec ce peloton, je saurai me conduire.

- Äsops Antwort ist eher warnend:

Amour, ce faible fil pourrait bien t'égarer;
Au moindre choc, il peut casser.

« Ensuite, au visiteur de trouver le bon parcours pour voir les fontaines dans le bon ordre. Quelle symbolique extraordinaire! » -- Bruno Girard

Das Labyrinth von Versailles (5)

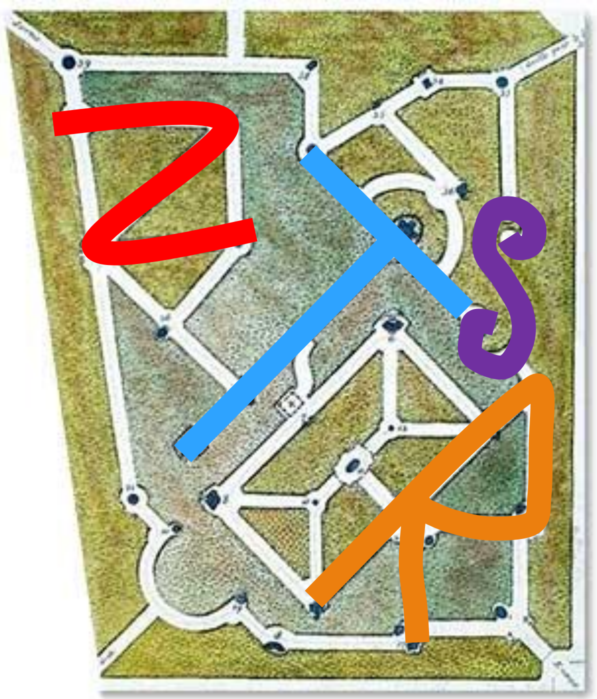
Amour : « Vous savez que je suis moi-même un labyrinthe, où l'on s'égare facilement. »

Lilie und Krone – die Insignien des Königs

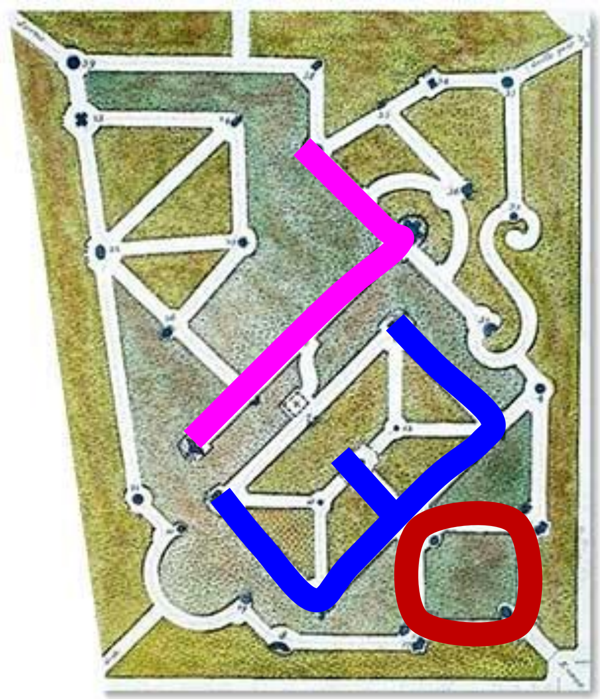
Cupido (alias Amor) mit Ariadnefaden – passt das zusammen? Es geht wohl auch um die Verliebten, die im Labyrinth der Liebe gefangen, verirrt und verwirrt sind. Normalerweise hilft in diesem Zustand nichts, keine anderen Götter können demjenigen helfen, den Amors Pfeil trifft: *Omnia vincit Amor*. Nun also der Ariadnefaden: Die Liebe macht zwar blind, aber mit ihm kann Amor seine Augen mit gutem Gewissen schliessen; diesmal weiss er sich zu benehmen – „conduire" auf französisch, wo das Lateinische „ducere" drinsteckt: hinführen, hinausziehen etc. Allerdings ist so ein Faden doch dünn und rissig… Aber wie dem auch sei: Der Ariadnefaden steht für die Klugheit; und solange Amor bzw. die Liebe davon begleitet wird, ist man nicht für immer verloren… So viel zur Moral der Geschichte!

Das Labyrinth von Versailles (6)

Labyrinthe sind traditionell anfällig für Verschwörungstheorien. Beim Versailler Labyrinth fiel auf, dass es im Vergleich zu anderen Labyrinthen relativ viele gerade Wegstrecken gibt, aber auch ein paar wenige sonstige ungewöhnliche Formen. Es tauchte der Verdacht auf, dass der Gartenarchitekt Le Nôtre („NOSTRE") darin heimlich seinen Namen versteckt hatte. Tatsächlich kann man die Buchstaben finden, wenn man will. Wahrheit oder Einbildung / Überinterpretation? Er wäre jedenfalls nicht der einzige: Der deutsche Landschaftsarchitekt Hermann Mattern (1902 – 1971, u.a. Professor für Landschaftsbau und Gartenkunst an der TU Berlin) beispielsweise modellierte durch Geländeaufschüttungen häufig seine Initiale „M" in den Boden, was aber oft nur aus der Luft erkennenbar ist. Dies gilt heute als ein „besonderes Gestaltungselement" und ist daher als Denkmal geschützt, was gelegentlich für Ärger mit Bauunternehmern sorgt.



N, T, S, R



O, E, L

Grosses vollständiges Universal-Lexicon Aller Wissenschafften und Künste (Zedler), ca. 1740

Labyrinthus, Teutsch, Irrgarten, Irrgang, Irrweg, ist in der Garten-Bau-Kunst ein Gang, welcher aus vielen in einander lauffenden Gängen, die mit ihren gehörigen Abschnitten versehen sind, der Gestallt zusammen gesetzet ist, daß, so man sich in solche Gänge hinein begiebet, man sich nicht leichtlich wieder zu rechte finden und heraus kommen kann. Wer den ordentlichen Weg darinnen trifft, denselben führen diese Gänge auf einen angenehmen Platz, welcher in der Mitte des Irrgartens sich befindet, und nach Belieben des Bau-Herrns ausgezieret ist. Die Abschnitte machen in denen Gängen, daß man, so man an einen solchen Abschnitt gelanget, wieder umkehren und einen andern Weg suchen muß, um entweder in den innern Platz oder ausserhalb dem Irrgarten wieder zu kommen; dahero bey dergleichen Veränderung des Weges es gar leicht geschehen kann, daß man sich nicht wieder zu rechte finde. Es werden auch zu dem Ende die Gänge beyder Seits mit hohen Espaliers von Buchen und dergleichen Bäumen versehen, damit man nicht leichte aus einem Gange in den andern sehen könne. Damit doch aber derjenige, dem man die Beschaffenheit dieses Ganges offenbaren will, und der Eigenthums-Herr sich selbst darinnen zu rechte finde, so muß man in diesen Gängen ein gewisses Merckmahl anordnen, vermittelst dessen man zu dem mittlern Platze des Labyrintus geleitet werde. Doch muß dieses Merckmahl nicht so gleich einem jeden, sondern nur denen Wissenden in die Augen fallen, damit die, so das erste Mahl hinein kommen, sich dieses Merckmahls nicht zu Nutze machen können, sondern sich genöthiget sehen, einige Zeit sich darinnen zu arr tiren, ehe sie den rechten Weg finden können. Verschiedene Arten von dergleichen Gärten hat Böckler Arc itect. ra curios. P. IV. vorgezeichnet. Würckliche Exempel findet man an verschiedenen Orten. Der berühmte Irrgarten zu Versailles ist der Gestallt disponiret, daß man das gedachte Merckmahl an denen Fontainen findet, sintemahl derjenige, welcher zu allen darinnen gesetzten Fontainen kommen kann, ohne eine, zwey oder drey Mahl vorbey zu gehen, den rechten Weg gefunden hat.

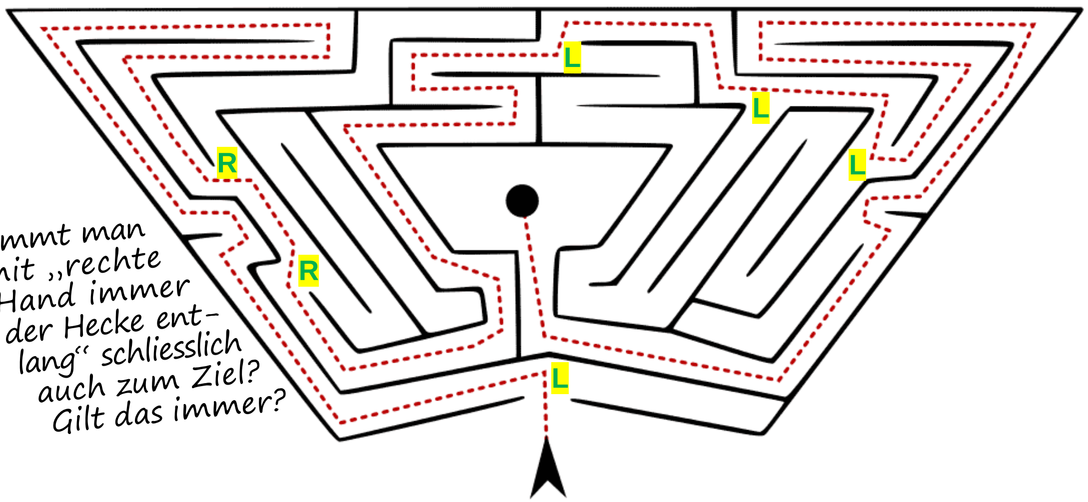
Zedler: Das umfangreichste enzyklopädische Werk des 18. Jh.: 64 Bände; 4 Supplementbände, ca. 63 000 Seiten, ca. 284 000 Artikel.

Grosses vollständiges Universal-Lexicon Aller Wissenschafften und Künste (Zedler), ca. 1740

Labyrinthus, Teutsch, **Irrgarten**, **Irrgang**, **Irrweg**, ist in der Garten-Bau-Kunst ein Gang, welcher aus vielen in einander lauffenden Gängen, die mit ihren gehörigen Abschnitten versehen sind, der Gestallt zusammengesetzet ist, daß, so man sich in solche Gänge hinein begiebet, man sich nicht leichtlich wieder zu rechte finden und heraus kommen kann. Wer den ordentlichen Weg darinnen trifft, denselben führen diese Gänge auf einen angenehmen Platz, welcher in der Mitte des Irrgartens sich befindet, und nach Belieben des Bau-Herrns ausgezieret ist. Die Abschnitte machen in denen Gängen, daß man, so man an einen solchen Abschnitt gelanget, wieder umkehren und einen andern Weg suchen muß, um entweder in den innern Platz oder ausserhalb dem Irrgarten wieder zu kommen; dahero bey dergleichen Veränderung des Weges es gar leicht geschehen kann, daß man sich nicht wieder zu rechte finde. Es werden auch zu dem Ende die Gänge beyder Seits mit hohen Espaliers von Buchen und dergleichen Bäumen versehen, damit man nicht leichte aus einem Gange in den andern sehen könne. Damit doch aber derjenige, dem man die Beschaffenheit dieses Ganges offenbaren will, und der Eigenthums-Herr sich selbst darinnen zu rechte finde, so muß man in diesen Gängen ein gewisses Merckmahl anordnen, vermittelst dessen man zu dem mittlern Platze des Labyrinthus geleitet werde. Doch muß dieses Merckmahl nicht so gleich einem jeden, sondern nur denen Wissenden in die Augen fallen, damit die, so das erste Mahl hinein kommen, sich dieses Merckmahls nicht zu Nutze machen können, sondern sich genöthiget sehen, einige Zeit sich darinnen zu arretiren, ehe sie den rechten Weg finden können. Verschiedene Arten von dergleichen Gärten hat **Böckler** Architectura curiosa P.IV. vorgezeichnet. Würckliche Exempel findet man an verschiedenen Orten. Der berühmte Irrgarten zu Versailles ist der Gestalte disponiret, daß man das gedachte Merckmahl an denen Fontainen findet, sinte* Mahl derjenige, welcher zu allen darinnen gesetzten Fontainen kommen kann, ohne eine, zwey oder drey Mahl vorbey zugehen, den rechten Weg gefunden hat.

*) „sinte Mahl" = zumal

Das berühmte Labyrinth von Hampton Court

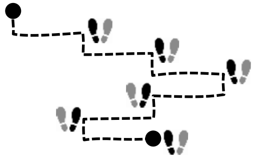


Kommt man mit „rechte Hand immer der Hecke entlang“ schliesslich auch zum Ziel? Gilt das immer?

https://i.dailymail.co.uk/1s/2020/03/07/14/25659914-0-image-a-9_1583590476419.jpg

Hampton Court Palace Maze, ca. 20 km südwestlich vom Zentrum Londons, ist zwischen 1689 und 1695 angelegt worden. Durch den 1350 m² grossen trapezförmigen Irrgarten führen etwa 800 m gewundene Wege, begrenzt durch zwei Meter hohe Eibenhecken. Allzu herausfordernd ist der Irrgarten nicht, man erreicht typischerweise in etwa 20 Minuten das Ziel in der Mitte. Man kann allerdings, wenn man sich ungeschickt anstellt, nicht nur in Sackgassen gelangen, sondern auch im Kreis laufen. Um sich keine Blösse zu geben, konnte der Gentleman vorher zuhause aber in der Encyclopædia Britannica nachschlagen: „Go left on entering, then, on the first two occasions when there is an option, go right, but thereafter go left.“

Eingeweihte wusste sowieso, dass der Schlüssel das Schrittmuster eines höfischen Schreittanzes darstellt: „links, rechts, rechts, links, links, links“.



Zwei Schweizer Labyrinthe

Ein wunderschön gelegenes Labyrinth bei Morschach oberhalb des Vierwaldstättersees. Es ist von so einfacher Struktur, dass man sich nicht verirren kann – man benötigt keine algorithmische Hilfe, um zum Ziel zu gelangen; der Weg führt alternativlos immer höher zu einer immer besseren Aussicht.

← Mittelalterliches Labyrinthzeichen am Zürcher „Haus zum Irrgang“, Augustinergasse 6, bei St. Peter. Darüber, als Erlösung (und Ziel des verschlungenen Lebenswegs) der Garten des Paradieses mit Lilien sowie einer Eiche bzw. einem Lebensbaum. „Im christlichen Kontext steht das Labyrinth für die Versuchungen und Verstrickungen der irdischen Welt, in die der Gläubige gerät, wenn er den Pfad des rechten Glaubens verlässt. Im Gegenzug dazu bedeutet der erfolgreiche Durchgang durch das Labyrinth, das sich häufig auch bildlich auf Kirchenfußböden dargestellt findet, die Erlangung des christlichen Heils.“ [Metzler Lexikon literarischer Symbole]

www.schwyz-tourismus.ch

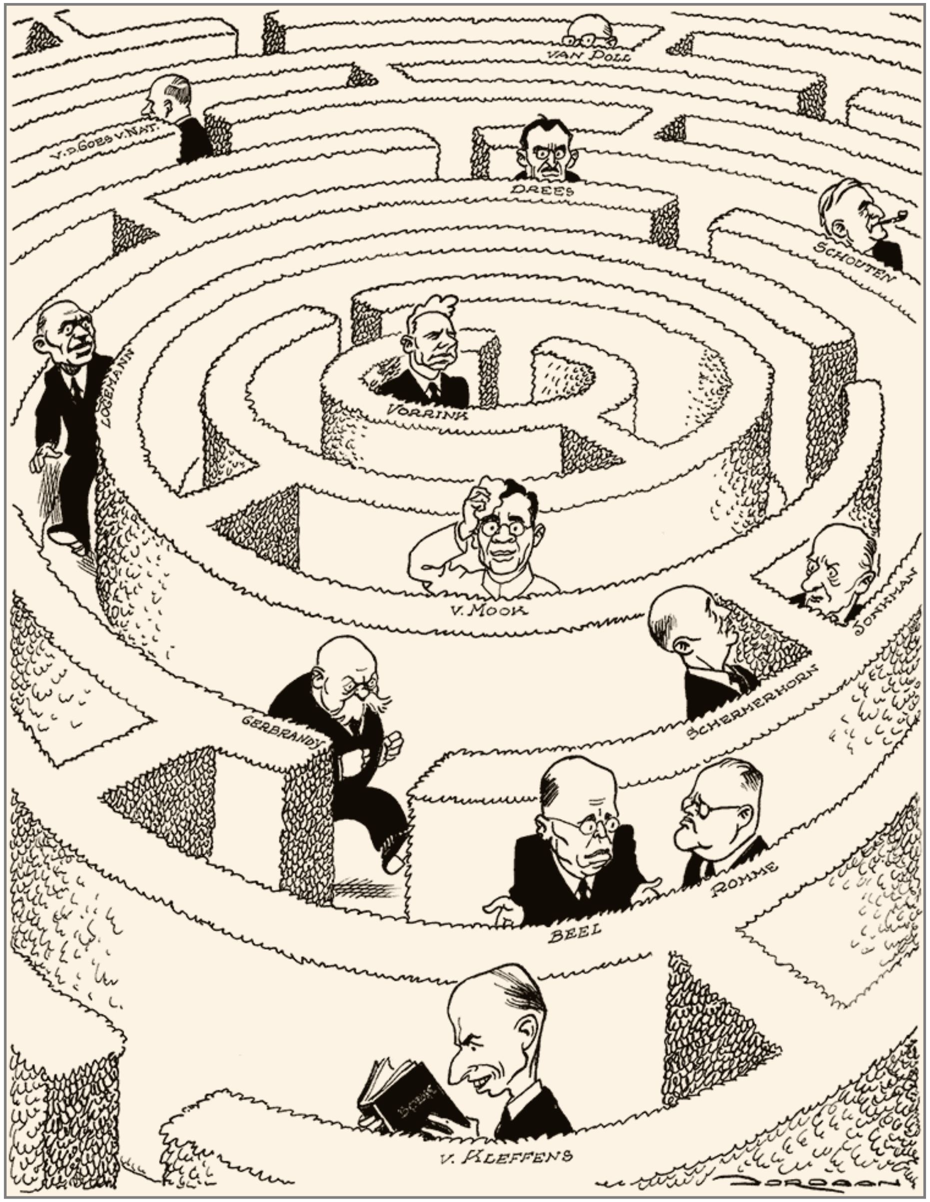
Labyrinth vs. Irrgarten: Im engeren (bzw. ursprünglichen) Sinn wird unter „Labyrinth“ ein verschlungener, eng geführter und vor allem *verzweigungsfreier* Weg verstanden, der in vielen Windungen zwangsläufig zum Ziel führt. Im allgemeinen Sinn versteht man darunter aber ein System mit Verzweigungen, das auch Sackgassen und Zyklen enthält, bei dem man also „in die Irre“ gehen kann – daher auch die Bezeichnung „Irrgarten“ (engl.: „maze“) für entsprechend angelegte Gärten mit meist überkopfhohen und blickdichten Hecken.

Labyrinth im Cartoon

Labyrinthe werden in Karikaturen gerne zur Darstellung einer schier ausweglosen Situation verwendet. Hier illustriert der bekannte niederländische Karikaturist LJ Jordaan (1885 – 1980) in "De Groene Amsterdammer" 1947 die Ratlosigkeit holländischer Politiker angesichts der indonesischen Unabhängigkeitsrevolten.

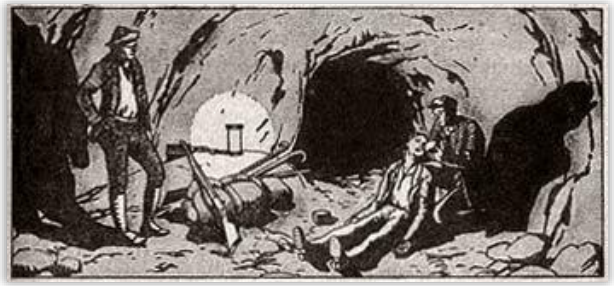
Niederländisch-Indien war vor dem Zweiten Weltkrieg eine niederländische Kolonie und wurde im Krieg von Japan besetzt. Japan kapitulierte im Sommer 1945, wenige Tage nach den Atombombenabwürfen auf Hiroshima und Nagasaki. Indonesische Nationalisten riefen eine unabhängige Republik Indonesien aus, während die Niederlande die alte Kolonialverwaltung wieder einsetzen wollte. Guerillakriege, „Polizeiaktionen" und weitgehend ergebnislose Verhandlungen zwischen den Niederlanden und indonesischen Nationalisten dauerten bis Ende 1949, erst dann unterzeichnete Königin Juliana, auch auf Druck anderer Staaten und der UN, die Souveränitätsübergabe.

Im Bild: Max van Poll (Mitglied der Generalkommission für Niederländisch-Ostindien), Marinus van der Goes van Naters (Vorsitzender der Sozialdemokratischen Arbeiterpartei SDAP), Willem Drees (Vorsitzender der Sozialdemokratischen Arbeiterpartei, Sozialminister und Premierminister ab 1948), Jan Schouten (Vorsitzender der Antirevolutionären Partei ARP), Johann Heinrich Adolf Logemann (1945 – 1946 Minister für Überseegebiete), Hubertus van Mook (Kolonialminister und Vizegeneralgouverneur von Niederländisch-Ostindien), Jan-Anne Jonkman (1946 – 1948 Minister für Überseegebiete), Pieter Gerbrandy (1940 – 1945 Premierminister, Vorsitzender des Nationalen Komitees zur Durchsetzung der Reichseinheit), Wim Schermerhorn (1945 – 1946 Premierminister, 1946 – 1947 Vorsitzender der Generalkommission für Niederländisch-Ostindien), Louis Beel (Premierminister), Carl Romme (Vorsitzender der katholischen Volkspartei KVP), Eelco van Kleffens (Minister für auswärtige Angelegenheiten), Koos Vorrink (Vorsitzender der Partij van de Arbeid, PvdA).



http://indonesia-zaman-doeloe.blogspot.com/2020/11/karikatur-tentang-silang-pendapat.html

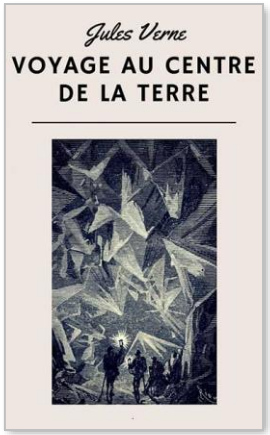
Panik im Labyrinth (1864)



Jules Verne, *Voyage au centre de la Terre*, chapitre XXVII

Perdu dans ce labyrinthe dont les sinuosités se croisaient en tous sens, je n'avais plus à tenter une fuite impossible. Il fallait mourir de la plus effroyable des morts ! Et, chose étrange, il me vint à la pensée que, si mon corps fossilisé se retrouvait un jour, sa rencontre à trente lieues dans les entrailles de la terre soulèverait de graves questions scientifiques ! [...]

Alors ma tête se perdit. Je me relevai les bras en avant, essayant les tâtonnements les plus douloureux. Je me pris à fuir, précipitant mes pas au hasard dans cet inextricable labyrinthe, descendant toujours, courant à travers la croûte terrestre, comme un habitant des failles souterraines, appelant, criant, hurlant, bientôt meurtri aux saillies des rocs, tombant et me relevant ensanglanté, cherchant à boire ce sang qui m'inondait le visage, et attendant toujours que quelque muraille imprévue vînt offrir à ma tête un obstacle pour s'y briser !



Où me conduisit cette course insensée ? Je l'ignorerai toujours. Après plusieurs heures, sans doute à bout de forces, je tombai comme une masse inerte le long de la paroi, et je perdis tout sentiment d'existence !

Jules Verne *Die Reise zum Mittelpunkt der Erde*, Kapitel XXVII

Verloren in diesem Labyrinth, dessen Irrgänge sich in allen Richtungen kreuzten, konnte ich ein unmögliches Entrinnen nicht mehr versuchen. Ich musste den jämmerlichsten Tod erleiden! Und seltsamerweise kam mir in den Sinn, es werde, wenn mein fossil gewordener Körper einmal aufgefunden würde, eine bedeutende wissenschaftliche Streitfrage darüber entstehen, dass man dreißig Lieues im Schoße der Erde ihn vorgefunden! [...]

Nun verlor ich den Kopf. Ich stand auf und streckte die Hände aus, versuchte mit Schmerzen zu tasten. Ich fing an zu fliehen, stürzte in dem wirren Labyrinth auf's Geratewohl stets abwärts, wie ein unterirdischer Höhlenbewohner, rief, schrie, heulte, quetschte mich an den Felsenvorsprüngen, fiel und stand blutend wieder auf, stets gewärtig, auf eine nicht bemerkte Wand zu stoßen und mir den Kopf daran zu zerschellen.

So lief ich unsinnig, ohne zu wissen, wohin. Nach einigen Stunden, ganz erschöpft an Kräften, fiel ich wie eine träge Masse bewusstlos neben der Wand nieder.

Angeblich früher in der Encyclopædia Britannica empfohlen, um den Irrgarten von Hampton Court zu bezwingen.

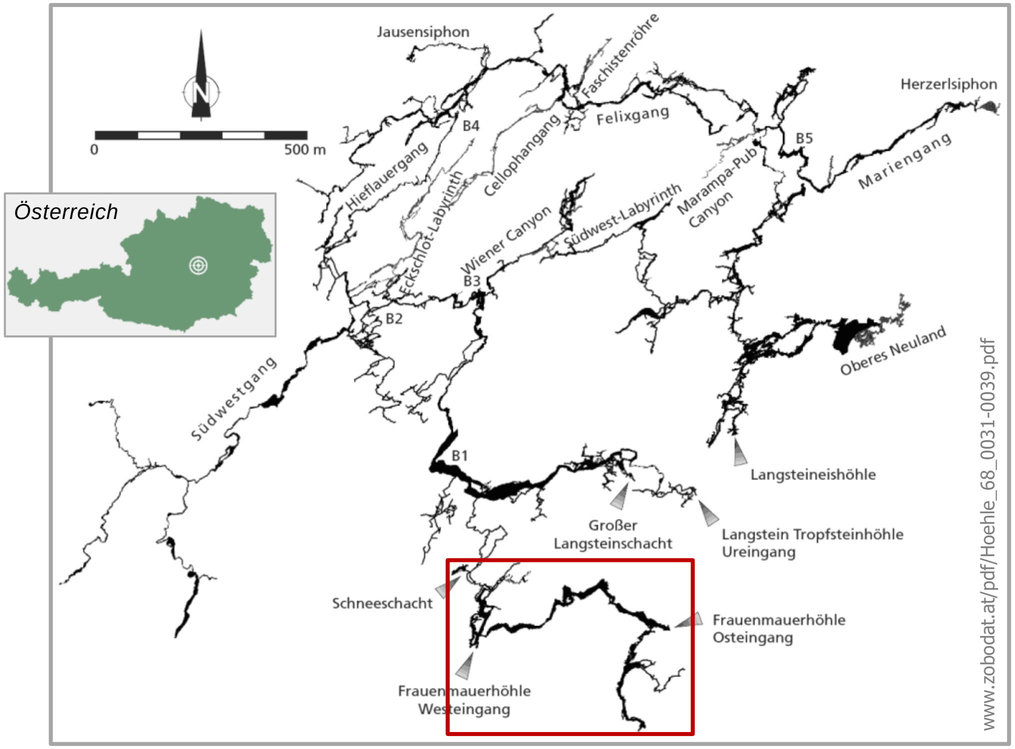
Wie man nicht aus einem Labyrinth herausfindet

Hartnäckig hält sich der Glaube an die sogenannte Rechte-Hand-Methode: Man legt seine rechte Hand an eine Wand des Labyrinths und hält dann beim Gehen ständigen Kontakt*). So würde man entweder wieder zum Eingang zurückkehren oder einen anderen Ausgang erreichten. Stimmt das?

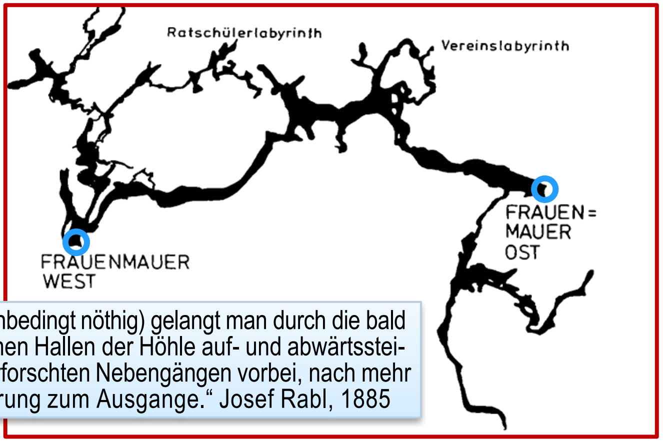
Drei Studenten wurde das in der Frauenmauerhöhle Ende des 19. Jahrhunderts zum Verhängnis. Diese Höhle in der Steiermark (Österreich) ist Teil eines weitverzweigten Höhlensystems, das im Laufe der Zeit in vielen Expeditionen immer weiter erforscht wurde; Anfang 2022 kannte man gut 44 km auf einer Niveaudifferenz von 633 m.

Das unselige Schicksal der drei Studenten schilderte Hans Hofmann-Montanus (1889 – 1954), langjähriger Leiter des Salzburger Landesverkehrsamtes und begeisterter Bergsteiger und Höhlenforscher, im Buch „Die Welt ohne Licht", das er und Ernst Felix Petritsch (1878 – 1951), Professor für Telegraphie und elektrische Fernmeldetechnik an der TH Wien, herausgaben:

*) Nimmt man hier implizit an, dass das Labyrinth eben ist?

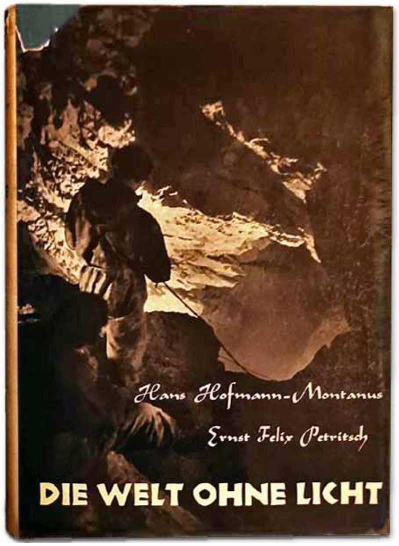


Auf dem Detailausschnitt der Karte erkennt man labyrinthartige Strukturen sowie Zyklen auf dem 644 m langen Höhlenpfad zwischen der Ost- und Westpforte.



„Mit Fackeln und Führer (unbedingt nöthig) gelangt man durch die bald engen bald weiten und hohen Hallen der Höhle auf- und abwärtssteigend, bei zahlreichen unerforschten Nebengängen vorbei, nach mehr als halbstündiger Wanderung zum Ausgange." Josef Rabl, 1885

Wie man nicht aus einem Labyrinth herausfindet

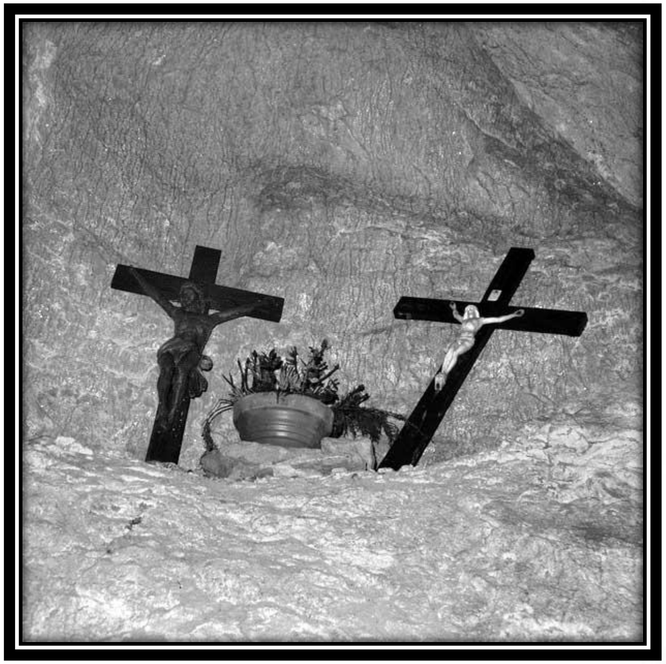


„Drei waren es, drei Höhlenfahrer, und sie hatten just den ‚Umgang' erreicht, als ihre einzige Leuchte verkohlt war. Mit Zündhölzern hatten sie sich reichlich versorgt. Das erste, das sie anzündeten, zeigte ihnen eine Felswand. Hatten sie ahnen können, dass sie keiner Felswand in der Frauenmauerhöhle weniger Vertrauen schenken durften als dieser? Es war die Pfeilerwand, eine Wand von unendlicher, nie ausgehbarer Länge, wenn man immer an ihr dahinschritt.

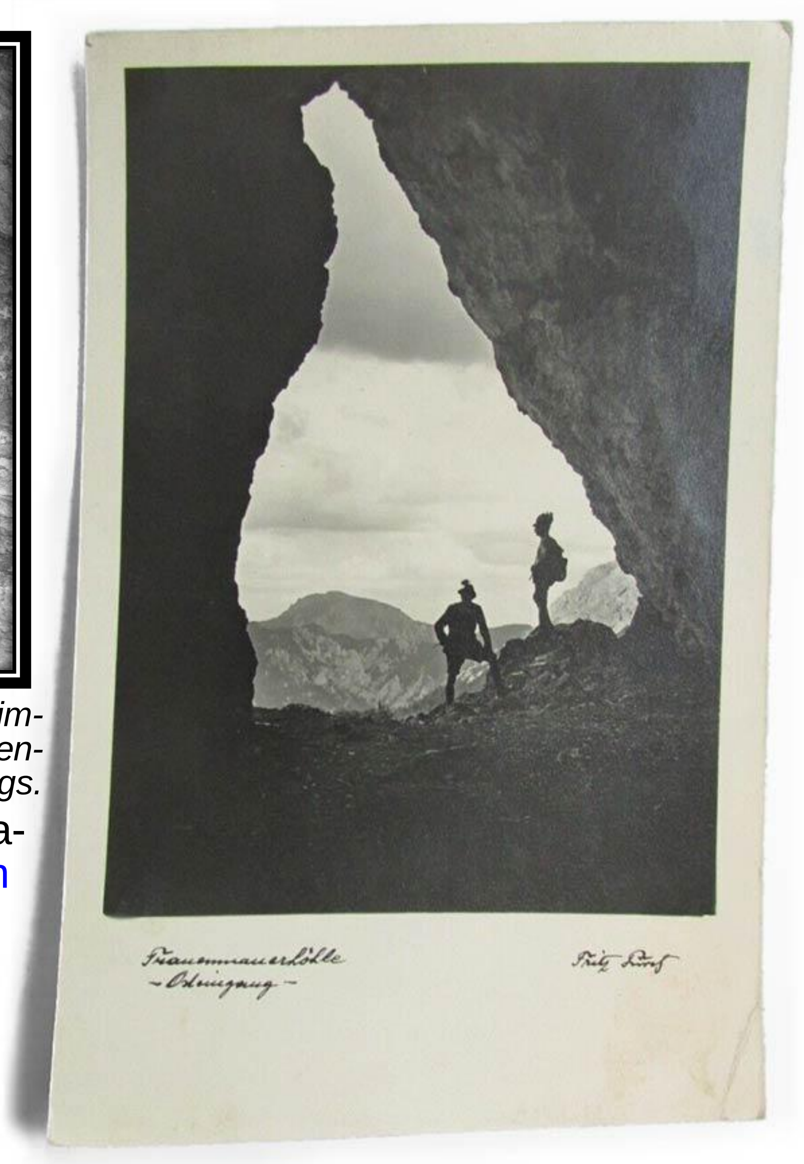
Sie hielten die Wand mit gutem Grunde für eine der Seitenwände der Durchstichhöhle und glaubten, dass sie, stetig an ihr sich forttastend, zuletzt den Tagesschimmer des Höhlentores erblicken müssten. Jeder der winzigen Lichtkreise ihrer Zündhölzer erhellte ihnen die Pfeilerwand, ihre Wand, und sonst nichts. So lange ein Hölzchen brannte, schritten sie eifrig aus. Dann rasteten sie, um ein neues zu entfachen. 50m misst der Umfang des Pfeilers. Hat man genug Zündhölzer bei sich, kann man oftmals um den Pfeiler herumkommen. Es hätte das Misstrauen der Drei wachrufen müssen, dass die Form des Geländes sich immer wiederholte: bergauf über Schutt, bergab über Schutt, und wieder bergauf.

Als das letzte Zündhölzchen verglomm, standen die drei armen Teufel ungefähr dort, wo ihnen das erste ein wenig Sicht und viel Hoffnung gespendet hatte. In der undurchdringlichen Finsternis, die sich über sie nach dem Verglühen des letzten Hölzchens senkte, werden sie um Hilfe geschrien haben, stundenlang, aber dazumal war der Touristenverkehr durch die Frauenmauerhöhle noch wenig im Schwange. Später verschloss ihnen die Verzweiflung die Lippen, und noch später marterte sie der Hunger... In den ‚Mitteilungen über Höhlen- und Karstforschung' ist angemerkt, dass die Drei als Skelette aufgefunden worden sind, neben zahlreichen verbrannten Zündhölzern."

Wie man <u>nicht</u> aus einem Labyrinth herausfindet



Die Stelle, an der man die drei Skelette fand.

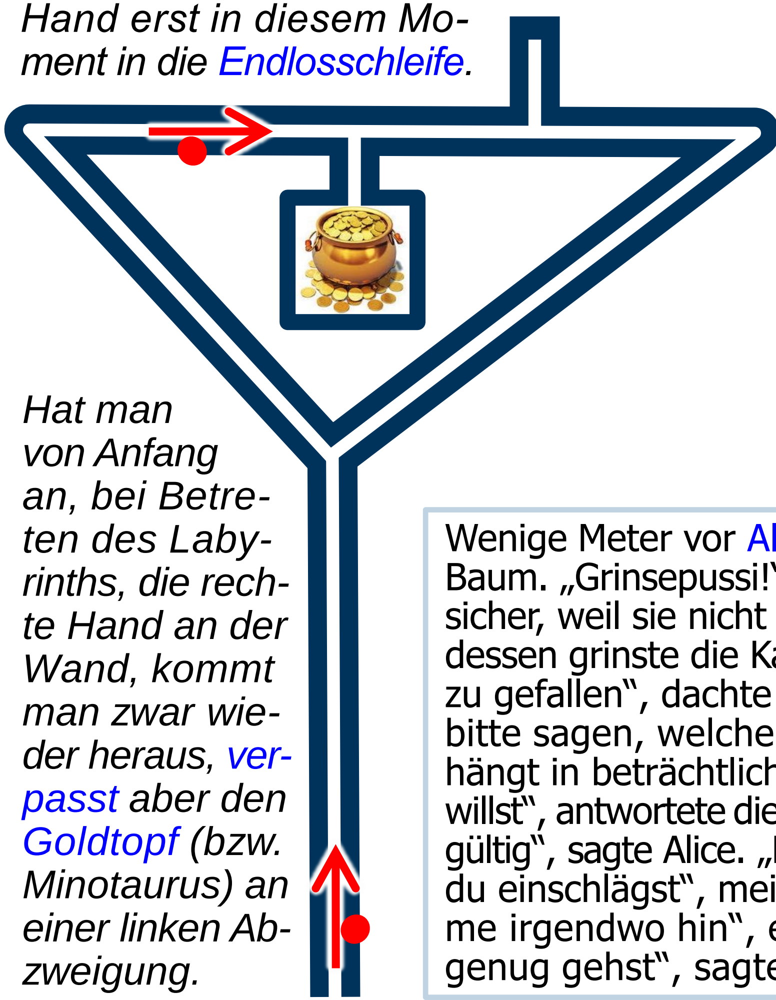


Der Tagesschimmer des Höhlenausgangs.

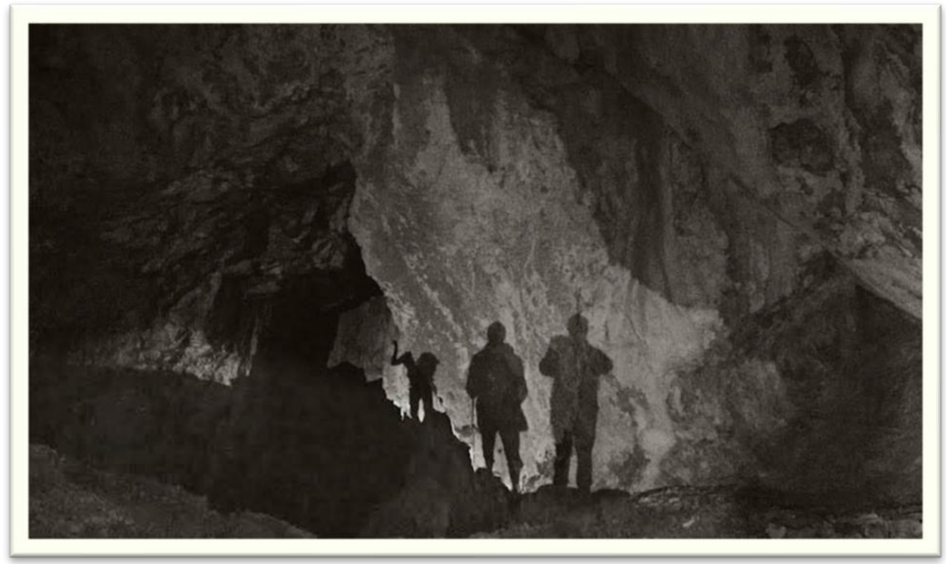
Stimmt die Rechte-Hand-Regel nicht? Man muss dabei jedenfalls eine wichtige Voraussetzung beachten: Falls man bereits bei Betreten des Labyrinths sich an diese Regel hält, kommt man garantiert wieder heraus, wenn auch zumeist nicht auf dem kürzesten Weg, da das Labyrinth evtl. ganz abgelaufen werden muss – zumindest durchläuft man oft viele Gänge doppelt, einmal in jede Richtung. Problematisch sind jedenfalls Labyrinthe mit „Inseln“ – also Zyklen im zugehörigen Graphen. Folgt man der Regel erst nach dem Verirren, kann man Glück haben – oder Pech, falls sich die Hand gerade an einer solchen „Insel“ befindet, denn dann läuft man in einer Endlosschleife… Die Regel garantiert auch nicht, den Goldtopf zu erreichen – evtl. ist man schneller als gedacht wieder draussen!

Wie man <u>nicht</u> aus einem Labyrinth herausfindet

Befindet man sich an der markierten Stelle und läuft man im Uhrzeigersinn, dann führt das Anlegen der rechten Hand erst in diesem Moment in die Endlosschleife.

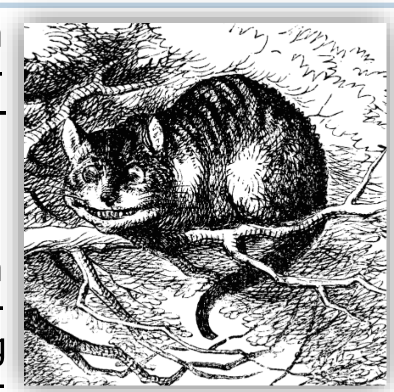


Hat man von Anfang an, bei Betreten des Labyrinths, die rechte Hand an der Wand, kommt man zwar wieder heraus, verpasst aber den Goldtopf (bzw. Minotaurus) an einer linken Abzweigung.



www.google.ch/maps/place/Frauenmauerhöhle/

In der Frauenmauerhöhle: De profundis clamavi...



https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Cheshire_Cat_Tenniel.png

Wenige Meter vor Alice hockte die Grinsekatze auf einem Baum. „Grinsepussi!" redete sie die Katze an, ziemlich unsicher, weil sie nicht wusste, ob ihr der Name behagte. Indessen grinste die Katze noch breiter. „Na, das scheint ihr zu gefallen", dachte Alice und fuhr fort: „Würdest du mir bitte sagen, welchen Weg ich einschlagen muss?" „Das hängt in beträchtlichem Maße davon ab, wohin du gehen willst", antwortete die Katze. „Oh, das ist mir ziemlich gleichgültig", sagte Alice. „Dann ist es auch einerlei, welchen Weg du einschlägst", meinte die Katze. „Hauptsache, ich komme irgendwo hin", ergänzte sich Alice. „Das wirst du sicher, wenn du lange genug gehst", sagte die Katze. -- Lewis Carroll, Alice im Wunderland, 1865

Wie man <u>nicht</u> aus einem Labyrinth herausfindet

Die Frauenmauerhöhle ist eine Herausforderung; zu allen Zeiten war ihre Exploration mühsam und gefährlich. 1883 berichtete etwa der Pfarrer aus Eisenerz in der „Touristenzeitung“ von einer Höhlenexpedition, an der er teilgenommen hatte. Ein kurzer Auszug: „Die weitere Expedition scheiterte bald *en embarras de richesse*, denn bald kam rechts, bald links ein Schluf, dann wieder ein Loch, oder ein Spalt, wo sich unsere Mannschaft vertheilte, indem einer irgendwo hineinkroch und ein anderer hinaufkletterte, und wir hatten zu thun, dass sie uns nicht sämmtlich ausser Hörweite kamen. Das Ding hätte sich das Unendliche fortgesponnen, weshalb wir durch die Zwischenposten die Entferntesten zurückberiefen. […] Unsere Gesellschaft war nun im strengsten Sinne des Wortes auseinander concentrirt. Zwei Mann, die weit von uns im Gange ausharrten, waren wegen des langen Wartens nicht gut zu sprechen, als sie endlich erlöst wurden. Die zerstreute Schaar […] fand sich nach und nach, allerdings in defectem Zustande, voll Hunger, zerfetzt, zerkratzt und beschmutzt beim Eingange zusammen.“

Auf dem Höhlenplan sieht man, dass ein Bereich der Höhle als „Rathschülerlabyrinth“ bezeichnet wird. Dies im Andenken an Franz Rathschüler, Direktor der Realschule in Salzburg. Er wollte im Juli 1928 allein mit einer Fackel die Frauenmauerhöhle durchqueren, verirrte sich (vermutlich aufgrund einer unklaren Angabe im Baedeker „Südbayern, Tirol, Salzburg“, S. 552) in einen Nebengang und rutschte auf dem Lehm in einen steil abfallenden Höhlenteil. Aus dieser Schlucht konnte er sich nicht mehr befreien. Als in der Finsternis die Lebensmittelvorräte aufgebraucht waren, schrieb er Abschiedsbriefe an Familienangehörige und Freunde.

Wie man sich aus einem Labyrinthe herausfindet

Wie findet man aus einem Labyrinth wieder heraus? Im 19. Jh. befassten sich einige Mathematiker – eher spielerisch und nebenbei – mit diesem Problem. Hier Auszüge aus einer Veröffentlichung mit einem Verfahren, das 1873 der Geh. Hofrat und Professor Christian Wiener (1826 – 1896) von der Grossherzoglichen Technischen Hochschule zu Karlsruhe, dem heutigen KIT, veröffentlichte [*Ueber eine Aufgabe aus der Geometria situs*, Math. Ann. 6(1), 29–30]. C. Wiener war auch ein Pionier des Entwurfs von → Geometriemodellen.

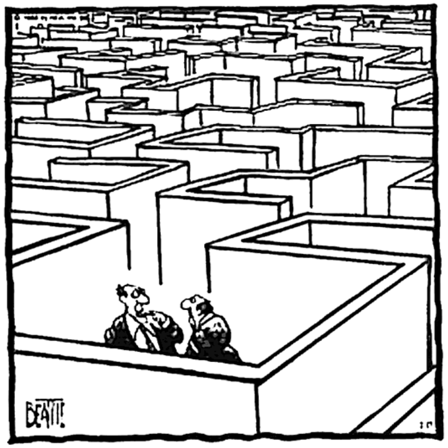
Die Aufgabe, welche im Folgenden gelöst werden soll, und welche, wie ich glaube, bisher nicht behandelt ist, besteht darin, ein Verfahren anzugeben, *wie man sich aus einem Labyrinthe herausfindet*. […]

Aha, Rechte-Hand-Regel!

Daher die Regel: *Man wähle beim Eintritt in das Labyrinth eine jener beiden nach aussen führenden Randlinien des Weges und verfolge sie nach innen; dieselbe muss auch wieder nach aussen führen.*

Aber diese spielt im Folgenden gar keine Rolle mehr!

In dem Falle, dass man sich im Innern des Labyrinthes befindet, ohne eine Randlinie von aussen verfolgt zu haben, kann man sich ebenfalls wieder herausfinden unter der Voraussetzung, dass man den Weg, den man zurücklegt nebst dem Sinne, in welchem man ihn beschreibt, im Gedächtniss zu behalten oder mit Marken zu bezeichnen vermag. Man verfolgt dabei zweckmässig die Axe des Weges statt seiner Randlinie. Jene Möglichkeit beruht auf der Wahrheit, dass so lange man den Ausgang noch nicht erreicht hat, ein bereits durchlaufenes Stück der Wege-



"The exit? Sure... take a right, then left, left again... no wait... a *right*, then... no, wait..."

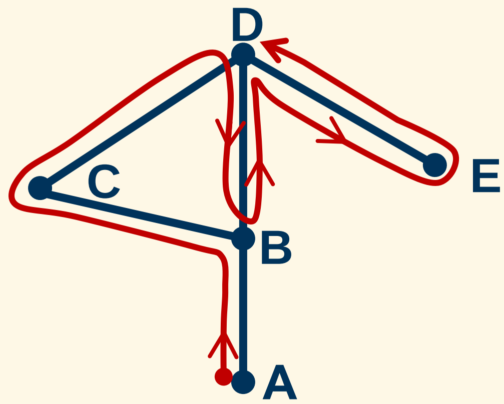
Wie man sich aus einem Labyrinthe herausfindet

axe nothwendig von noch nicht beschriebenen Theilen derselben getroffen werden muss, weil sonst jenes Stück in sich abgeschlossen wäre und mit dem Eingangswege nicht zusammenhinge. Man markire sich daher den Weg, den man zurücklegt nebst dem Sinne, in welchem es geschieht.

Sobald man auf einen schon markirten Weg stösst, kehre man um und durchschreite den schon beschriebenen Weg in umgekehrtem Sinne. Da man, wenn man nicht ablenkte, denselben hierbei in seiner ganzen Ausdehnung nochmals zurücklegen würde, so muss man nothwendig hierbei auf einen noch nicht markirten einmündenden Weg treffen, den man dann verfolge, bis man wieder auf einen markirten trifft. Hier kehre man wieder um und verfahre wie vorher. Es werden dadurch stets neue Wegtheile zu den beschriebenen zugefügt, so dass man nach einer endlichen Zeit das ganze Labyrinth durchwandern würde und so jedenfalls den Ausgang fände, wenn er nicht schon vorher erreicht worden wäre. □

Dass man auch bei einer Sackgasse umkehrt, ist anscheinend so selbstverständlich, dass Wiener es nicht explizit erwähnt…

Christian Wiener hat damit erstmals das uralte Labyrinthproblem als mathematische Aufgabe aufgefasst; er beschreibt im Wesentlichen eine Depth-first-Traversierung des zugehörigen Graphen als Lösung. Eine etwas allgemeinere Variante (und effizientere, da Wege nie doppelt in eine Richtung begangen werden) schlägt einige Jahre später Gaston Tarry vor; wir skizzieren dessen Algorithmus weiter unten.



Wieners Algorithmus ist ineffizienter als eigentlich nötig: Wieder bei Knoten D angekommen, muss laut Beschreibung der ganze bisherige Weg DEDBDCBA zurückgegangen werden. Damit werden die Kanten DE und BD insgesamt vier Mal traversiert. Beim heute üblichen Depth-First-Verfahren genügt zwei Mal.

Michael Behrend schreibt: “All that is needed is a rule that if, while retreating, the thread you are following goes into an alley and out again, then you skip over that alley. With this modification, it will be found that when the algorithm finishes you have traversed every alley exactly once in each direction.”

Zu Christian Wiener, der 44 Jahre in Karlsruhe tätig war und dabei mehrfach Direktor der technischen Hochschule wurde, erschien ein längerer Nachruf im Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung (Band 6, 1897, S. 46–69), verfasst von Alexander Brill und Leonhard Sohncke. Die Diktion des Nachrufs ist typisch für die damalige Zeit, daher seien hier die ersten beiden sowie der letzte Absatz wiedergegeben:

„Christian Wiener wurde am 7. December 1826 in Darmstadt als der Sohn des Criminalrichters Alexander Wiener geboren. Vom Gymnasium mit dem Zeugnis vorzüglicher mathematischer Befähigung entlassen, wandte er sich auf der Universität Gießen dem Studium der Architektur zu, fand aber in den vorbereitenden Vorlesungen, die er zugleich mit Cameralisten und Forstmännern besuchte, zu eingehenden mathematischen Studien wohl kaum irgend eine Anregung. Nach Abschluß der Studien legte er die Staatsprüfung für das Baufach ab, ergriff jedoch bald die Gelegenheit, die sich ihm an der höheren Gewerbeschule (dem nachmaligen Polytechnicum) seiner Vaterstadt bot, die Praxis mit dem Lehrberuf zu vertauschen. 1850 habilitirte er sich an der Universität Gießen für Mathematik, wandte sich aber 1851 nach Karlsruhe, um am dortigen Polytechnicum nächst noch seiner weiteren Ausbildung obzuliegen. Er fand in dem Director dieser Anstalt, dem bekannten Maschinentheoretiker Redtenbacher, einen väterlichen Freund, dessen damals in der Entstehung begriffenes ‚Dynamidensystem' Wiener zu den eigenen Forschungen über Atomenlehre angeregt haben mag. Als in demselben Jahre der Professor für darstellende Geometrie Schreiber starb, erhielt er (1852) dessen Professur.

In dieser Stellung, die anfangs mit einem Lehrauftrag für praktische Geometrie verbunden war, hat Wiener vierundvierzig Jahre lang eine reiche und vielseitige Thätigkeit entfaltet, verehrt von Tausenden von Schülern, zu denen auch der Verfasser dieser Zeilen, sein Neffe, in herzlicher Dankbarkeit sich rechnet, hochgeschätzt von seinen Collegen wegen seines unbestechlichen Urteils, seines offenen, von jeder Eitelkeit freien Wesens, seiner würdigen Haltung und Lebensführung, und von ihnen durch mehrmalige Wahl zum Director der Technischen Hochschule ausgezeichnet. Wiener war zweimal verheiratet; zwei seiner Söhne haben den Beruf des Vaters ergriffen; sie sind den Fachgenossen wohlbekannt. Am 31. Juli 1896 raffte nach längerem, standhaft ertragenem Leiden den rüstigen Siebenziger eine tückische Krankheit hinweg, mitten aus angestrengter Thätigkeit heraus, die namentlich dem Abschluß eines Werkes über die Helligkeit des Himmels galt. […]

Schließlich noch ein Wort über W.'s Charakter, der zu den edelsten und reinsten gehörte, denen man begegnen kann. Die hervorstechenden Züge: strenge Wahrhaftigkeit, unbedingtes Pflichtgefühl und ein nie versiegendes Wohlwollen machten W. zu einem der geachtetsten und liebenswürdigsten Menschen, der überall Freundschaft erweckte und keinen Feind hatte."

Auch die größten Irrgärten stellen keine wirkliche Gefahr dar. Die Geduld des Besuchers auf die Probe zu stellen, ist Teil des Vergnügens am Irrgang. -- de.wikipedia.org/wiki/Irrgarten

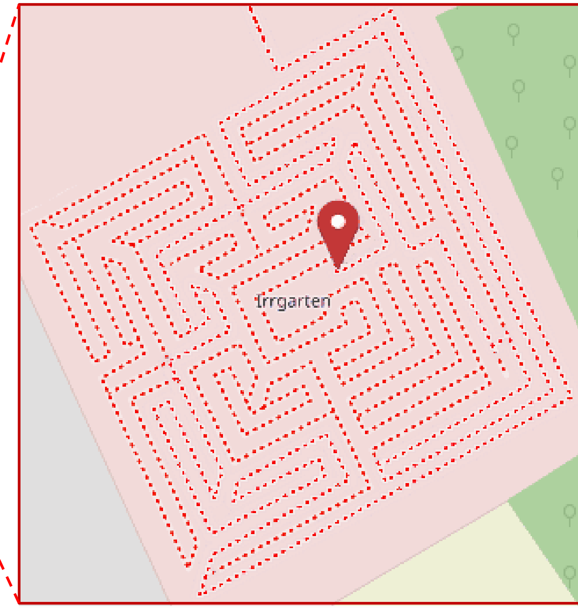
Einfach ein Navi nutzen?

Wenn die Labyrinthwege in einer digitalen Karte erfasst sind, dann sollte man sich doch einfach den schnellsten Weg vom Eingang zum Ziel zeigen lassen können, oder?

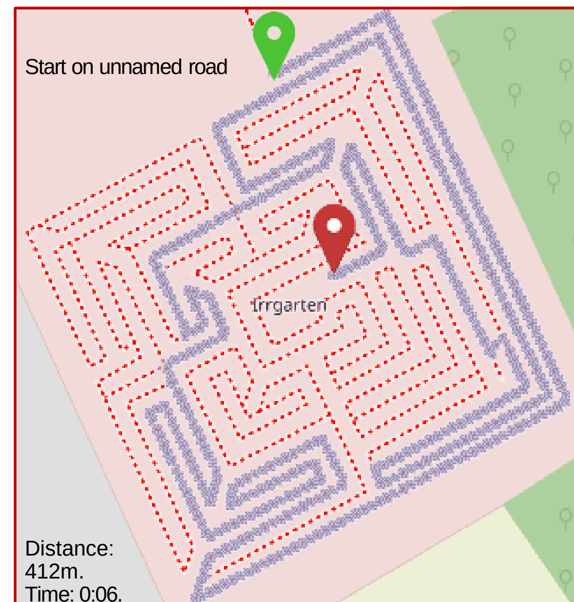
Z.B. per Smartphone-Navi. Wir probieren das beim Labyrinth von Probsteierhagen, unweit von Kiel, aus. Es ist ein 1927 geschaffenes Heckenlabyrinth nach dem Vorbild des Labyrinths von Altjeßnitz (Sachsen-Anhalt, Mitte des 18. Jh.).

Biermanns Labyrinth auf einem Bierdeckel.

Probsteierhagen mit Labyrinth auf OpenStreetMap.



Das Labyrinth aus der Vogelperspektive.



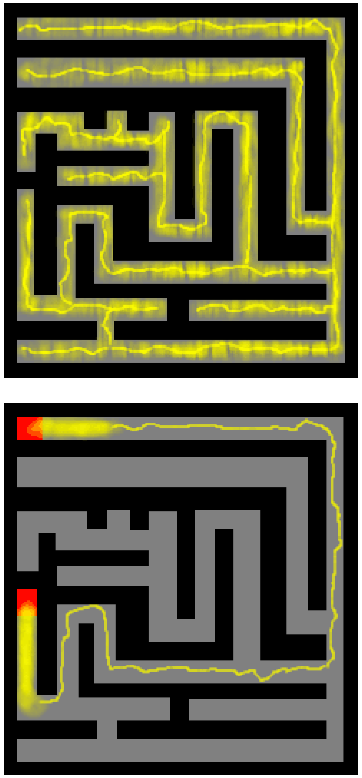
OSRM routing (foot) mit OpenStreetMap.

www.openstreetmap.org/directions?engine=fossgis_osrm_foot&route=54.363513%2C10.296866%3B54.363329%2C10.296973

*„Gemalte Pfeile und Striche im Sand,
Pfade geheimnisvoll mit Kreuzen markiert. Auf engen Wegen zwischen duftenden übermannshohen Hainbuchenhecken hat mich der Drehwurm längst gepackt: Es ist kein Herauskommen mehr aus diesem Irrgarten. Ich sehe keine Möglichkeit, einen Weg zur Mitte auf die Empore zu finden, von wo aus man nach Hilfe Ausschau halten kann. Manch ein Verlorener hat sich den Weg gewaltsam durch die Büsche verschafft. Das zeigt Spuren: Löcher in der Hecke tun sich auf.“ – Der Tagesspiegel, 19.07.2003*

Das „Vorbild“: Der Irrgarten von Altjeßnitz. Der Eingang wird bewacht von Ceres, der Göttin des Ackerbaus und der Fruchtbarkeit. Man steht nie vor einer Sackgassenwand, die einem zum Umkehren zwingt; es gibt allerdings Zyklen, und zur Empore in der Mitte gelangt man auch auf Umwegen.

Einfach einen Schleimpilz nutzen?



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Slime_mold_solves_maze.png

Schleimpilze vereinigen Merkmale von Pilzen (Bildung von Fruchtkörpern) und Tieren (Besitz beweglicher Geschlechtszellen), sind aber mit beiden nicht direkt verwandt. Die Schleimpilz-Art „Physarum polycephalum“ (was man mit „Körper mit vielen Köpfen“ übersetzen könnte) ist der grösste Einzeller der Welt und kann mehrere Quadratmeter gross werden. Er bildet ein Netzwerk aus Adern aus, worin Zellplasma rhythmisch hin- und her strömt, was ihm eine langsame Fortbewegung ermöglicht.

Im Jahr 2000 veröffentlichte der Biologe Toshiyuki Nakagaki aus Nagoya zusammen mit zwei Mitautoren einen Aufsatz in der Fachzeitschrift Nature. Darin wird geschildert, wie Physarum polycephalum einen Weg durch ein Labyrinth fand: Nakagaki setzte einen Schleimpilz in das Labyrinth, ausserdem platzierte er an zwei Stellen Haferflocken. Der Pilz breitete sich aus und verspeiste die Flocken. Dadurch veränderte sich seine Struktur. In mehreren Stunden schrumpfte er zu einem Faden zusammen, der genau die zwei Plätze der Haferflocken verknüpfte und so kurz wie möglich war. Abzweigungen, die in Sackgassen endeten, und längere Verdoppelungen des Weges verschwanden.

Physarum polycephalum kann man im Versandhandel kaufen, dort wird er so beworben: „Wenn Sie sich jemals gefragt haben, warum unser Schleimpilz ein absolutes Must-Have für Ihre Sammlung ist, dann sind Sie hier genau richtig! … Schleimpilze existieren ein Leben lang als eine einzellige ‚Masse‘. Dabei haben sie nur ein Ziel: Fressen und Wachsen. Physarum polycephalum zeigt sogar ohne ein Gehirn Anzeichen von Intelligenz. Dies macht ihn für viele Versuche in Universitäten, Schulen oder für Privatleute interessant. … Der Kauf unseres Schleimpilzes Physarum polycephalum bietet Ihnen mehr als nur ein neues Haustier für Ihr Mikroskop.“

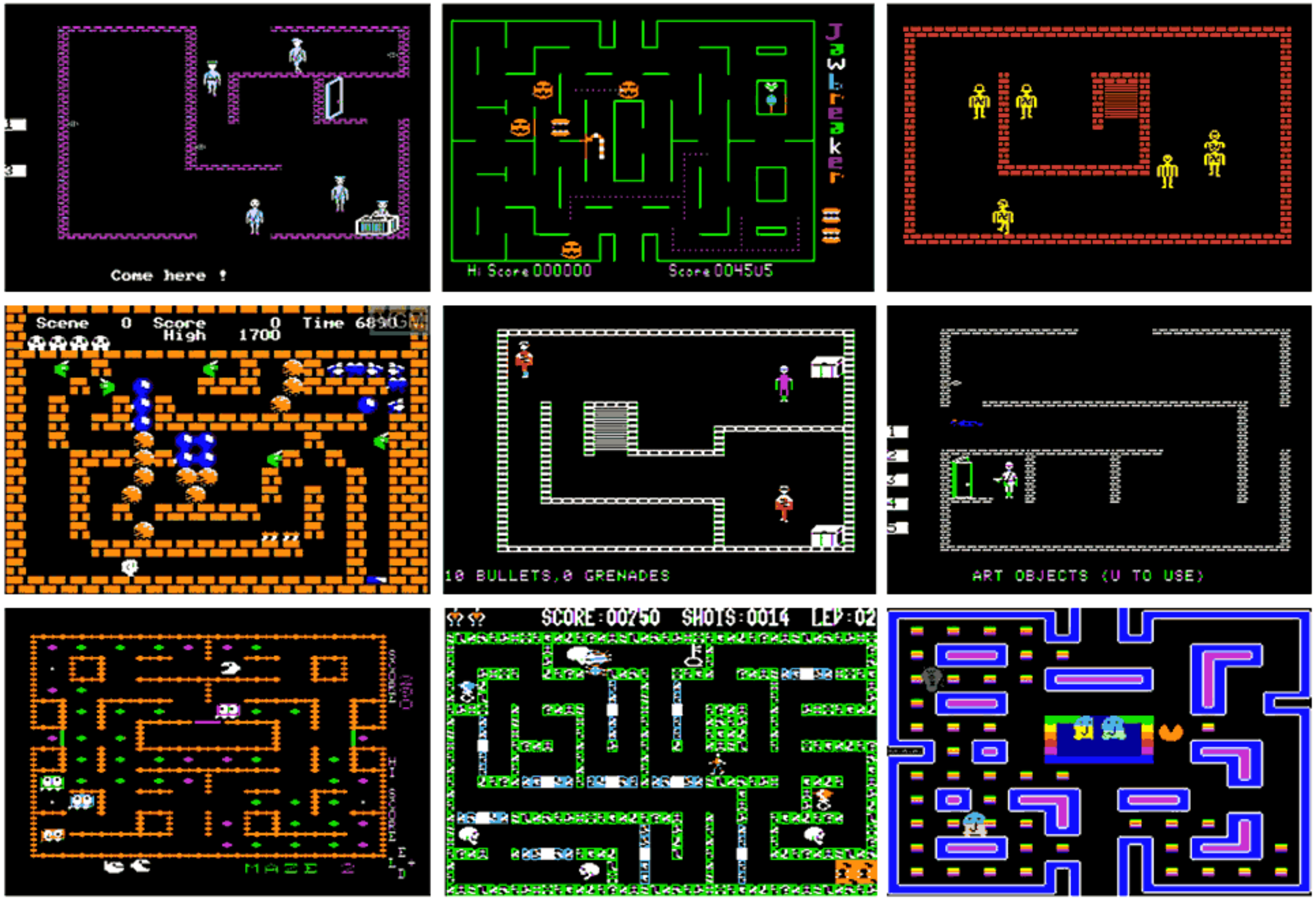
Schlagzeilen machte der Schleimpilz 2010: In einem Experiment sollte er ein Wegenetz für eine Region ermitteln, die der Umgebung von Tokio entsprach. Am Ende fand er Routen, die weitgehend der dortigen U-Bahn entsprachen. Die Deutsche Gesellschaft für Protozoologie wählte Physarum polycephalum 2021 zum Einzeller des Jahres.

Labyrinth-Computerspiele

8/16-bit-Computer der 1970er- und 1980er-Jahre

> The labyrinth is a metaphor, an 'archetype' and a praxeology of the game. It is an ambivalent formation of both orientation and disorientation. It evokes pathfinding as well as simultaneously blocking the linear path. -- Rolf F. Nohr

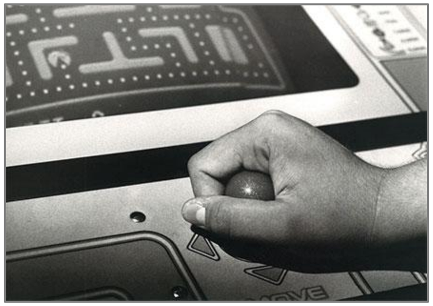
Bevor es schnelle Graphikprozessoren gab und man Pixel einzeln adressieren konnte, konnten Homecomputer oft nur einzelne Zeichen darstellen, die z.B. aus 5x7 Pixel bestanden und teilweise frei gestaltbar waren. Dabei konnten typw. 24 Zeilen mit je 40 dieser Zeichen auf einem Bildschirm dargestellt werden. Das bedingte eine „Blockgraphik“, die aus wenigen, jedoch mehrfach wiederholten, graphischen Zeichen bestand. Labyrinth-artige Muster waren auf diese Weise einfach und effizient zu erzeugen und stellten gleichzeitig eine ausreichend komplexe Spielsituation dar.



Spielfiguren, durch den Benutzer selbst gesteuert oder als „Gegner“ durch einen Algorithmus animiert, bewegten sich durch das rechtwinklige Labyrinth. Es galt, den Gegnern auszuweichen oder diese zu besiegen und diverse Hindernisse zu überwinden bzw. Punkte oder nützliche Gegenstände bei Zwischenzielen zu sammeln. Allgemein musste man, trotz diverser unterwegs auftauchender Hindernisse, seine Spielfigur schnell und taktisch vorausschauend zielgerichtet durch das Labyrinth bewegen. Populär wurde „Pac-Man“. →

Pac-Man im Labyrinth

In Zeiten absoluter Not werde jedes Lebewesen zum Pac-Man, der fresse, bis er voll sei. Dann könne es sich weiter vermehren. -- www.spiegel.de



Man steuert „Pac-Man“, ein gefrässiges, aber etwas teilnahmsloses gelbes Wesen, durch ein Labyrinth. Dabei verschlingt es die eckigen Pillen auf seinem Weg und wird von vier Gespenstern verfolgt: Während der rote Blinky stets Pac-Man hinterherläuft, zielt der rosafarbene Pinky auf einen vermuteten Kollisionspunkt zu. Inky spiegelt die Position von Pac-Man, und der orangene Clyde bewegt sich zufällig durch das Labyrinth. Hat der nimmersatte Pac-Man alles aufgefressen, erreicht er den nächsten Spiel-Level.

Pac-Man wurde 1980 für Spielhallen konzipiert, um auch Frauen dorthin zu locken, die sich weniger für die damals üblichen Weltraumshooter-Spiele interessierten. Später gab es eine sehr erfolgreiche Variante mit einer „Miss Pac-Man“. Da aber auf einem höheren level auch ein Baby auftauchte, durfte die Mutter, der Moral wegen, nicht unehelich sein; der Spielname wurde in „Mrs. Pac-Man“ geändert. Nach weiteren Querelen wurde daraus schliesslich „Ms. Pac-Man“, was keinen Aufschluss mehr über ihren Familienstand zuliess.

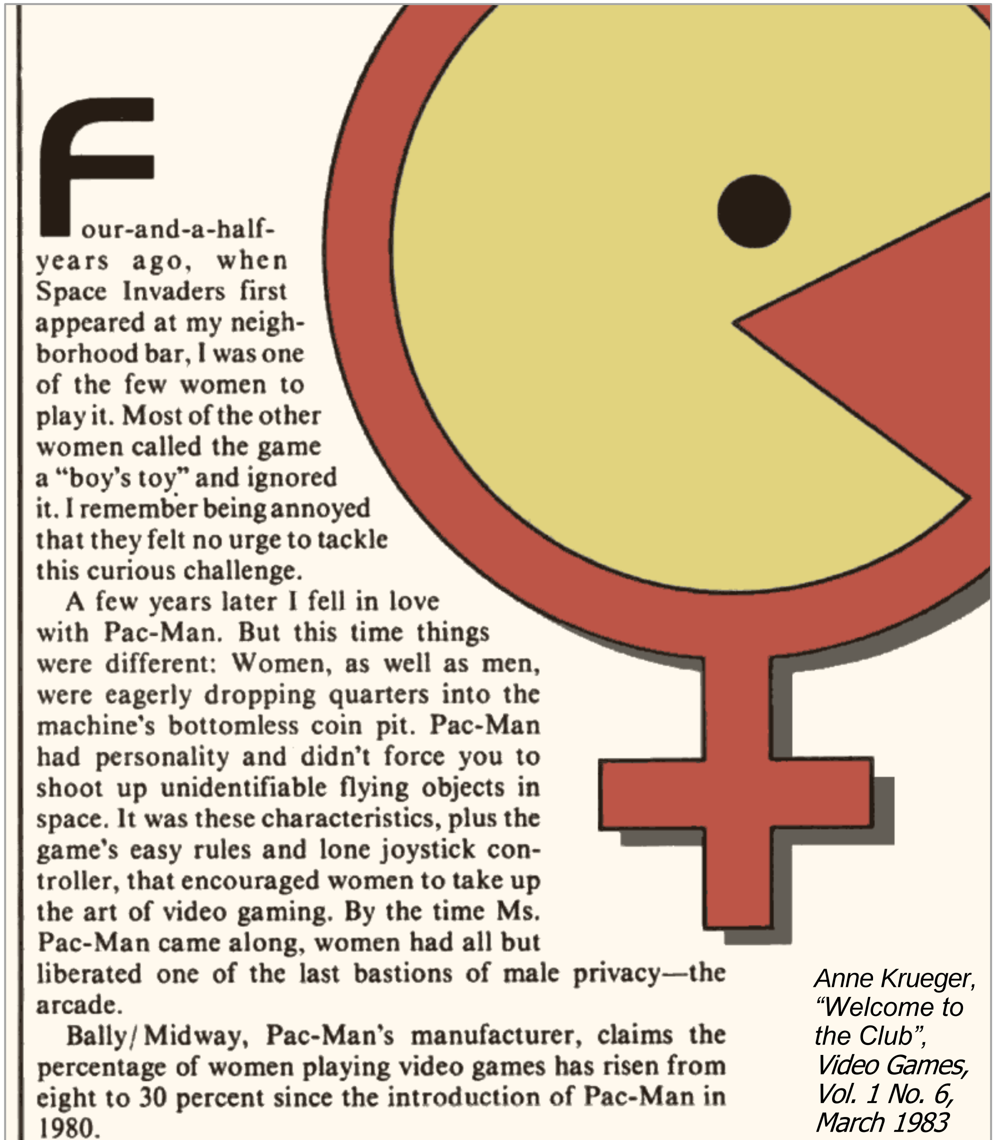
“Pac-Man‘s female video counterpart is resplendent in red lips and eyelashes, with a bow above her brow.” -- LA Times, 1982

“I never really associated gender to the original Pac-Man character. After all, “man” was part of his name, so I just naturally assumed he was either male or gender neutral.” -- Mark Smith

“Interestingly, the Pac-Man body is not gendered in any capacity, causing some to speculate that Ms. Pac-Man could just be a cross-dressing or transsexual Pac-Man!” -- Alexandra Funk

Pac-Man im Labyrinth (2)

> The only videogames on offer were brutal affairs involving the killing of aliens.
> -- Toru Iwatani, Erfinder von Pac-Man

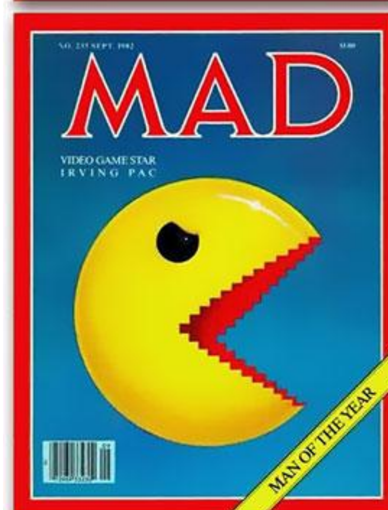


Four-and-a-half-years ago, when Space Invaders first appeared at my neighborhood bar, I was one of the few women to play it. Most of the other women called the game a "boy's toy" and ignored it. I remember being annoyed that they felt no urge to tackle this curious challenge.

A few years later I fell in love with Pac-Man. But this time things were different: Women, as well as men, were eagerly dropping quarters into the machine's bottomless coin pit. Pac-Man had personality and didn't force you to shoot up unidentifiable flying objects in space. It was these characteristics, plus the game's easy rules and lone joystick controller, that encouraged women to take up the art of video gaming. By the time Ms. Pac-Man came along, women had all but liberated one of the last bastions of male privacy—the arcade.

Bally/Midway, Pac-Man's manufacturer, claims the percentage of women playing video games has risen from eight to 30 percent since the introduction of Pac-Man in 1980.

Anne Krueger, "Welcome to the Club", Video Games, Vol. 1 No. 6, March 1983

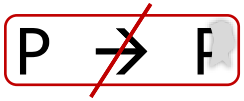


Am 25. Oktober 1982 schaffte es „Pac-Man“ sogar auf das Cover des „Time Magazine“. Allerdings ging es in dem dazugehörigen Artikel nicht um das Videospiel, sondern um „political action committees“ (PACs): Bürgerinitiativen, die vor den Wahlen Geld für ihre Wunschkandidaten sammeln. Bis heute kursiert das Gerücht, Pac-Man sei in den 1980er-Jahren vom „Time Magazine“ zum Mann des Jahres gewählt worden. Ursprung dieser Legende ist wohl das Cover von „Mad“ im September 1982, das dem Layout des „Time Magazine“ nachempfunden ist.

Quelle: www.spiegel.de

PUCKMAN im Labyrinth

Wie dieser frühe Spielautomat für die Schweiz und Deutschland und zeigt, hiess Pac-Man zunächst noch „Puckman" – wegen seiner Form, die an eine Eishockeyscheibe erinnert. (Oder weil „paku-paku" im Japanischen „futtern" bedeutet?) Jedenfalls befürchtete man insbesondere bei der Markteinführung in den USA pubertierende Clowns und Vandalen, die das „P" durch Beschmieren oder Kratzen in ein „F" verwandeln könnten. So ist aus dem „Puck" schliesslich ein „Pac" geworden.



"The design for Pac himself came to Iwatani after ordering a pizza and removing a single slice. With a mouthful of hot pizza, he looked down and saw the character looking back at him." -- Tony Temple

Zu schön, um wahr zu sein: Später räumte Iwatani ein, die Pizza-Geschichte sei eigentlich nur "halbwahr".

www.gamegeschiedenis.nl/2018/05/not-just-in-japan-pac-man-initially-released-as-puck-man-in-west-germany/

Der britische Fotograf George Wilson dokumentierte die Atmosphäre einer Automaten-Spielhalle gegen Anfang der 1980er-Jahre. In der Sommer-Saison arbeitete er als „bingo caller“ in einer „amusement arcade“ in Herne Bay (Grafschaft Kent) an der südenglischen Küste. Dies war die Zeit, als die Video-Spielautomaten die klassischen (elektro)mechanischen Spielautomaten ergänzten bzw. nach und nach auch ersetzten.

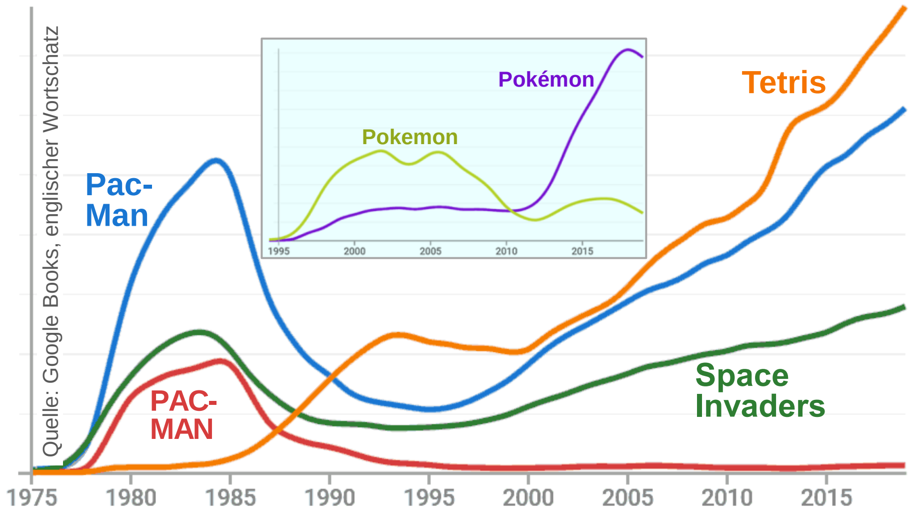
„From solo players to large groups gathered around the machines, the images are an insight into the communities that formed in arcades, and how important these places were to them, not to mention some complex social machinations.“ [Financial Times]

Diese sowie weitere Bilder:
www.seasphotography.org.uk/georgewilson

Pac-Man in der Fabrikation

Anfang der 1980er-Jahre: In der Nähe von Chicago werden zeitweise mehr als 1000 Pac-Man-Spielautomaten täglich produziert.

Mit über 300 000 installierten Geräten (zu jeweils $2400) war Pac-Man der am meisten verbreitete Spielautomat weltweit. Über 10 Milliarden Münzen sollen die Pac-Man-Automaten verschlungen haben.

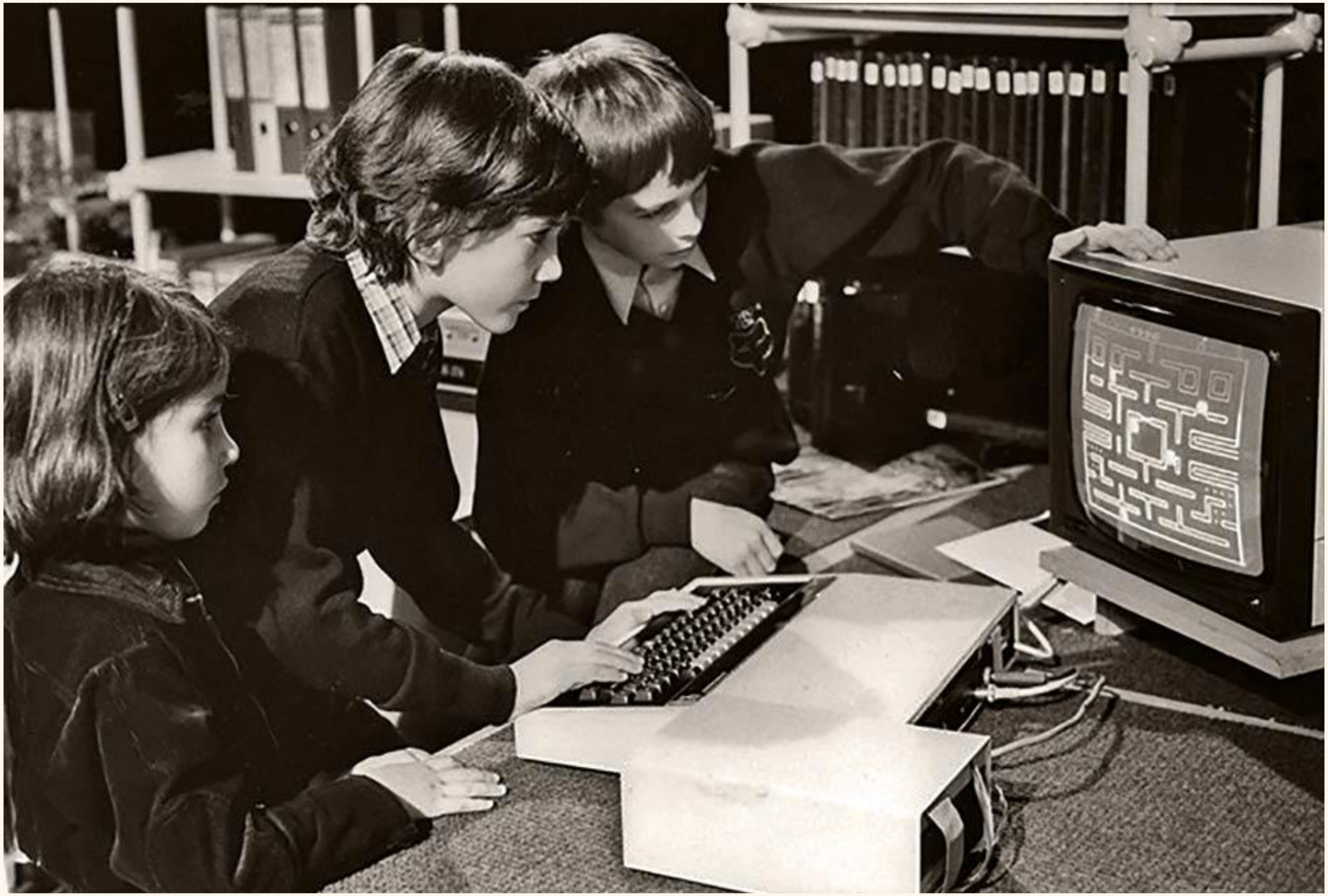


Pac-Man und Space Invaders waren Video-Spiele der 1980er-Jahre; als Ikone und Kultfigur behielt Pac-Man aber bis heute seine Popularität. Ende der 1980er-Jahre wurde mit den Handheld-Systemen Tetris populär, in den 1990er-Jahren erschien Pokémon (in Zusammenhang mit dem „Gameboy“), das sich zu einem ganzen Spieluniversum entwickelte. Über diese vier besonders bekannt gewordenen hinaus gab es natürlich im Laufe der Zeit unzählige weitere „Videospiele“ unterschiedlichster Kategorien.

PAC-MAN erschien in einer Zeit, als Kleinbuchstaben bei Homecomputern noch nicht üblich waren.

You are dead!
Continue? **Yes** **No**

Pac-Man auf dem Schulcomputer



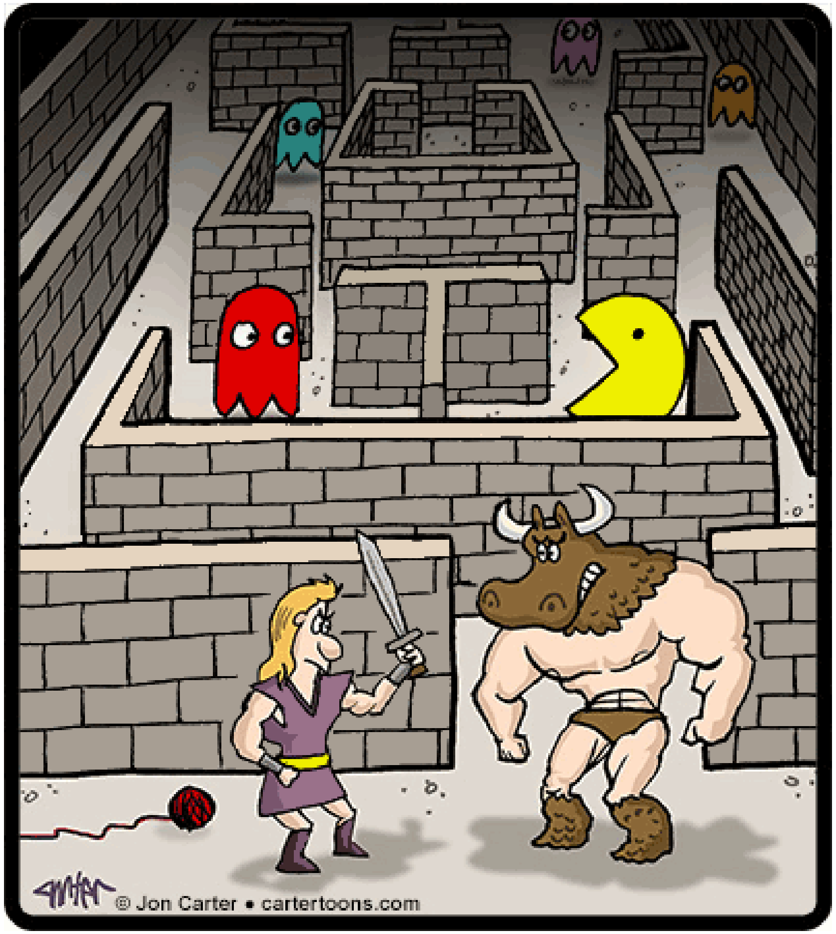
https://clp.bbcrewind.co.uk/i/children-using-bbc-micro.jpg

Britische Schulkinder beim Spielen von Pac-Man am BBC Micro. Dieser Heim- und Schulcomputer der 1980er-Jahre hatte vergleichsweise gute Grafik- und Audiofähigkeiten.

Pac-Man‘s mythologische Ahnen

Theseus und Minotaurus

Mosaik einer Römervilla in Cormérod (FR); ausgestellt an der Univ. Fribourg



Verwinkelte Gänge, verschachtelt, voll flackernder Schatten. Etwas Böses lauert in der Mitte, Ängste und unsichere Echos steigen auf. Labyrinth! Das Wort weckt bedrohliche Gefühle und Bilder: Die Vorstellung vom dunklen Gemäuer, von Bedrohung und Verlorenheit ist mythologischen Ursprungs. -- www.br.de

Theseus und Minotaurus: ein beliebtes Motiv der Kunstgeschichte seit dem griechischen Altertum. Einige Beispiele:

Rechts ein Teil einer Amphore des Vasenmalers und Töpfers Exekias, ca. 550 – 530 v. Chr. in Athen tätig.

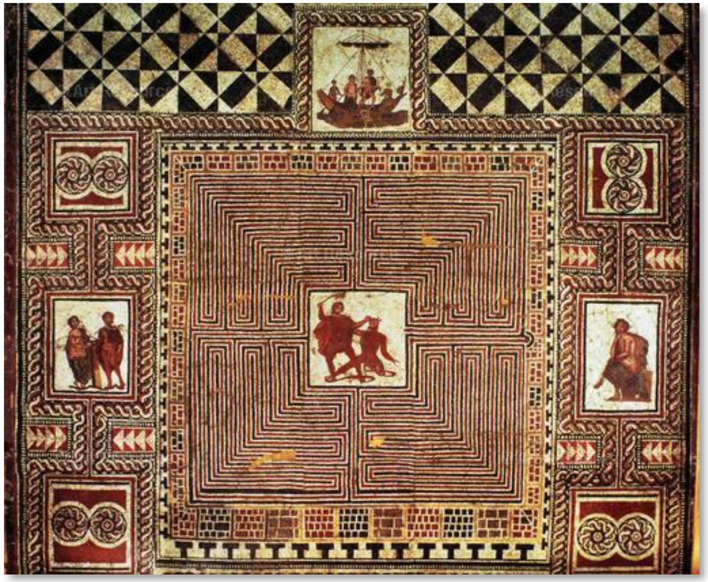
In der Villa Kérylos (Côte d’Azur) befindet sich ein nach antiken Fragmenten des römischen Legionslagers Isca Silurum (Wales) und Thuburbo Majus (Tunesien) rekonstruiertes Mosaik; vgl. auch das Mosaik der Villa in Loig (folgende slide).

Theseus im Labyrinth

And with his finger following her thread – He issued forth to see the heavens once more. (Edward Robeson Taylor)

http://4.bp.blogspot.com/-ipTHJ1bHC_k/UnpDNN8LMCI/AAAAAAAAMec/y41R_xe4vNY/s1600/theseus.jpg

Edward Burne-Jones, *Theseus in the labyrinth*, 1861



Theseus-Mosaik einer römischen Villa in Loig (bei Salzburg), 3. Jh. n. Chr., 6.36m x 5.50m. Schwarze Linien symbolisieren Wände, die rote Linie den Ariadnefaden. Links übergibt Ariadne ihrem geliebten Theseus den Faden, im Mittelbild besiegt dieser das Ungeheuer, oben das Flucht-schiff der beiden. Rechts trauert Ariadne, nachdem Theseus sie auf der Insel Naxos zurücklies; ihr spätes Glück fand sie dann dort mit Dionysos, dem Gott des Weines.

Exkurs: Theseus, Ariadne und das traurige Schicksal des Hofingenieurs Daidalos

Der österreichische Informatikpionier Heinz Zemanek erzählt die Geschichte dazu:*)

«...sei mit einem Einschub über den antiken Hintergrund (der Theseus-Sage) bedacht, der den Leser an seine frühen Kenntnisse griechischer Mythologie erinnern wird.

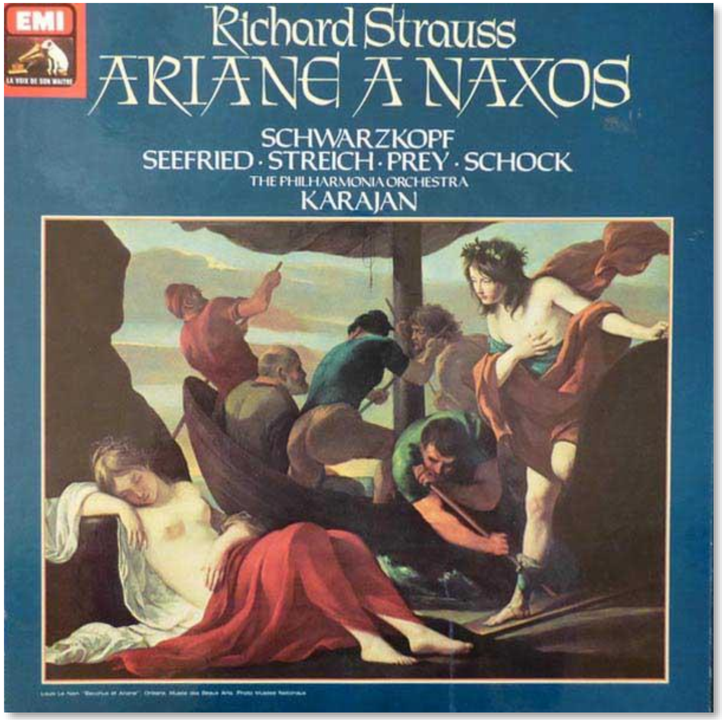
Zur Zeit des Königs Aigeus war Athen der Insel Kreta tributpflichtig. Alljährlich mussten sieben Jünglinge und sieben Jungfrauen von Athen nach Kreta versandt werden, um dem Minotauros zum Frasse vorgeworfen zu werden. Dieser Minotauros, ein gewaltiger, mit den Göttern verwandter Stier, wohnte im Labyrinth, einem Palast von verwirrender Weiträumigkeit und unübersichtlicher Anlage, in dem sich die Opfer jedes Mal hoffnungslos verirrten.

Theseus, der Sohn des Königs Aigeus von Athen, meldete sich freiwillig unter die sieben Jünglinge, in der Absicht, Athen vom Tribut zu befreien. Auf Kreta angekommen, macht er sich an Ariadne, die Tochter des Königs Minos von Kreta, heran und verführt sie dazu, etwas für seine Rettung zu unternehmen. Ariadne erhält vom Hofingenieur, der das Labyrinth erbaut hatte, einem gewissen Daidalos, den Lösungsalgorithmus – nicht als Computerprogramm, sondern in Form weiblicher Hardware, nämlich eines Knäuels, das als Ariadnefaden sprichwörtlich geworden ist. Wo der Faden nicht liegt, war man noch nicht. Wo er liegt, ist – vorläufig – der Lösungsweg. Wo er doppelt liegt, ist eine Sackgasse (da musste man wieder zurück). Und wo sich drei Fäden treffen würden, entstünde ein Kreisweg: Man drehe um, ehe man diese Stelle betritt. Mit diesen vier Regeln kann man jedes Labyrinth lösen, d.h. den Weg vom Start zum Ziel finden. Theseus ist daher erfolgreich und findet den Minotauros. Es fällt auf, dass der allen Beschreibungen nach gewiss nicht einfache Kampf mit dem Ungeheuer in den Schilderungen verblasst gegen die erste Auflösung eines Labyrinths. Geistige Leistungen haben eben schon im Altertum die Umwelt beeindruckt, wenn sie auch damals mitunter mit einem unrichtigen Erfindernamen verbunden wurden. →

**) In: 50 Jahre Kybernetik in Österreich, e&i elektrotechnik und informationstechnik, Mai 2004, 121. Jg., H. 5, S. 171-179*

Man versteht, dass König Minos ärgerlich wird, sobald man ihm den Verrat des Lösungsalgorithmus hinterbringt. Da seine Tochter indessen mit Theseus auf dem Athener Schiff durchgebrannt ist, rächt sich Minos wenigstens an seinem Hofingenieur, indem er diesen samt dessen Sohn Ikaros kurzerhand in das Labyrinth einmauern lässt. Dabei unterschätzt er aber den Erfindungsreichtum des guten Ingenieurs. Aus Federn abgeschossener Vögel und mit Wachs von im Labyrinth nistenden Bienen baut Daidalos zwei Paar Flügel. Vater und Sohn verlassen das Labyrinth und Kreta auf dem Luftwege. Leider schlägt der junge Mann die Mahnungen des Vaters in den Fahrtwind, ja nicht von der vorgeschriebenen Luftstrasse abzuweichen. Ikaros geht aus purer Lust auf zu grosse Flughöhe und gerät in die Wärmestrahlung des Gegenverkehrs, wo fahrplanmässig Gott Helios sein Sonnengefährt steuert. Das Wachs der Flügel schmilzt, und der hoffnungsvolle, aber undisziplinierte Jüngling stürzt ab. Immerhin wurde zu seinem Angedenken das entsprechende Meer nach ihm benannt.

Daidalos hingegen landet glücklich in Ägypten und ersucht um politisches Asyl, das für einen Experten natürlich rasch gewährt wird. Ein Auslieferungsbegehren von König Minos wird mangels bestehender Abkommen aus prinzipiellen Gründen abgelehnt. Es kann nicht ausgeschlossen werden, dass die Ingenieurkunst eines Heron von Alexandrien aus einer Tradition erwuchs, die auf Daidalos zurückgeht. Dass Theseus Ariadne auf Naxos allein zurücklässt, ist eine andere Geschichte, zu der man Näheres in der Oper erfahren kann. »



Bildmotiv: Dionysos findet Ariadne am Strand von Naxos. Le Nain: Dionysos et Ariane (~ 1635). « Des cinq frères Le Nain, trois furent des peintres célèbres. Seulement voilà! Les toiles portant une signature ne donnent que les mots *Le Nain*. Qu'est-ce qui revient à Louis, à Antoine ou à Mathieu, connus par des documents d'archives et quelques témoignages contemporains? Difficile de le dire. » -- Etienne Dumont, Bilan.

Der Sturz des Ikarus

von Crispijn van de Passe d. Ä., 1602. Crispin de Passe der Ältere (1564-1637) war der Stammvater einer flämisch-niederländischen Familie von Verlegern, Zeichnern und Kupferstechern, die u.a. in Utrecht, Rotterdam, Amsterdam, Paris, Köln, Aachen, Kopenhagen und London arbeiteten.

Ad patrios fines dum sumptis Icarus alis / Aërias carpit cum genitore vias: / Subvolat ad Solem propius, mox cera liquescit, / Inque necaturas praecipitatur aquas.

Mit angelegten Flügeln streift Ikaros mit seinem Vater durch die Lüfte seiner Heimat. Doch kommt er der Sonne nahe und bald schmilzt das Wachs, sodass er hinab in die tödlichen Fluten stürzt.

Icarus ubersiht die schantz /
Und fleugt zu nah / dem Sonnenglantz /
Felt rab und in dem Meer ertrinckt /
Verwegenheit groß schaden bringt.

Es erschienen im Laufe der Zeit verschiedene bebilderte Kurzausgaben von Ovids Metamorphosen, z.B. 1563 eine lat.-deutsche Vierzeiler-Version „Tetratischa in Ovidii Metamorphosis“ von Joh. Posthius (1537-97). Obiger Stich von Crispijn van de Passe d.Ä. enthält nur die (von Posthius übernommene) lateinische Bildlegende, sie ist links im oberen Kasten frei ins Deutsche übertragen. Posthius selbst verwendet in seiner Ausgabe einen etwas anderen vierzeiligen Text (unterer Kasten; “mit Teutschen Reimen kürtzlich erkläret“). Dabei bedeutet “die Schanz(e) übersehen“ den richtigen Augenblick („Chance“) verpassen; allgemein stellt es eine Bezeichnung des Misslingens dar.

Dädalus und Ikarus fliehen von Kreta. Hier eine Darstellung in Form eines Holzschnitts aus dem 1522 veröffentlichten Buch „Le Labirynth de fortune et Sejour des trois nobles dames“ des französischen Schriftstellers und Historikers Jean Bouchet (1476 – 1557).

Man erkennt einen Teil des komplizierten Labyrinths mit der gut gesicherten Eingangstür. Die Bienen symbolisieren das Bienenwachs, mit dem Dädalus die Flügel zusammengeklebt hat. Dass dieses bei Wärme schmilzt, wird Ikarus bald in Schwierigkeiten bringen…

Schliesslich noch einige Zeilen aus der deutschen Fassung von Ovids Metamorphosen, die 1581 bei Siegm. Feyerabend in Frankfurt herauskam. Die Verse stammen vom frühneuhochdeutschen Colmarer Dichter Jörg Wickram (ca. 1505 – 1562):

Da flog der Vatter ab gen Thal/
Zwiſchen obgnannten Landen hin/
Der Son aber hat ſeinen Siñ
Gericht ſtäts in die höh on witz/
Alſo rührt jn der Sonnen Hitz/
Daß das Wachs anfieng erwarmen/
Baldt fielen jm von ſein Armen
Die Federn/ daß er alſo bloß
Mit ſtarckem Fall zur Erden ſchoß/
Zerſchmettert wol in tauſent ſtück/

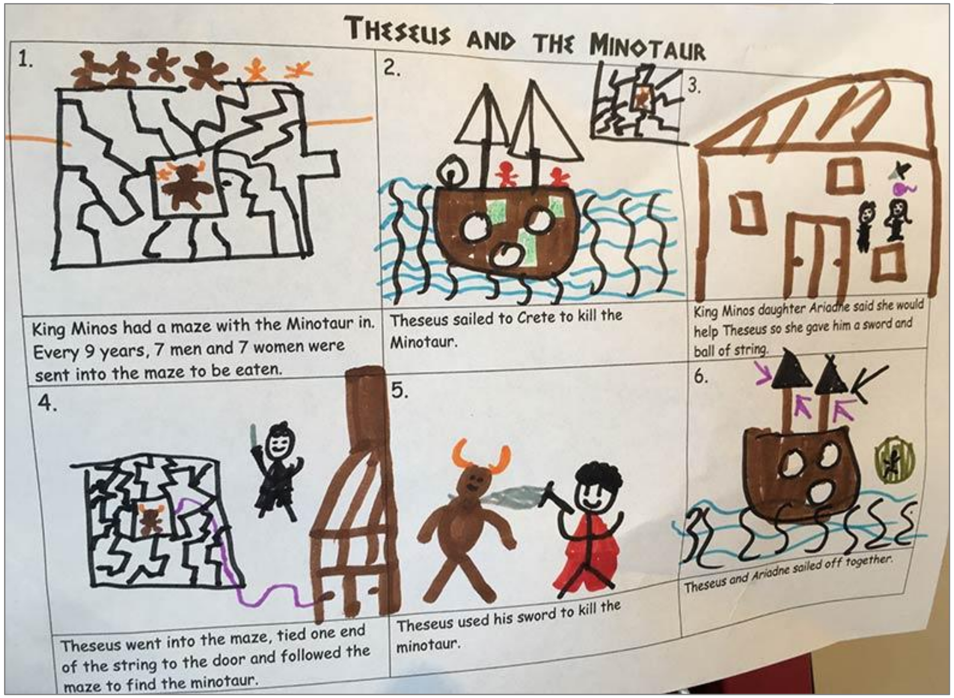
LABYRINTHUS HIC HABITAT MINOTAURUS
Graffito an einem Haus in Pompei. (Evtl. Hinweis auf den Hausbewohner?)

Der Mythos um Ariadne und Theseus

Wir ergänzen und vervollständigen die vorherigen Bemerkungen zu Ariadne und Theseus:

Die Geschichte beginnt mit dem kretischen König Minos. Dieser bat den Meeresgott Poseidon, ihm ein Zeichen zu schicken, damit das Volk ihn als Götterliebling anerkennen und zum König machen würde. Er gelobte, was auch immer Poseidon aus dem Meer aufsteigen liesse, ihm dann wieder als Opfer darzubringen.

Poseidon sandte einen wunderschönen Stier, der Minos so gefiel, dass er ihn in seine Herde aufnahm und Poseidon stattdessen einen anderen Stier opferte. Aus Rache über das gebrochene Versprechen verdrehte Poseidon der Frau des Königs, Pasiphae, den Kopf, sodass sie sich in den Stier verliebte. Aus dieser unschicklichen Verbindung entstand Minotaurus, halb Stier, halb Mensch. Minos schämte sich der Untreue seiner Frau und des bestialischen Abkömmlings und liess Minotaurus im Labyrinth einsperren.



Zweitklässler („Y3") der Lydgate Junior School in Sheffield (England) malten ein Storyboard zur Erzählung; hier das Werk von „Isabelle".

www.lydgatejunior.co.uk/year-3/theseus-and-the-minotaur-2

Bereits zwei Mal waren junge Athener dem Minotaurus geopfert worden, die sich hoffnungslos im Labyrinth verirrten, bevor Theseus mit der dritten Gruppe eintraf. Ariadne, Minos Tochter, verliebte sich auf den ersten Blick in ihn. Gegen sein Eheversprechen erklärte sie sich bereit, ihm zu helfen, den Minotauros zu besiegen und wieder aus dem Labyrinth herauszufinden. Sie bewaffnete ihn mit einem geweihten Schwert und übergab ihm auf Anraten Dädalus' ein Knäuel selbst gesponnenen roten Wollfadens, dessen Ende er am Eingang des Labyrinths befestigte. Theseus tötete das Ungeheuer und kam dank Ariadnes Faden wieder unversehrt aus dem Labyrinth heraus. Ariadne und Theseus fliehen zusammen mit einem Schiff in Richtung Athen.

Ab hier wird die Geschichte unterschiedlich erzählt, zum Teil sogar widersprüchlich. Die älteste Erwähnung in Homers Odyssee lässt Ariadne der Eifersucht der Göttin Artemis zum Opfer fallen. Nach anderen Erzählungen, unter anderem der Metamorphose Ovids, erreichen beide die Insel Naxos, wo Theseus sie zurücklässt, während sie am Strand schläft. Ob der Held dies auf Geheiss der Götter tat, weil Ariadne bereits von einer höheren Macht dem Weingott Dionysos zugedacht war, oder Theseus von vornherein ein unaufrichtiges und aufgezwungenes Eheversprechen gegeben hatte, lässt sich im Nachhinein wohl nicht mehr aufklären.

Ariadne & Bacchus: The myth begins with Minos, the king of Crete. Minos's wife bore Minos, a son that was half-man, and half-beast, a creature known as the Minotaur. Shamed by his wife's infidelity, and the beastly offspring, Minos had Daedalus construct the labyrinth, a maze with many winding passages, but only one true path to keep the Minotaur imprisoned and distanced away from his house. Twice Minos had fed Athenians to the Minotaur that had been picked by lot. When the third group of Athenians arrived to enter the Labyrinth, the princess of Crete, Ariadne fell deeply in love with Theseus, one of the doomed Athenians. She went to him and promised him safe passage out of the Labyrinth if he would agree to marry her. Left with no other option, Theseus agreed to marry Ariadne. Ariadne went to Daedalus, the creator of the Labyrinth and asked him for a device that one could use to navigate the winding, blinding passages. Daedalus provided Ariadne with a thread, which when unraveled would lead Theseus back to the entrance of the Labyrinth once he defeated the Minotaur.

In the Odyssey, Homer writes that Theseus made to escape from Crete with Ariadne, but Artemis killed Ariadne before they could safely set sail (XI ll. 367-368). However, other sources, including Metamorphoses, Heroides, Carmen, and Theogony state that Theseus and Ariadne made it to the island of Naxos, and there Theseus abandoned Ariadne while she slept on the beach. Ariadne is awakened by the absence of Theseus, and realizes that she had been abandoned. In one version of the myth she laments the loss of Theseus, and cries out in fear of the dangers of being left alone on a deserted island (Ovid Heroides X ll. 75-88). She also dwells bitterly that it was because of her that Theseus was able to achieve his victory over the Minotaur (Ovid X ll.99-110).

In another version, her lament is focused on the treacherous actions of Theseus. She cries out that no woman should ever trust the word of a man because he will always betray his promises. The gods respond to her outcry, and Theseus has a troubled mind and troubled passage on his journey home (Carmen 64).

As Ariadne is on the shores of Naxos, mourning the loss of Theseus, the god Bacchus arrives. He has been flying around with Satyrs and Maenads when he hears Ariadne crying and falls in love with her. Ariadne's story ends with her rescue and marriage to Bacchus. He take her diadem and places it into the skies where it becomes the constellation Corona. With this, Ariadne reaches the status of goddess. www.anticstore.art/91798P

https://artsandculture.google.com/asset/bacchus-und-ariadne-johann-lorenz-wilhelm-r%C3%A4ntz/qgGxN0USTvNV1g

Eines der 14 Reliefs der Ovid-Galerie im Park Sanssouci (Potsdam): Ariane und Bacchus mit seinen Attributen Weinlaub und Trauben. Der Sternenkranz am Himmel symbolisiert die spätere „Verstirnung" Ariadnes, nach anderer Überlieferung stellt er die in Sterne verwandelte Krone, eines Hochzeitgeschenks, dar. Das Paar bekam 3 Söhne: Staphylus, Oenopion und Evanthes.

Par sa tendresse, et par son assistance, du labyrinthe il sort:

Ganz kurz, in nur drei Zeilen, wird die Ariadnes Schicksal in der Bildlegende aus dem Buch «Metamorphoses d'Ovide en rondeaux» von 1676 erzählt: *«Thesée tuë le Minotaure, & se tire du Labyrinthe par le secours d'Ariane qu'il aime, & dont il est aimé: il l'enleve, & puis la laisse dans un desert.»*

Das Buch ist eine kunstvolle, in der Form eines Rondeaus ausgestaltete, Nacherzählung von Ovids Metamorphosen auf französisch durch Isaac de Benserade; es enthält über 200 Gravuren. Auf dieser Seite wird Theseus mit Ariadne und ihrem Faden dargestellt; der Kupferstich wurde von Christian von Hagen nach einer Zeichnung von Charles Le Brun angefertigt; letzterer war einer der bedeutendsten Künstler unter dem Sonnenkönig Ludwig XIV.; er leitete u.a. die Arbeiten zur Ausstattung des Schlosses von Versailles.


266 METAMORPHOSES

Theſée tuë le Minotaure, & ſe tire du Labyrinthe par le ſecours d'Ariane qu'il aime, & dont il eſt aimé: il l'enleve, & puis la laiſſe dans un deſert.

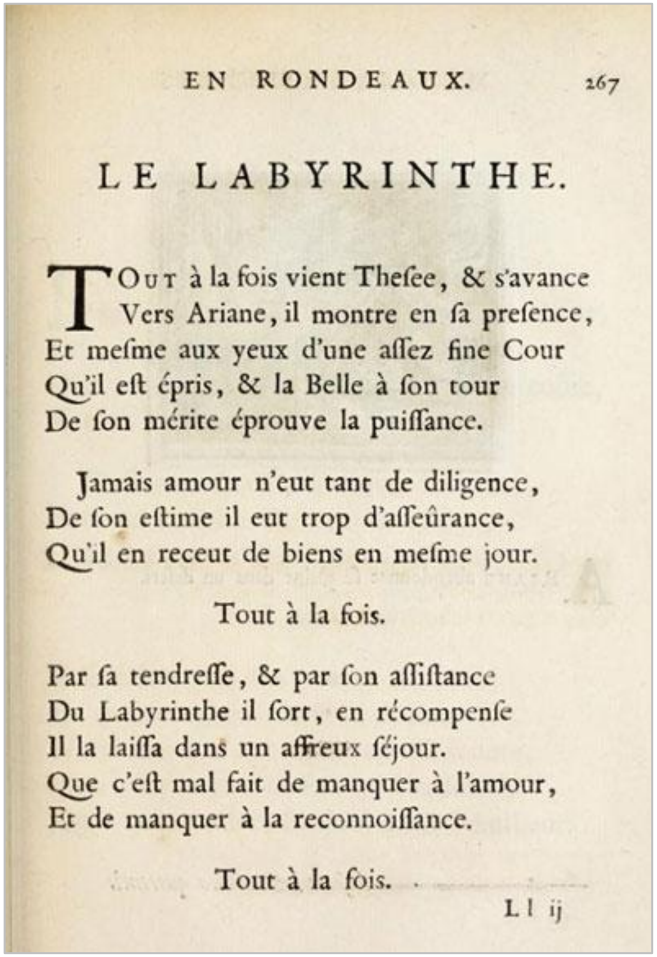
Janua difficilis filo eſt inventa relicto.

Die Metamorphosen des antiken römischen Dichters Ovid (43 v. Chr. – 17 n. Chr.) zählen zum Kernbestand der europäischen Kultur- und Geistesgeschichte und sind seit dem 16. Jahrhundert immer wieder illustriert worden. Ovid hat für sein Werk etwa 250 Sagen der römischen und griechischen Mythologie verarbeitet; er erzählt in über zehntausend Hexameter-Versen die Entstehung der Welt und die Geschichte der Helden und Götter:

...utque ope virginea nullis iterata priorum
ianua difficilis filo est inventa relecto,
protinus Aegides rapta Minoide Diam
vela dedit comitemque suam crudelis in illo
litore destituit; desertae et multa querenti
amplexus et opem Liber tulit, utque perenni
sidere clara foret, sumptam de fronte coronam
inmisit caelo. tenues volat illa per auras
dumque volat, gemmae nitidos vertuntur in ignes...

Wortwörtliche Übersetzungen (wie hier von Reinhart Suchier von 1858) sind nicht leicht zu verstehen: *„…Dann die schwierige Tür, die vormals keiner gewonnen, war auf der Jungfrau Rat mit gewickeltem Faden gefunden, schiffte von hinnen alsbald, entführend die Tochter des Minos, Aigeus' Sohn gen Dia…“* Verständlicher ist hier die freiere Übersetzung durch Michael von Albrecht:

„Als nun Aegeus' Sohn mit Hilfe des Mädchens Ariadne das schwer zu findende Tor, aus dem noch nie einer zurückgekehrt war, gefunden hatte, indem er einen Faden aufrollte, entführte er sofort Minos' Tochter, segelte nach Dia und ließ seine Gefährtin grausam an jenem Strand zurück. Die Verstoßene und unablässig Klagende rettete Liber mit seiner Umarmung; um sie durch ein ewig sichtbares Gestirn berühmt zu machen, nahm er ihr die Krone vom Haupte und warf sie gen Himmel. Sie fliegt durch die zarten Lüfte, und im Fluge verwandeln sich die Edelsteine in strahlende Feuer…“



EN RONDEAUX. 267

LE LABYRINTHE.

TOUT à la fois vient Theſee, & s'avance
Vers Ariane, il montre en ſa preſence,
Et meſme aux yeux d'une aſſez fine Cour
Qu'il eſt épris, & la Belle à ſon tour
De ſon mérite éprouve la puiſſance.

Jamais amour n'eut tant de diligence,
De ſon eſtime il eut trop d'aſſeûrance,
Qu'il en receut de biens en meſme jour.

Tout à la fois.

Par ſa tendreſſe, & par ſon aſſiſtance
Du Labyrinthe il ſort, en récompenſe
Il la laiſſa dans un affreux ſéjour.
Que c'eſt mal fait de manquer à l'amour,
Et de manquer à la reconnoiſſance.

Tout à la fois.

Ll ij

Ein Rondeau hat 12 bis 15 sich reimende Zeilen, wobei der Anfang der ersten Zeile nach dem 6. oder 8. Vers und am Ende als verkürzter Refrain wiederkehren. Hier die Passage bei Isaac de Benserade wo Theseus auf Ariadne trifft, die ihm aus dem Labyrinth hinaushilft: „par son assistance du Labyrinthe il sort“.

„Liber“ ist ein Beiname von Bacchus (griech: Dionysos), der Gott des Weines, des Rausches und der Fruchtbarkeit. Die Krone, die durch „Verstirnung“ (griech. Katasterismós) als Sternbild (Nördliche Krone) an den Himmel versetzt wird, war das Hochzeitgeschenk von Vulcanus, dem Gott des Feuers. Nach Ariadnes weltlichem Tod führt Bacchus sie in den Olymp oder, nach anderer Überlieferung, steigt Ariadne direkt auf zu den Sternen. Aha!:

Wir erinnern uns an den Namen der europäischen Rakete: „Ariane“! Sternbilder wie Cygnus oder Phönix waren anfangs Konkurrenten um den Raketennamen, aber (als Vorschläge der Schweiz) auch „Edelweiss“ oder „Wilhelm Tell“. Beim ESRO-Treffen in Bern (September 1973) wurde dann aber, zum Glück, doch der Name „Ariane“ gewählt.

Ariane steigt hoch zu den Gestirnen.

Virtutis Amore: Ariadne hält das Ende des Fadens fest, Theseus presst den Knäuel an seine Brust. Jan Wandelaar, 1753.

Crispijn van de Passe , ca. 1602 – 1607.

Die Illustration von Ovids Metamorphosen, insbesondere das Schicksal von Ariadne – mit und ohne Theseus oder Bacchus –, haben Künstler über die Jahrhunderte als Herausforderung empfunden und auch gerne als Auftrag angenommen.

Spielkarte einer Serie von 52 Karten mit Motiven aus Ovids Metamorphosen – Theseus lässt Ariadne auf Naxos zurück. Stefano della Bella, um 1650. Kardinal Mazarin veranlasste die Herstellung des Kartenspiels für den jungen Ludwig XIV.

« L'abandon d'Ariane »

Karikatur von Honoré Daumier (1808-1879) aus der satirischen Zeitschrift „Le Charivari", 4. 9. 1842.

Bachus findet Ariadne. Pierre Audouin nach einer Zeichnung von Charles Monnet, 1801.

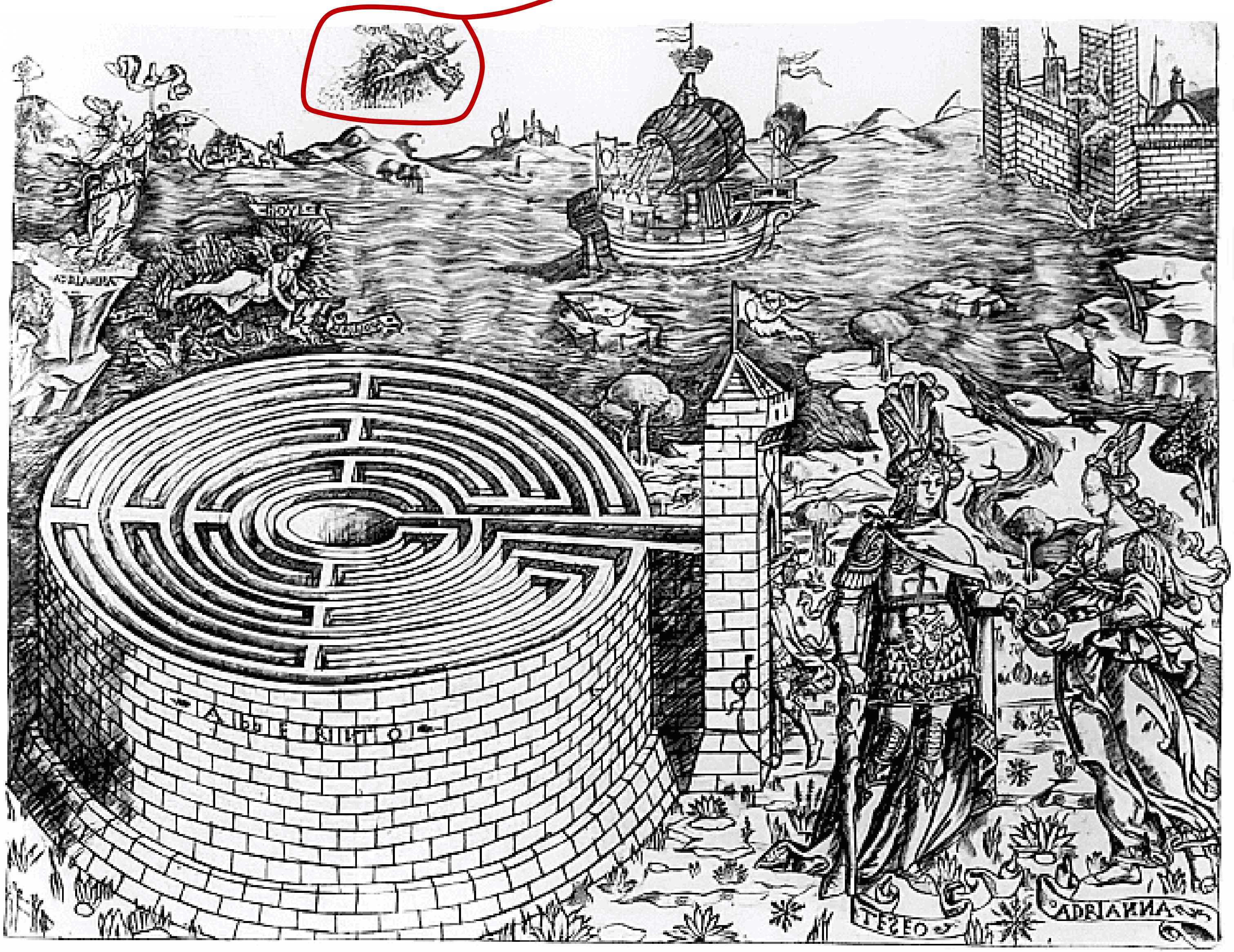
Bachus tröstet Ariadne, die eine Krone trägt. Theseus' Schiff im Hintergrund ist kaum mehr zu erkennen. Michiel Mosijn nach einer Zeichnung von Jacob Adriaenszoon Backer, um 1650.

Ariadne findet ihr Glück bei Bacchus – aber sagten wir das nicht schon?

Triumphzug mit Bacchus und Ariadne. Battista Franco (ca. 1510 – 1561), Graphische Sammlung der ETH Zürich.

Alle Ereignisse des Epos scheinen auf diesem Wimmelbild gleichzeitig zu geschehen!

Wie Ἀριάδνη in den Himmel steigt



Ein über 500 Jahre alter Cartoon:

Theseus und Ariadne (hier „TESEO“ und „ADRIANNA“ genannt) beim kretischen Labyrinth (Beschriftung: „AbbE RINTO“). Im Hintergrund Ariadne von links nach rechts in drei verschiedenen Szenen: Alleine auf einer felsigen Insel, dem Schiff mit Theseus Zeichen gebend; stürzend ins Meer; gerettet und in den Himmel getragen von Jupiter. Im rechten Hintergrund Ägeus, der Vater von Theseus, der sich ins Meer stürzt, da das Schiff versehentlich schwarze Segel gesetzt hat, was als Zeichen für Theseus‘ Tod vereinbart war.

Unbekannter Kupferstecher, Druck von Baccio Baldini um 1460 - 1470.

Das Labyrinth des Minotaurus

Silbermünzen; Knossus; 350-325 bzw. 420-380 v. Chr.

Münzkabinett der Staatlichen Museen Berlin

„Domus Dedali“ – Manuskript auf Pergament (Bildausschnitt), 9. Jh. v. Chr., *Codicis Theodosiani libri sexdecim*, Bibliothèque nationale de France

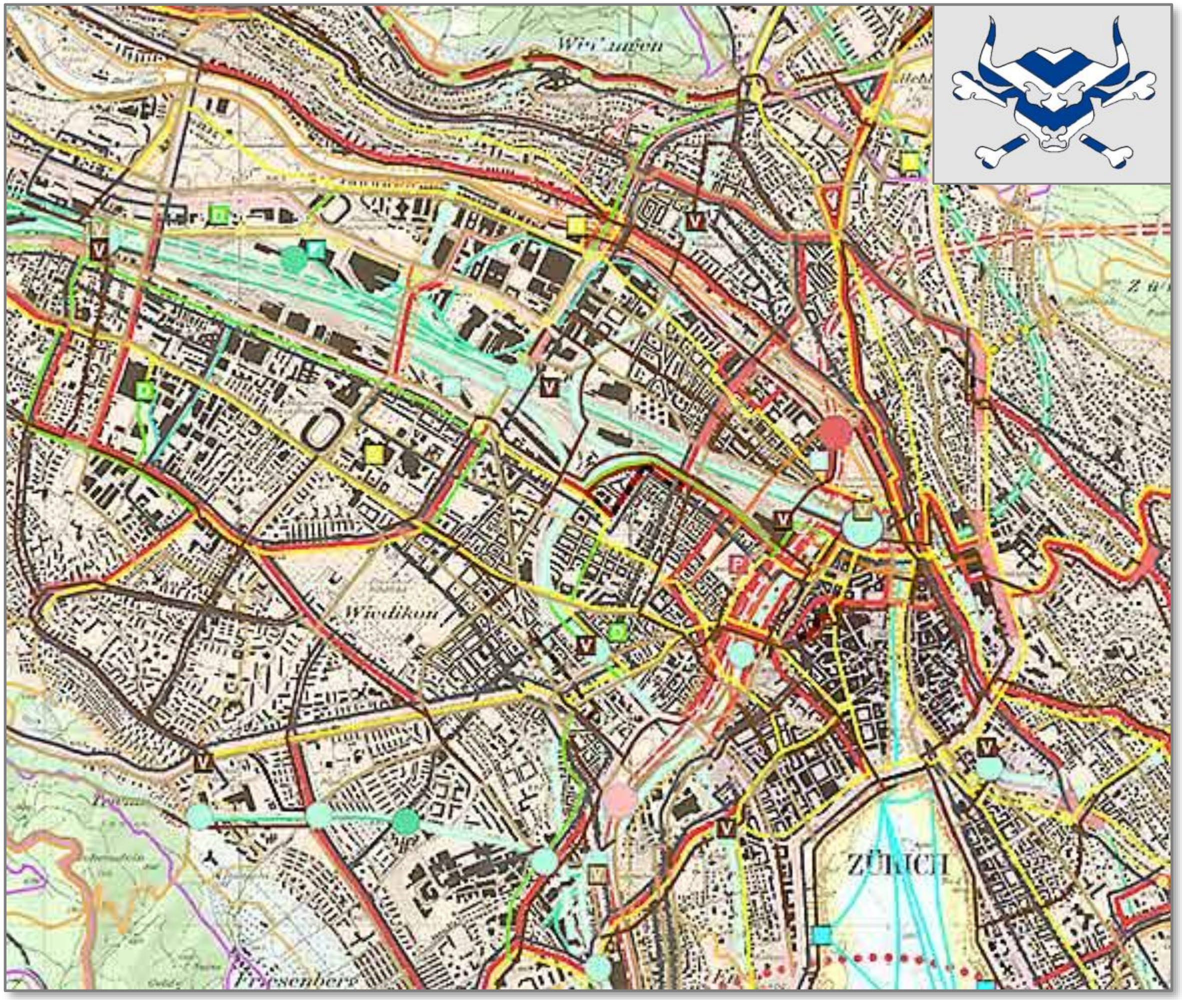
Schockierende Entdeckung der NZZ!

Das Labyrinth des Minotaurus ist in Zürich!

www.ricardo.ch/de/a/minotaurus-mit-axt-1244269382/

„Der Minotaurus würde im Zürcher Verkehrsnetz ein Schlemmerleben führen. Wer in dieses Labyrinth gerät, kommt nur mit viel Ortskenntnis und auch dann oft nur stockend wieder heraus. Die Innenstadt ist kaum befahrbar, Parkplätze gibt es immer weniger, Velowege hören irgendwo auf."

– NZZ, 17.02.2024



www.stadt-zuerich.ch/hbd/de/index/staedtebau/planung/richtplanung/regionaler-richtplan.html

Das Labyrinth des Minotaurus bei Ovid

Die Vorstellung des Labyrinths, die sich in den unterschiedlichen Bildern der vielen Künstler über die Jahrhunderte widerspiegelt, ist nicht nur durch kulturelle Überlieferung geprägt, sondern wird auch durch die Beschreibung in Ovids Metamorphosen und deren Interpretation bestimmt. Hier die entsprechende Textpassage (8. Buch, Vers 159-168) im lateinischen Original, als Übersetzung ins Deutsche von Michael von Albrecht, in der klassischen englischen Ausgabe von Loeb und in der ausdrucksstarken, aber seinerzeit nicht so gut angenommenen französischen Vers-Form von Ange-François Fariau de Saint-Ange (1747 – 1810):

Daedalus ingenio fabrae celeberrimus artis
ponit opus turbatque notas et lumina flexum
ducit in errorem variarum ambage viarum.
non secus ac liquidus Phrygiis Maeandros in arvis
ludit et ambiguo lapsu refluitque fluitque
occurrensque sibi venturas aspicit undas
et nunc ad fontes, nunc ad mare versus apertum
incertas exercet aquas: ita Daedalus implet
innumeras errore vias vixque ipse reverti
ad limen potuit: tanta est fallacia tecti.

Daedalus, weitberühmt durch seinen handwerklichen Erfindergeist, erstellt das Werk. Er verwirrt die Erkennungszeichen und führt die Augen durch die verschiedensten gewundenen Umwege in die Irre. Wie der phrygische Maeander mit seinen klaren Wellen spielt und in zweideutigem Lauf hin- und herfließt, sich selbst begegnend die kommenden Wellen erblickt und bald zur Quelle, bald zum offenen Meer hin seinen unsteten Wasserlauf lenkt, so füllt Daedalus unzählige Wege mit Irrsal – kaum konnte er selbst zur Schwelle zurückfinden; so trügerisch ist das Bauwerk!

L'ingénieux Dédale, architecte fameux,
Traça les fondements de ces murs sinueux,
Et, dans de longs détours, sans terme et sans issue,
Par l'erreur des sentiers embarrassa la vue.
Tel qu'amoureux de suivre un tortueux chemin,
Le méandre se joue en son cours incertain,
Et vingt fois sur ses pas ramené dans sa course,
Se rencontre lui-même et retrouve sa source,
De détours en détours sur sa route égaré:
Tel fuit, vient et revient, de circuits entouré,
L'immense labyrinthe; et l'inventeur lui-même
Put à peine en sortir, tant son art est extrême !

Daedalus, a man famous for his skill in the builder's art, planned and performed the work. He confused the usual passages and deceived the eye by a conflicting maze of divers winding paths. Just as the watery Maeander plays in the Phrygian fields, flows back and forth in doubtful course and, turning back on itself, beholds its own waves coming on their way, and sends its uncertain waters now towards their source and now towards the open sea: so Daedalus made those innumerable winding passages, and was himself scarce able to find his way back to the place of entry, so deceptive was the enclosure he had built.

Gab es das Labyrinth des Minotaurus tatsächlich oder handelt es sich nur um einen Mythos? Der französische Botaniker Joseph Pitton de Tournefort (1656 – 1708) erforschte im Jahr 1700 Höhlen auf Kreta, die angeblich zum ehemaligen Labyrinth gehören sollen. Von seiner abenteuerlichen zweijährigen Forschungsreise durch viele Orte im östlichen Mittelmeer berichtete er ausführlichst in 22 Briefen an Minister Pontchartrain; diese wurde später in Buchform veröffentlicht („Relation d'un voyage du Levant, fait par ordre du Roy"). Um aus dem Labyrinth wieder herauszufinden, wendet Tournefort besondere Vorsichtsmassnahmen an; das Schicksal holte ihn aber später in Paris ein: Er starb mit 52, als ihn, unterwegs mit einem Paket von Pflanzen in der rue Lacépède, die Deichsel eines Wagens erfasst und gegen eine Mauer quetscht. Zum Labyrinthbesuch auf Kreta schrieb er:

Il se présente tant de ruës de tous côtéz , que l'on ne sçauroit s'en tirer sans beaucoup de précautions. Comme nous avions grande envie d'en revenir , nôtre premier soin fut de poster un de nos gardes à l'entrée de la caverne , avec ordre d'aller querir du monde au village prochain , pour venir nous dégager , supposé que nous ne fussions pas de retour avant la nuit : 2. chacun de nous portoit à la main un gros flambeau allumé : 3. dans tous les détours difficiles à retrouver , nous attachions sur la droite des papiers numerotez : 4. un de nos Grecs laissoit à gauche de petits fagots d'épines , & un autre répandoit sur le chemin de la paille , dont il avoit un sac plein sous le bras.

Bacchus noch solo.

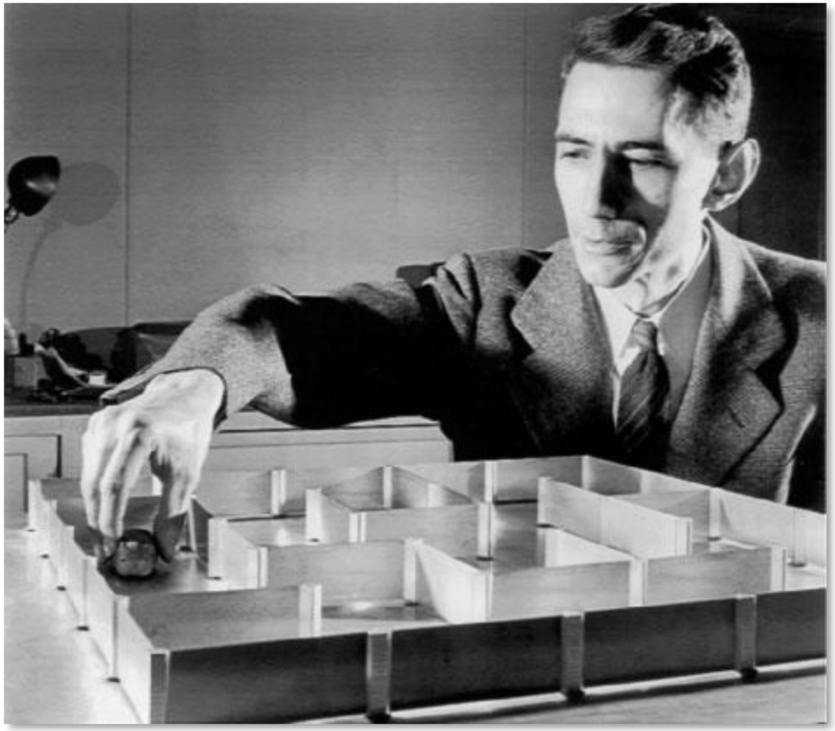
https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Statues_in_the_Waddesdon_Manor_gardens

Ariane im Happy End mit Bacchus. Skulptur im Waddesdon Manor, Buckinghamshire, England; Künstler unbekannt. Das Motiv ist klassisch (1. oder 2. vorchristliches Jh.) und wurde oft kopiert. Das Neo-Renaissance-Schloss wurde durch Baron Ferdinand von Rothschild (1839–1898) erbaut; er kaufte für den grossen Garten mehrere Skulpturen, vor allem von italienischen Künstlern des 18. Jahrhunderts. Im Park befinden sich ausserdem noch zwei „Solostatuen" des Bacchus.

Theseus als Robotermaus

> Zwar findet die mechanische Maus scheinbar ihren Weg ›von alleine‹ – die relevante Frage ist aber nun, auf der Basis welchen Wissens sie agiert. Das Lernen und Wissen der Relais-Maus ist kein adaptives, diskursives, behavioristisches (oder morphisches) Lernen. Es ist das ›Wissen‹ des ihr ›implementierten‹ Algorithmischen. -- Rolf F. Nohr

Claude Shannon konstruierte Anfang der 1950er-Jahre eine „maze-solving machine". Dabei sucht sich eine Robotermaus „Theseus", gezogen von einem Elektromagneten und geführt von kupfernen Schnurrhaaren, einen Weg durch ein Metall-Labyrinth. Geriet die Maus an eine Wand, floss ein Strom durch ihren Bart, und der Magnet drehte sie um 90 Grad. Das wiederholte sich so oft, bis sie wieder freie Bahn hatte. Die Zeitschrift „Popular Science" beschreibt dies im März 1952 stakkatoartig so: „Mouse solves maze by trial and error on first attempt. On second try, mouse ‚remembers' correct route, avoids blind alleys, and heads straight for ‚cheese'." In der Regel brauchte die Maus zwei Minuten bis zum Ziel; nach dem Speichern der Route schaffte sie den Weg in fünfzehn Sekunden.



https://pbs.twimg.com/media/EJMNZLQVAAEvjuM.jpg

Claude Shannon mit seiner Robotermaus Theseus.

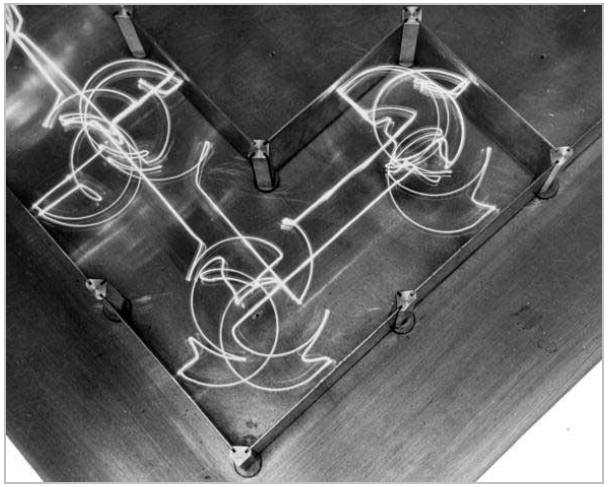
Das Artefakt wird heute vom MIT-Museum verwaltet. In einer Beschreibung dazu heisst es dort:

„In December 1949, shortly after their marriage, Betty Shannon gave Claude Shannon a Meccano set for Christmas. In short order he had built a mechanical turtle with an antenna, which would run around a room and back away after encountering obstacles. The original mouse for Theseus was a descendent of that turtle, about an inch and a half square. Parts of the top maze for Theseus were machined at Bell Labs, but the circuitry was built at home on the living room floor. Betty Shannon, who was working as a technician at Bell Labs' s microwave research lab, did most of the wiring. A metal maze with walls whose position can be changed sits on top of a box; inside the box, a plotter-like electromagnet controls the movement of the mouse, and a series of relays calculate its position and remember successful and unsuccessful paths.

Zemaneks automatisierter Ariadnefaden

Unfortunately, maze-solving is all the mouse can do... -- Popular science, 1952

After its demonstrations at Bell Labs functions, the machine continued to be used for experiments: Andrew Shannon recalled using it in elementary school science fair projects with real mice. Since the walls of the maze were low enough for live mice to jump over, the metal maze had to be chilled before use, so that the mice would prefer to keep moving instead of jumping over the sides."
[https://webmuseum.mit.edu/detail.php?module=objects&type=related&kv=76066]



Lichtspur der sich durch das Labyrinth tastenden Maus „Theseus" von Shannon
http://cyberneticzoo.com/wp-content/uploads/Shannon_Maze_Timelapse_Corner-x640.jpg

---

Zemanek greift zusammen mit seinem Diplomanden Richard Eier diese Idee auf, verbessert aber die Labyrinthsuche durch einen „automatisierten Ariadnefaden". Die Autoren beschreiben dies 1960 in einem Aufsatz „Automatische Orientierung im Labyrinth" (Elektron. Rechenanlagen 2(1), 23-31). Die Idee sei hier aus dem Anfangsteil der Veröffentlichung zitiert:

„Das Absuchen eines Labyrinths ohne System wird im allgemeinen erfolglos sein. Ein Teil der Gänge wird immer wieder betreten werden, während ein anderer völlig unbeachtet bleiben mag. Auch die Vorschrift, an jedem Verzweigungspunkt den nächsten rechten (oder linken) Ausgang zu versuchen, bringt keine Lösung, wenn in sich geschlossene Wege bestehen. Wird nämlich einer davon einmal durchlaufen, so ermöglicht es diese Vorschrift nicht, aus der Kreisbahn auszubrechen. Sie allein gestattet nicht einmal die Feststellung, dass dieser Fall eingetreten ist. Aber selbst die Erkenntnis, dass es so ist, muss nicht zum Ziel führen, denn ein systemloses Ausbrechen schützt nicht vor beliebig vielen Wiederholungen, von Kreisbahn zu Kreisbahn ausbrechend.

Um mit Sicherheit alle möglichen Wege eines Labyrinths zu durchlaufen und dabei das gegebene Ziel zu finden, müssen alle abgesuchten Verzweigungspunkte markiert werden. Der Ariadnefaden ist für

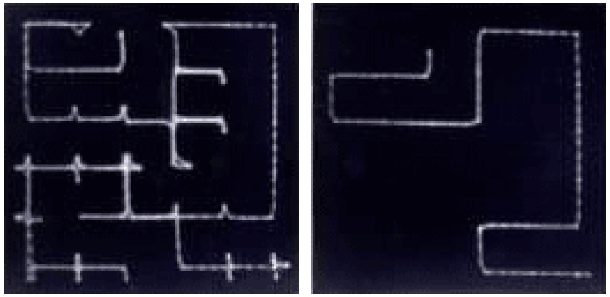
Zemaneks automatisierter Ariadnefaden (2)

die Markierung bestens geeignet. Er zeigt an, wo man noch nicht war, welchen Weg man zweimal durchlaufen hat und wie man zum Ausgangspunkt zurückfindet. Eine geringe Verschärfung der Aussagen und Definitionen erlaubt eine Systematik, die sich für die Automatisierung eignet. […]

Beim Absuchen des Labyrinths wird der Faden ausgelegt; ein Ende ist beim Eingang und das andere am jeweiligen Standort, wo es den Rückweg anzeigt. Im allgemeinen wird ein Verbindungsgang nur einmal durchlaufen, sodass ein einfacher Faden darin liegen bleibt. Nur in Sackgassen ist man gezwungen, bis zur Möglichkeit einer anderen Abzweigung zurückzukehren, so dass in der Sackgasse ein doppelter Faden liegen bleibt und von einem dritten Betreten abhält. Bei der Abzweigung wird man nur unmarkierte Verbindungsgänge betreten; erst wenn alle möglichen Fortschreitungsrichtungen ebenfalls als Sackgassen gekennzeichnet sind, wird man sich entschliessen müssen, in der Richtung des einfachen Fadens zurückzulaufen bis zu einer anderen Verzweigung, wodurch der ganze abgesuchte Teilkomplex als Sackgasse gekennzeichnet erscheint.

Backtracking

Es kann aber auch der Fall eintreten, dass ein unmarkierter Verbindungsgang zu einer bereits einmal markierten Verzweigung zurückführt und damit also einen Kreisweg schliesst. In einer solchen Verzweigung liegen dann drei einzelne Fäden; zwei davon führen zurück zum Eingang (wobei einer der beiden an dieser Verzweigung noch einmal vorbeiführt), der dritte weist in den Kreisweg hinein. Wenn der Faden keine besonderen Merkmale trägt, weiss man mit Sicherheit nur, dass der Gang, den man gerade gekommen ist, der eine Rückweg sein muss, während eine Aussage über die beiden anderen Richtungen, in denen noch einfache Fäden liegen, nicht möglich ist. Darum wird in dieser Situation der Gang, den man gerade gekommen ist, zurückverfolgt, wodurch er mit doppeltem Faden als Sackgasse gekennzeichnet ist. Diese Suchvorschrift erlaubt es, Gänge, die mit doppelten Fäden belegt sind, vom wei-



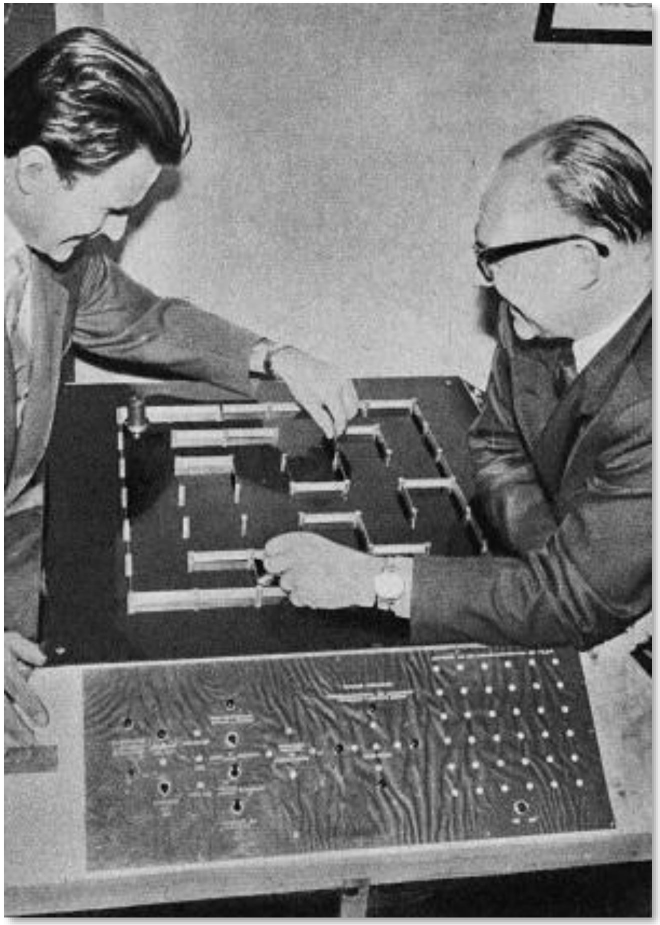
Initialer Weg und der gelernte sackgassenfreie kürzeste Weg vom Start- zum Zielpunkt

Zemaneks automatisierter Ariadnefaden (3)

teren Durchsuchen auszuschliessen und Kreiswege in Sackgassen umzuwandeln. Es werden alle noch nicht besuchten Gänge erkannt und nach dem Ziel abgesucht. Am Ende weist dann ein einfacher Faden den Weg vom Eingang zum Ziel und umgekehrt.“

Richard Eier (der 1972 Professor und Direktor des neu gegründeten Instituts für Datenverarbeitung an der TU Wien wurde) baute 1958 im Rahmen seiner Staatsprüfungsarbeit „Gedächtnissteuerung zur Orientierung in einem Labyrinth“ am Wiener Institut für Schwachstromtechnik ein Modell, das auf dem beschriebenen Verfahren beruht. Er schreibt dazu:

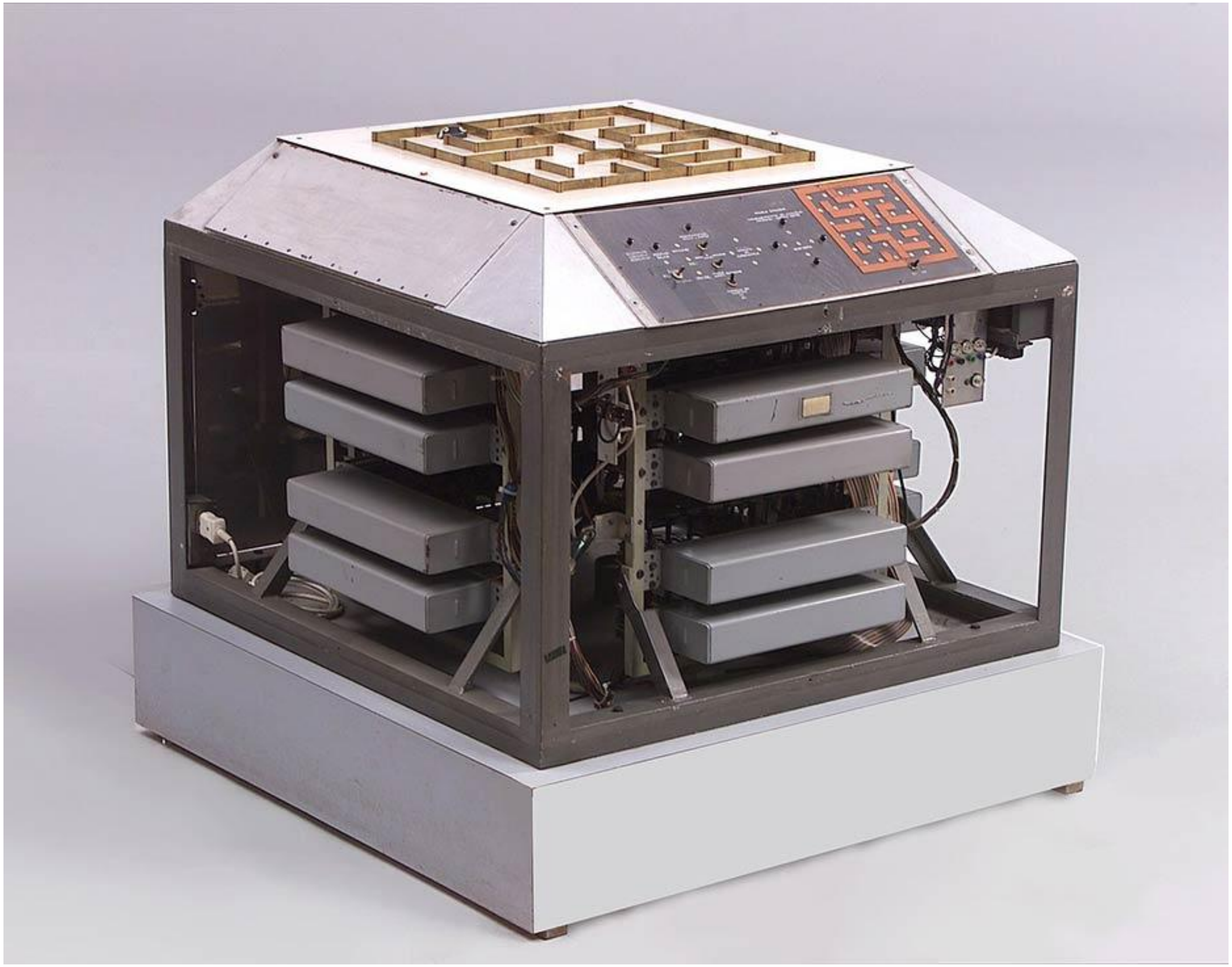
„Das Labyrinth wird auf einer Platte in einem Feld bestehend aus sechs mal sechs Quadraten durch Aufstellen von Trennwänden an Quadratseiten abgesteckt. Jedes dieser Quadrate entspricht einem Knoten, dem bis zu vier Ausgänge eingeräumt werden können, sodass innerhalb dieser 36 Quadrate eine große Anzahl verschiedener Labyrinthe absteckbar ist. Die Richtungen der möglichen Ausgänge können nach den vier Himmelsrichtungen mit N, O, S und W bezeichnet werden. In dem ausgeführten Modell wurden zwei Drehwähler und 284 Relais verwendet.“



Richard Eier und Heinz Zemanek am Labyrinthmaus-Demonstrationsmodell.

Urania-Universum VII/1961, via blog.hnf.de/heinz-zemanek-1920-2014

Zemaneks automatisierter Ariadnefaden (4)



https://artviewer.org/wp-content/uploads/2016/04/2_Kybernetisches_Modell.jpg

Das ästhetisch ansprechende „kybernetische" Demonstrationsmodell für die Labyrinthsuche von Richard Eier befindet sich heute im Technischen Museum Wien.

In den Metallgehäusen sind die insgesamt 284 Relais untergebracht. (Die Relaissteuerung wurde in späteren Jahren durch eine mikroprozessorbasierte Steuerung ersetzt, die Relais hatten dann keine Funktion mehr).

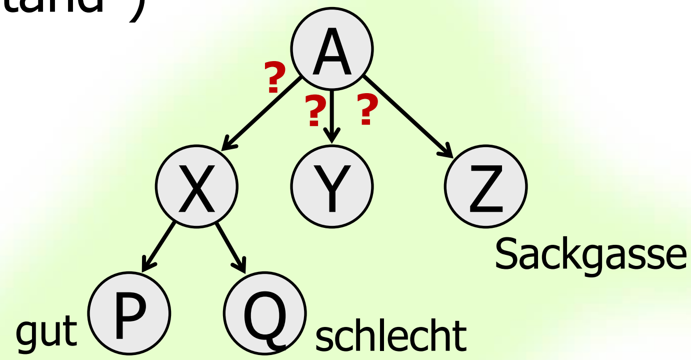
Im Frühjahr 2016 wurde der Apparat in Wien gezeigt, im Rahmen einer Kunstausstellung „The Promise of Total Automation". („Die Künstler /innen der Ausstellung gehen von einer posthumanen Gemeinschaft aus voneinander abhängigen Objekten, Technologien und Geschöpfen aus").

Durchmustern eines Entscheidungsbaums

It is a bit like following a jungle trail only to encounter a fork in the path. Without a signpost, or some other indication, it is impossible to know which path to take – one might lead to a friendly village, the other to a lions' lair. – www.occasionalenthusiast.com

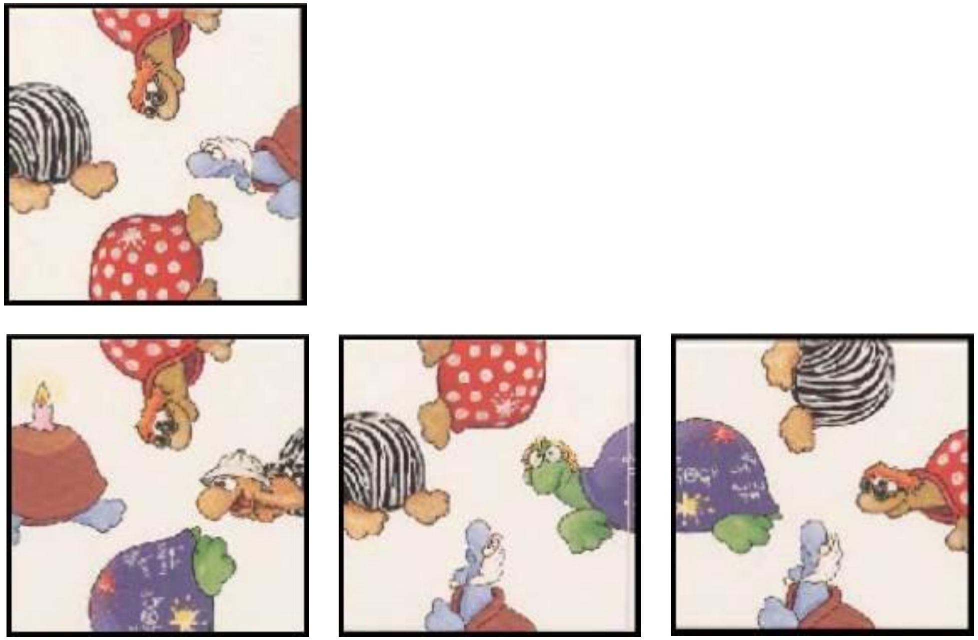
- Idee: Den Baum aller möglichen Entscheidungen systematisch (rekursiv, depth first) durchlaufen:
  - Knoten = Entscheidungssituation („Zustand")
  - Kante = Entscheidung
  - Nachfolgeknoten = Situation nach der Entscheidung
  - Blatt = Endsituation / Sackgasse (→ möglichst gute Endsituation anstreben!)

Z.B. bei Weggabelungen eines Labyrinths: Welchem der Wege soll man folgen?



- Nützliche Strategie: Sackgassen möglichst früh entdecken
  - Sackgassen-Vorhersagbarkeit ist abhängig vom konkreten Problem
  - Spart evtl. viel Suchaufwand (ganze Unterbäume!)
  - Beispiel: Analyse eines Spielbaums: „Dieser Zug *erscheint* hoffnungslos"

Ein Puzzle

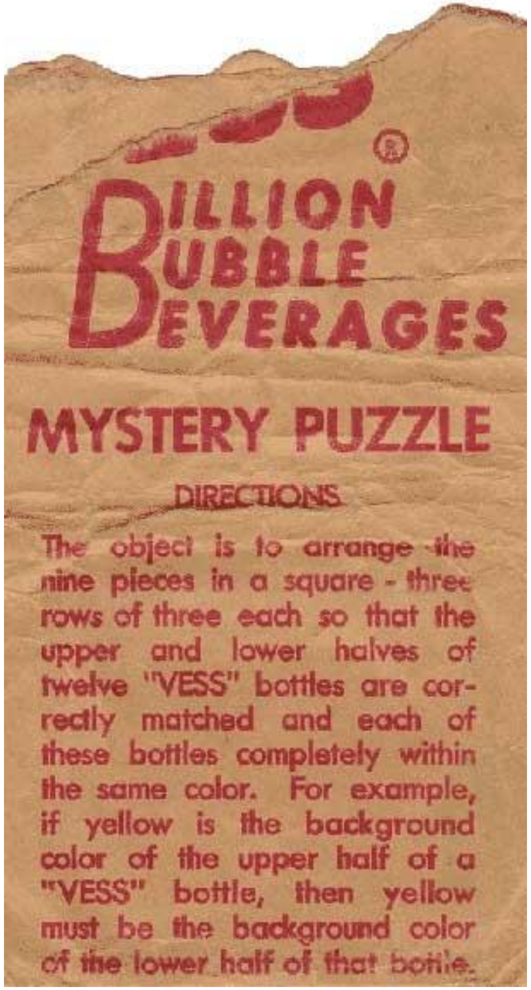


- Gegeben seien 9 derartige Quadrate mit verschiedenen Hälften von Figuren

- Aufgabe: Diese so zu einem 3×3-Feld zusammensetzen, dass aneinanderstossende Ränder zueinander passen


Das verflixte
Schild-
kröten-
Spiel

www.robspuzzlepage.com/images/vess-billion-bubbles-pcs1.jpg



BILLION BUBBLE BEVERAGES ®

MYSTERY PUZZLE

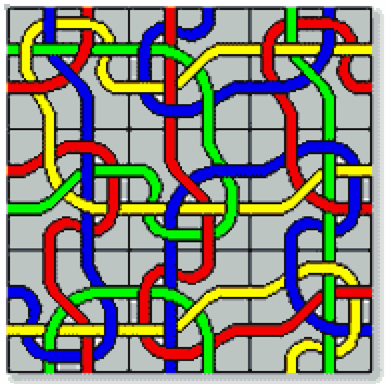
DIRECTIONS

The object is to arrange the nine pieces in a square - three rows of three each so that the upper and lower halves of twelve "VESS" bottles are correctly matched and each of these bottles completely within the same color. For example, if yellow is the background color of the upper half of a "VESS" bottle, then yellow must be the background color of the lower half of that bottle.

Als billig herzustellende Werbemittel gab es solche „edge-matching puzzles“ schon vor rund 80 Jahren

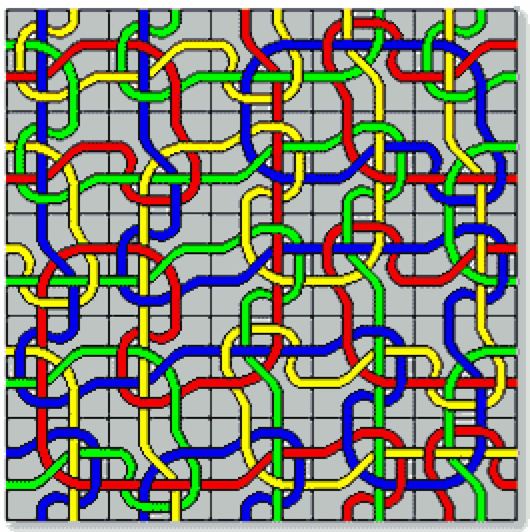
www.b-dazzle.com

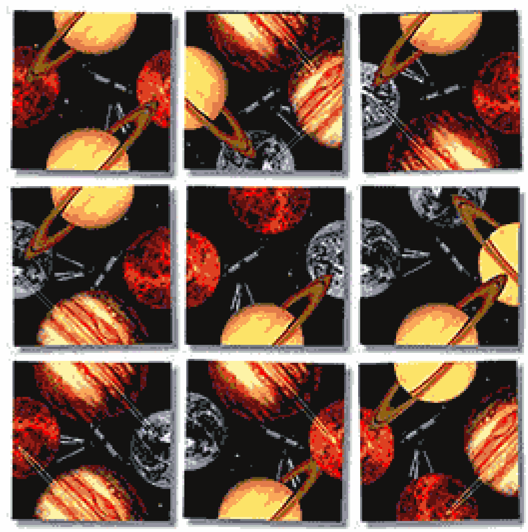
In jüngerer Zeit entstanden kunstvoll gestaltete edge-matching puzzles unterschiedlichen Stils; generell sind solche Puzzle-Probleme verwandt mit dem Problembereich der Parkettierung bzw. Tessellation; sie werden in allgemeinerer Form auch als „Kachelprobleme“ bezeichnet.

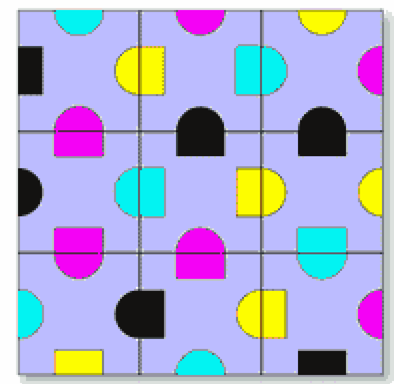


www.jaapsch.net/puzzles/tangle.htm

Auch grösser als 3x3:







https://i.imgur.com/mpO8HGJ.png

Naive Puzzle-Lösung mit „brute force"

- Das Problem ist schwierig (frustrierend und reizvoll zugleich!), da man evtl. erst recht spät merkt, dass ein Ansatz nicht „aufgeht" und man grosse Teile zurückbauen muss!
  - Das Puzzle ist wohl absichtlich so gestaltet, dass es viele partielle, aber wenig vollständige Lösungen gibt

- Naiver Ansatz (Exhaustionsmethode, „brute force"): Es gibt nur endlich viele verschiedene Anordnungen der Quadrate in einem 3×3-Feld; → generiere alle systematisch und teste jeweils auf Korrektheit

Davon gibt es $9 \times 4 \times 8 \times 4 \times 7 \times 4 \times \ldots 1 \times 4^9 = 4^9 \times 9! \approx 100\,000\,000\,000$

Das ist einfach! (Für die Kryptographie ist es übrigens entscheidend, dass es kombinatorische Probleme gibt, für die man nur sehr schwer Lösungen findet, diese aber einfach überprüfen kann)

Aber sollte das nicht effizienter gehen?

?

Ein rekursiver Ansatz

	2	3
4	5	6
7	8	9

Problem:
- Gibt es eine Lösung?
- Wenn ja, wie lautet sie?

1) Bestimme zunächst (rekursiv) die Lösungen für ein Spielfeld, welches um 1 Einzelfeld kleiner ist

2) Versuche für eine solche Lösung (falls existent) das zusätzliche Einzelfeld so mit einem der restlichen Spielsteine zu besetzen, dass eine Gesamtlösung entsteht

Für zufallsgenerierte edge-matching puzzles der Grösse 3 x 3 (wie oben mit 4 verschiedenen Figuren, wovon sich auf einem Spielstein jeweils vier Hälften befinden) hat Ken Shirriff experimentell herausgefunden, dass bei einer Lösung bzw. einem Lösungsversuch mittels Backtracking 66384 Anordnungen untersucht werden – also nur ein Bruchteil der Anordnungen im Vergleich zum Exhaustionsansatz.

Oder andersherum?

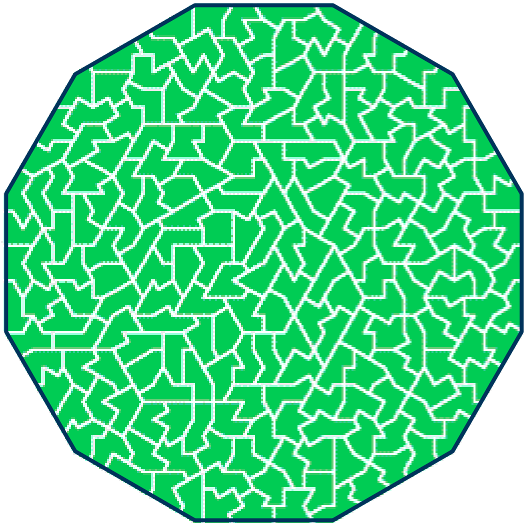
- Solange noch nicht alle Spielsteine (in allen 4 Orientierungen) für Position 1 ausprobiert worden sind:
  1) Belege Position 1 auf eine neue Weise
  2) Löse rekursiv das einfachere Problem „Gibt es mit den restlichen Spielsteinen eine *dazu passende* Lösung für das Spielfeld der Positionen 2,...,9 ?"
  3) „ja": → Gesamtlösung zurückliefern

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- „Nein" melden, wenn erfolglos alle Möglichkeiten probiert

- Welcher der beiden Ansätze ist besser?
- Sollte man nicht die Mitte (Position 5) recht früh belegen?
  - Diese induziert sehr viele „Constraints" → Sackgassen früh erkennbar?

Eternity-Puzzle



"Eternity was created in 1999 by the British journalist, politician, and viscount Christopher Walter Monckton. He claimed that the 209-piece jigsaw puzzle was virtually unsolvable, and offered a prize of £1 million for anyone who could crack it within four years of its release. More than 500,000 copies have been sold around the world.

The Eternity box contains a dodecagon-shaped frame that you have to fill in using 209 puzzle pieces. What makes it so hard to solve is that, unlike with regular jigsaw puzzles, there's no picture to help you figure out what pieces go where—every piece is the same shade of green on both sides. Compounding the difficulty, there are no little protrusions or indentations that fit into each other—all the edges are straight lines, and so you have no idea which ones are supposed to go next to which other ones. And there's not just one right way to solve it. So far two have been reported out of, according to one Australian mathematician's estimate, 10-to-the-500th-power possibilities.

It was finally solved in just under a year by two cool cats from Cambridge, Alex Selby and Oliver Riordan. They did it by programming a computer to figure out how to place all the pieces. There was a rumor that Lord Monckton had to sell his house to pay out the prize so early."

www.rookiemag.com/2013/12/ltbte-eternity-puzzle/

"Key to their success was the mathematical rigour with which they approached the problem of determining the tileability of individual pieces and of empty regions within the board. These provided measures of the probability that a given piece could help to fill or 'tile' a given region, and the probability that a given region could be tiled by some combination of pieces. In the search for a solution, these probabilities were used to identify which partial tilings, out of a vast number explored by the computer program, were most likely to lead to a solution. A complete solution was obtained within seven months of development with the aid of two domestic PCs."

https://en.wikipedia.org/wiki/Eternity_puzzle

Eternity II – Ein 16 x 16-Puzzle

"This will sound like a really stupid question but if no one has ever found the perfect solution, how can you be sure one exists? The creator could just be lying." -- www.reddit.com

https://blogs.ams.org/mathgradblog/files/2014/06/DSC_0156-1024x1024.jpg

The Eternity II puzzle is an edge-matching puzzle launched on 28 July 2007. The puzzle was part of a competition in which a $2 million prize was offered for the first complete solution. After the first scrutiny date on 31 December 2008 it was announced that no complete solution had been found. A prize of $10,000 was awarded to Louis Verhaard from Lund in Sweden for a partial solution with 467 matching edges out of 480. As of 30 January 2011, the official Eternity II site announces that "The final date for the correct solution of the Eternity II puzzle passes without a winner, and the $2m Prize for a correct solution to the Eternity II puzzle goes unclaimed." No verified complete solution to the Eternity 2 puzzle has ever been published. This includes Christopher Monckton's intended solution, which remains unpublished.
https://en.wikipedia.org/wiki/Eternity_II_puzzle

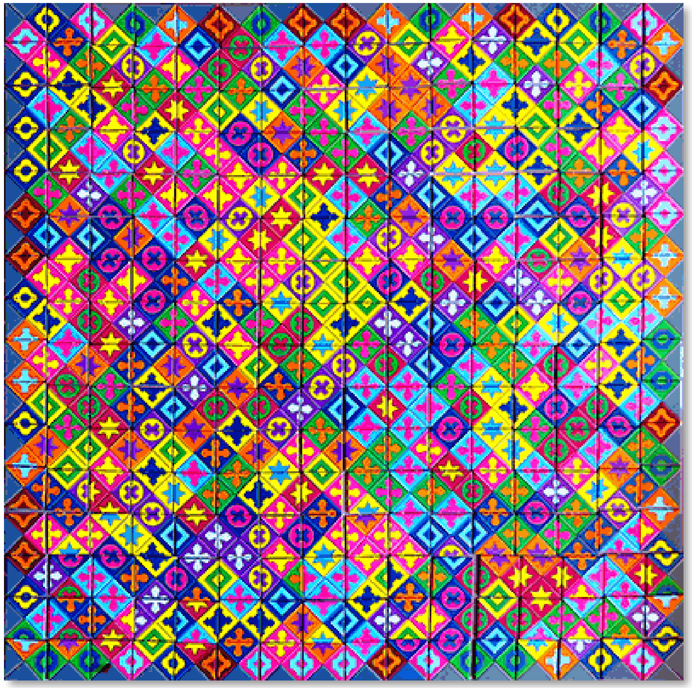
Eternity II – Ein 16 x 16-Puzzle

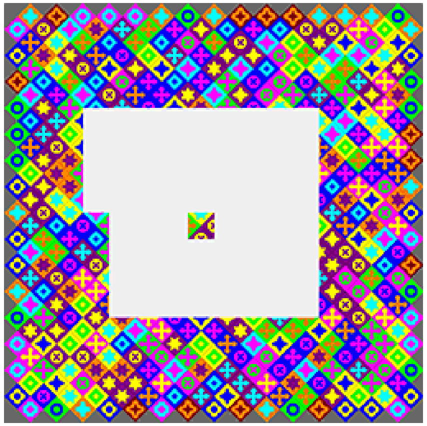
Die Lösung ist nur durch Glück zu finden, da es keine Möglichkeit ausser durchprobieren gibt. Letzteres scheitert am zu grossen Lösungsraum. Eternity II ist daher ein illegales Glücksspiel um Geld. -- de.soc.recht.misc.narkive.com

« Eternity II est un puzzle spécialement étudié pour être extrêmement difficile, au point que son éditeur offre 2 millions de dollars au premier qui parviendra à placer correctement ses 256 pièces carrées de façon à ce que les côtés de chacune correspondent à ceux de ses 4 voisins. D'après l'éditeur, il existe 20'000 solutions au puzzle, et il nous 'aide' en nous indiquant la position d'une pièce (la 139). Il existe plusieurs logiciels de résolution d'Eternity II. Tous ces programmes utilisent faute de mieux un approche 'brute force' : on place des pièces correspondantes les unes à côté des autres jusqu'à ce qu'on ne puisse plus le faire, puis on fait du 'backtracking'. Eternity2.fr annonce une performance de son algorithme de 15'000'000 de pièces disposées / seconde ! Comme souvent dans ce genre de casse-tête, tout va bien presque jusqu'à la fin : ce sont les dernières pièces qui font la différence, et si on n'y arrive pas, c'est peut-être les premières qui sont mal placées. »

www.apprendre-en-ligne.net/bloginfo/index.php/2009/01/15/149-resolution-informatique-deternity-ii

www.cristal.org/Eternity-II/16x16.jpg





Oben: Ein manueller Versuch; die letzten vier Zeilen enthalten allerdings einige Fehler.

← Zwischenstand eines Backtrack-algorithmus, der vom Rand spiralförmig zur Mitte voranschreitet.

www.antonfagerberg.com/images/projects/eternity2solver.png

You have won $$$!!
Lösung? Scheinlösung? Fake?

www.shortestpath.se/eii/img/eternityii_solution.jpg

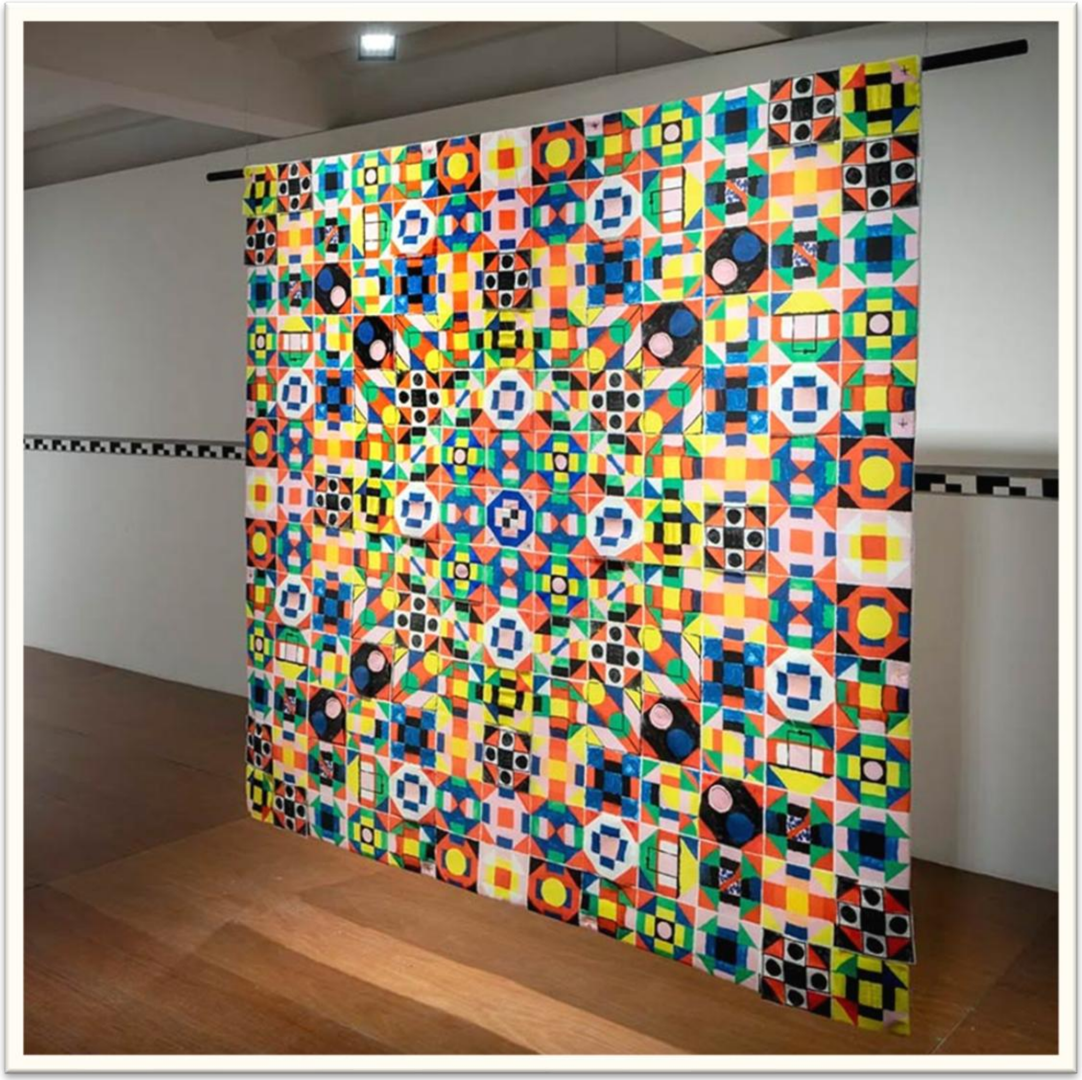
«My name is Louis Verhaard. I live in the south of Sweden but originally I come from the Netherlands. My profession is software designer / programmer. In September 2007 I had a lunch with my colleague Marcel Tünnissen, who told me about the Eternity II puzzle. He also told me that there had been an Eternity I puzzle, of which I never had heard, and that someone actually solved that puzzle and won 1 million pounds. The next day I bought the puzzle, and I did my best to win the 2 million dollars. One of the things that frustrated me with Eternity II was that after all the "brilliant" ideas that I had tested to solve the puzzle, spending months of spare time, the best result of all this work was a completely stupid program known as "scan-row backtracker" that can be programmed in 20 lines of code or so. The basis for the Eternity II solver is the stupid backtracker, but enhanced with some details. On the thirteenth of January, my wife Anna got an email with subject something like "Congratulations! You have won 10 000$!!". Of course, she was convinced that this was spam and deleted the message. But a few seconds later she thought "wasn't that the amount you could win at Eternity II?" so she undeleted the mail and jumped off her chair when she realized it was really true! She called me and of course I was happy, but also very surprised to have won.» [Gekürzt aus www.shortestpath.se/eii/eii_details.html]

Kein Puzzle

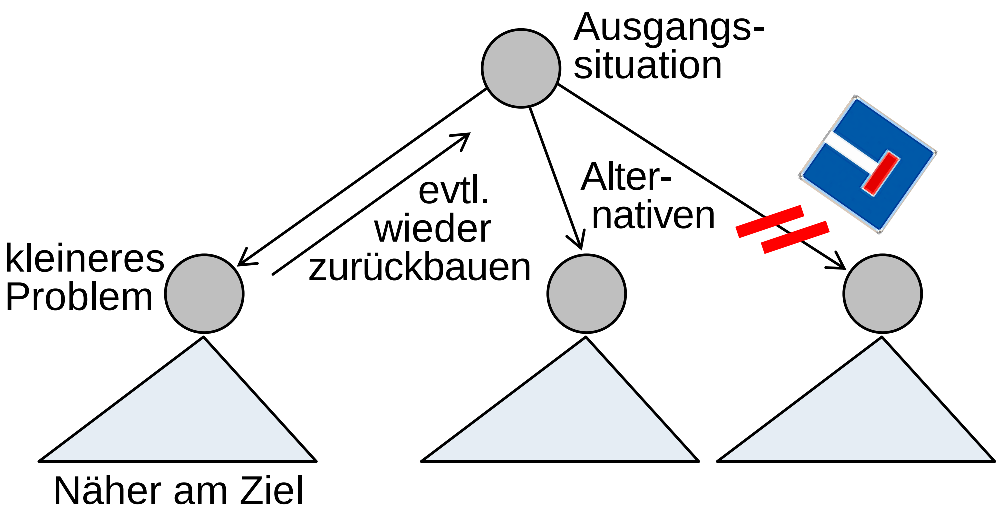
Kein Puzzle, sondern das von der 1982 in London geborenen Künstlerin Vanessa Hodgkinson in Kooperation mit der Transgender Support Association in Athen 2019 geschaffene Kunstwerk „Silent Latitude", hier ausgestellt im Z33-Kunstmuseum in Hasselt (Belgien). Vanessa Hodgkinson nennt sich auch „Navine G. Khan-Dossos"; eine Permutation der Buchstaben ihres anderen Namens.

"Silent Latitude is a quilt made by many women in different places, coming together in a communal act of creation. […] The title refers to the divide between the European North and South – the two locations of production for this quilt."

www.khandossos.com/works/silent-latitude/



Der Backtracking-Baum



Je nach Problem kann man einem Zwischenzustand (= Teilproblem) eventuell ansehen, dass er keinesfalls zu einer Gesamtlösung beitragen kann → „tree pruning".

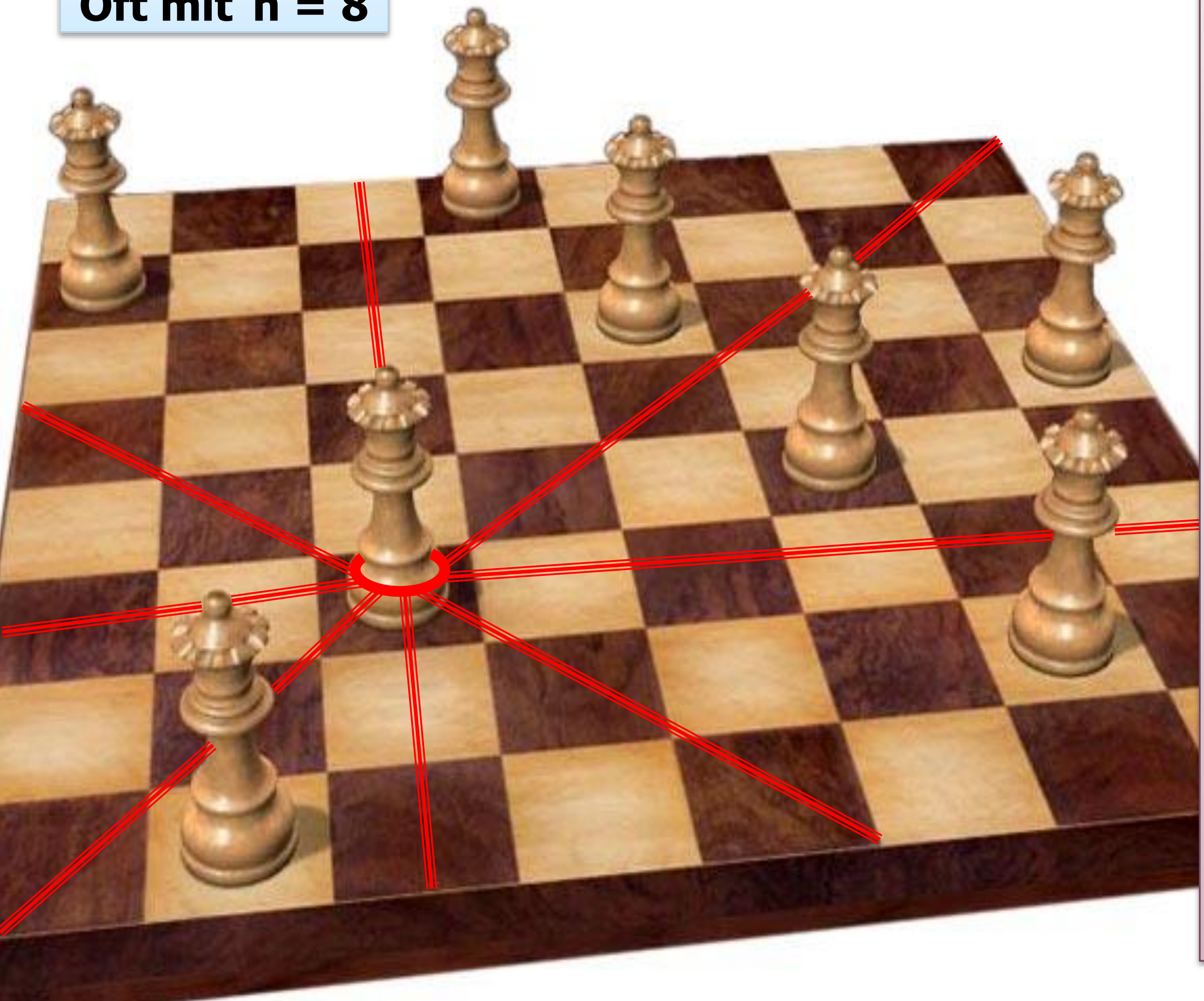
Gelegentlich wird ein Unterbaum auch dann gekappt, wenn man zwar nicht sicher ist, aber vermutet, dass sich in ihm keine (gute) Lösung befindet. Hierfür verwendet man problembezogene Heuristiken.

- Der Baum wird „depth first" durchlaufen: Zunächst wird ganz links abgestiegen...
- Illegale partielle Situationen werden nicht weiter ausgebaut (→ Sackgasse)
    - Im Gegensatz zum exhaustiven Ansatz, der alle Situationen betrachtet
    - Um den exponentiellen Aufwand möglichst stark abzuschwächen, sollten frühzeitig so viele Alternativen wie möglich ausgeschlossen werden

Das n-Damen-Problem

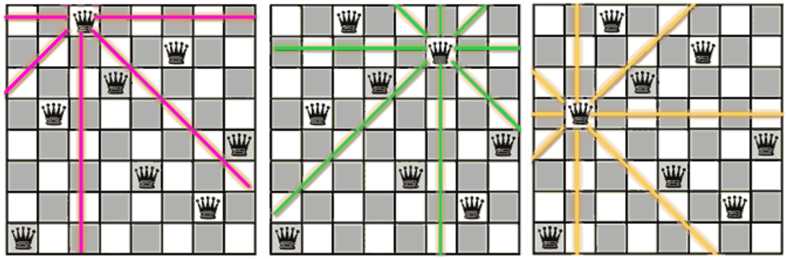
Wurde bereits kurz in Informatik I behandelt

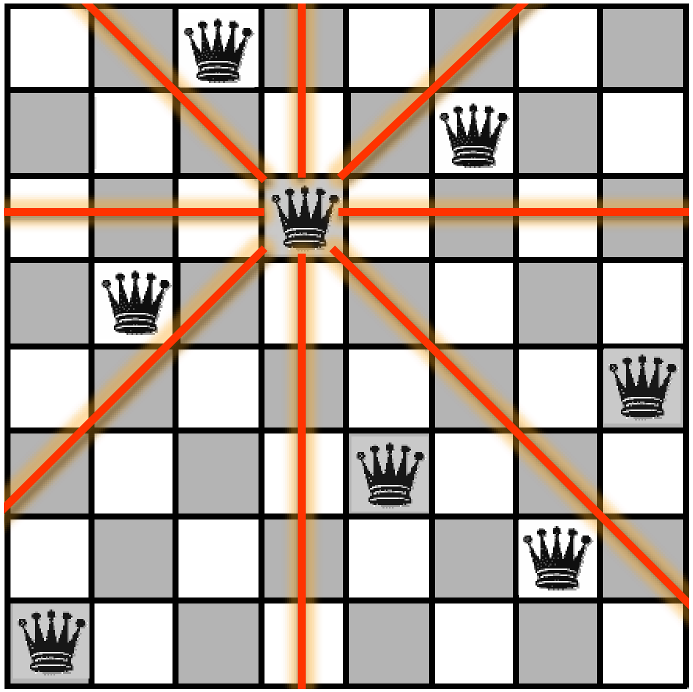
Oft mit n = 8



Das 8-Damen-Problem wurde von Max Bezzel 1848 in der Berliner „Schachzeitung“ veröffentlicht („*Wie viele Steine mit der Wirksamkeit der Dame können auf das im Uebrigen leere Brett in der Art aufgestellt werden, dass keiner den andern angreift und deckt, und wie müssen sie aufgestellt werden?*“), blieb zunächst aber unbeachtet. Erst als die Aufgabe 1850 vom Schachexperten Dr. Franz Nauck in der Leipziger „Illustrirten Zeitung“ erneut zur Diskussion gestellt wurde („*Man kann 8 Schachfiguren, von denen jede den Rang einer Königin hat, auf dem Brett so aufstellen, dass keine von einer anderen geschlagen werden kann*“), fand sie breites Echo. Nauck selbst publizierte in der gleichen Zeitschrift einen Monat später 60, und drei Monate danach 92 Lösungen, allerdings ohne Argument, wieso es nicht noch mehr geben könnte. Erst 1874 konnte gezeigt werden, dass 92 maximal ist.

Das n-Damen-Problem





Hier kann man es interaktiv selbst ausprobieren:
www.murderousmaths.co.uk/GAMES/queens/queens.htm

- Keine der n „Damen“ auf dem n×n Schachbrett darf andere bedrohen
  - D.h. keine zwei Damen stehen in derselben Zeile, Spalte, Diagonale

Bild: UC Berkeley, CS188, Introd. to AI

- Wie viele (echt) verschiedene gültige Aufstellungen gibt es (z.B. für n=8)?
  - Beachte Dreh- / Spiegelsymmetrien

Die Dame ist die stärkste Figur im Schachspiel. Im Englischen wird sie als „Queen“ bezeichnet; im Deutschen, Französischen, Niederländischen und einigen anderen Sprachen ist für die Gattin des Schachkönigs (analog zu den Spielkarten) die Bezeichnung „Dame“ (ital.: „donna“) üblich. Ursprünglich symbolisierte die Figur neben dem König dessen Berater oder Minister bzw. Wesir, im Arabischen heisst sie heute noch so („wazīr“, وزير).

Alle Lösungen für n=5 und n=6

```
n = 5: 10 Lösungen
   +-----------+ +-----------+ +-----------+ +-----------+ +-----------+
   | . . . D . | | . . D . . | | . . . . D | | . . . D . | | . . . . D |
   | . D . . . | | . . . . D | | . . D . . | | D . . . . | | . D . . . |
   | . . . . D | | . D . . . | | D . . . . | | . . D . . | | . . . D . |
   | . . D . . | | . . . D . | | . . . D . | | . . . . D | | D . . . . |
   | D . . . . | | D . . . . | | . D . . . | | . D . . . | | . . D . . |
   +-----------+ +-----------+ +-----------+ +-----------+ +-----------+
   +-----------+ +-----------+ +-----------+ +-----------+ +-----------+
   | D . . . . | | . D . . . | | D . . . . | | . . D . . | | . D . . . |
   | . . . D . | | . . . . D | | . . D . . | | D . . . . | | . . . D . |
   | . D . . . | | . . D . . | | . . . . D | | . . . D . | | D . . . . |
   | . . . . D | | D . . . . | | . D . . . | | . D . . . | | . . D . . |
   | . . D . . | | . . . D . | | . . . D . | | . . . . D | | . . . . D |
   +-----------+ +-----------+ +-----------+ +-----------+ +-----------+

n = 6: nur 4 Lösungen
   +-------------+ +-------------+ +-------------+ +-------------+
   | . . . . D . | | . . . D . . | | . . D . . . | | . D . . . . |
   | . . D . . . | | D . . . . . | | . . . . . D | | . . . D . . |
   | D . . . . . | | . . . . D . | | . D . . . . | | . . . . . D |
   | . . . . . D | | . D . . . . | | . . . . D . | | D . . . . . |
   | . . . D . . | | . . . . . D | | D . . . . . | | . . D . . . |
   | . D . . . . | | . . D . . . | | . . . D . . | | . . . . D . |
   +-------------+ +-------------+ +-------------+ +-------------+
```

Das 8-Damen-Problem

Beschreibung des Problems im „Mathematischen Wörterbuch“, Band VI (Berlin, 1867), herausgegeben von Ludwig Hoffmann und Leopold Natani, S. 348-350 (unter dem Stichwort „Rösselsprung“):

«Es handelt sich darum, auf ein Schachbrett 8 Königinnen aufzustellen, derart, dass keine irgend eine der andern, nach dem Gang, welchem die Königin auf dem Schachbrette folgt, zu schlagen im Stande ist. Es lässt sich dieser Aufgabe ein rein mathematischer Ausdruck geben.

„Es sind acht Felder gegeben, deren Reihenfolge durch eine darüber geschriebene Zahl angezeigt ist, welche wir Ordnungszahl nennen. Es soll in jedes der acht Felder eine andere der ersten acht natürlichen Zahlen derart geschrieben werden, dass die Differenz zweier darunter nicht gleich der Differenz ihrer Ordnungszahlen ist. Steht also im dritten Felde eine 4, so darf z. B. im fünften weder eine 6 noch eine 2 stehen, weil $4-2 = 6-4 = 5-3$ ist.“

Bedeuten dann die Ordnungszahlen die Felder einer Columne des Schachbrettes, und die Zahlen der Felder selbst die Stelle, welche die betreffende Königin in ihrer Horizontalreihe einnimmt, so gibt die nach diesem Gesetze gebildete Zahlenreihe die Stellung der 8 Königinnen.

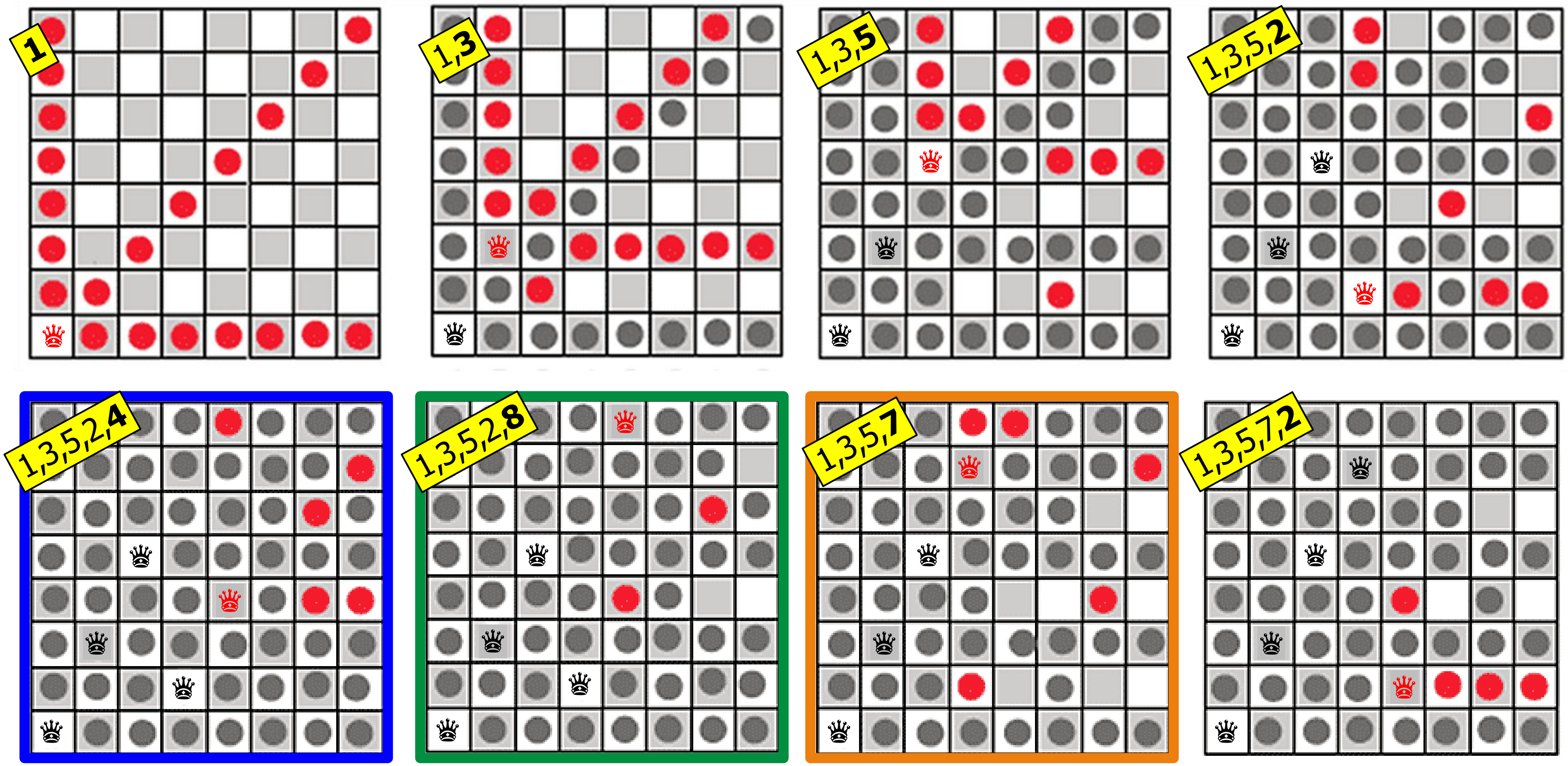
Ist eine Auflösung dieser Aufgabe gefunden, so ergeben sich aus ihr im Allgemeinen sieben andere, da man das Schachbrett viermal um einen rechten Winkel drehen und statt jeder dieser vier Stellungen die symmetrische (das Spiegelbild) nehmen kann. [...]

Um die Auflösungen der Aufgabe zu ermitteln, gibt es wohl keine andere Verfahrungsweise als Ausschliessung der Anordnungen, welche der Aufgabe nicht entsprechen, wobei sich allerdings mancherlei Erleichterungen ergeben.

Als selbstständige Lösungen bezeichnen wir alle, die nicht unter die acht gehören, welche aus einander entstehen. Es gibt im Ganzen zwölf selbstständige Lösungen, worunter eine symmetrische, aus denen sich also im Ganzen 92 ergeben.»

Eine Rückbausituation beim 8-Damen-Problem

In jede Spalte (beginnend links) eine Dame setzen (jew. von unten nach oben durchprobieren)



Setzt man sukzessive bzgl. der Spalten eine Dame in die unterste, noch nicht bedrohte Zeile, so sind schon **nach 5 Schritten alle Felder bedroht**, eine sechste Dame kann nicht mehr gesetzt werden. Nun beginnt der Rückbau, die zuletzt gesetzte Dame der **5. Spalte wird entfernt und neu platziert**; allerdings wird dadurch die 6. Spalte noch nicht frei. Daher wird jetzt die Dame der **4. Spalte neu platziert**...

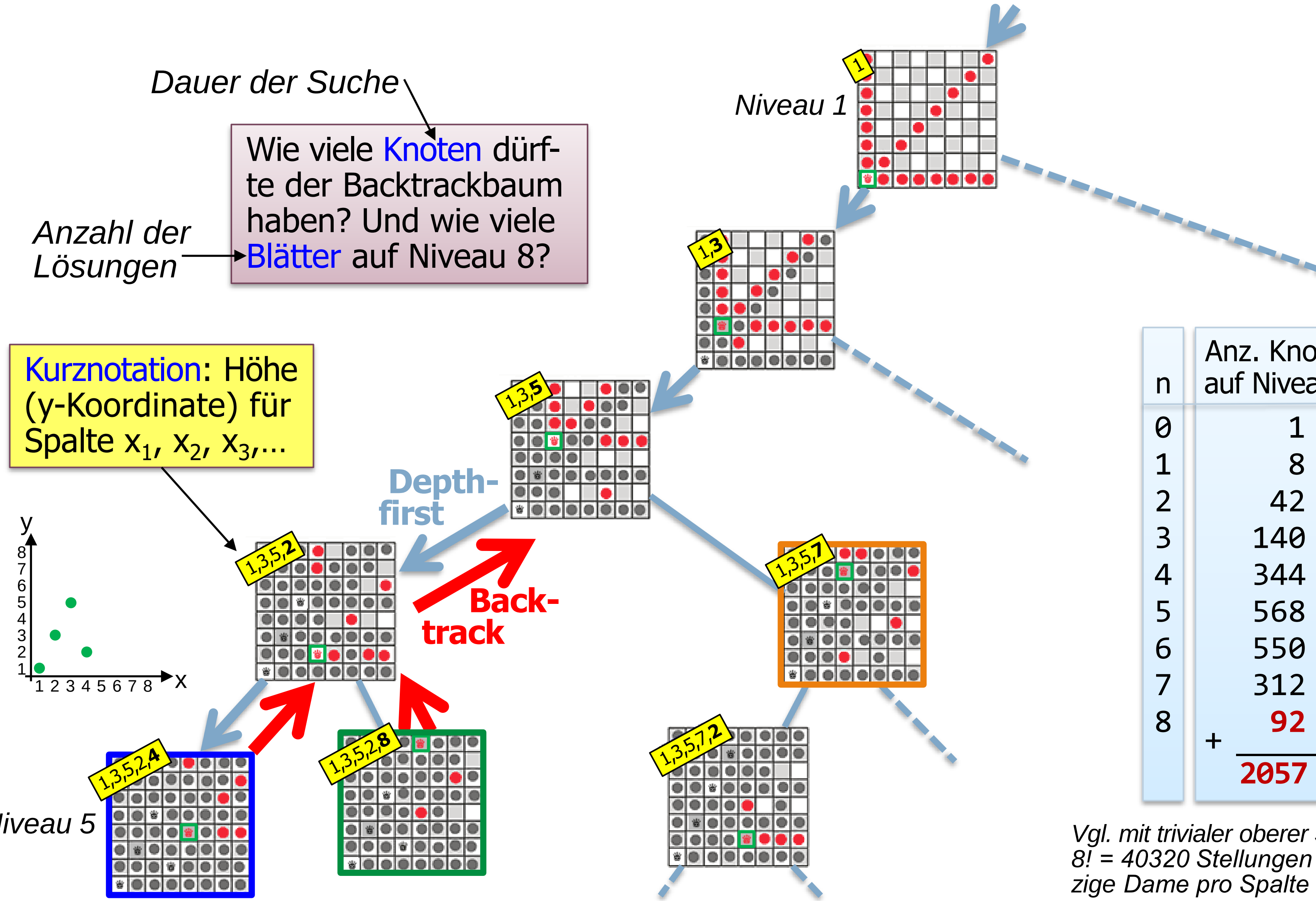
Eine Rückbausituation beim 8-Damen-Problem

Dauer der Suche

Wie viele Knoten dürfte der Backtrackbaum haben? Und wie viele Blätter auf Niveau 8?

Anzahl der Lösungen

Kurznotation: Höhe (y-Koordinate) für Spalte x_1, x_2, x_3,…



n	Anz. Knoten auf Niveau n
0	1
1	8
2	42
3	140
4	344
5	568
6	550
7	312
8	+ 92
	2057

Vgl. mit trivialer oberer Schranke 8! = 40320 Stellungen „eine einzige Dame pro Spalte und Zeile“

Bau und Rückbau bis zur ersten Lösung

Gesetzt (1,1)	*
Gesetzt (2,3)	**
Gesetzt (3,5)	***
Gesetzt (4,2)	****
Gesetzt (5,4)	*****
Entfernt (5,4)	****
Gesetzt (5,8)	*****
Entfernt (5,8)	****
Entfernt (4,2)	***
Gesetzt (4,7)	****
Gesetzt (5,2)	*****
Gesetzt (6,4)	******
Gesetzt (**7,6**)	*******
Entfernt (**7,6**)	******
Entfernt (6,4)	*****
Entfernt (5,2)	****
Gesetzt (5,4)	*****
Entfernt (5,4)	****
Entfernt (4,7)	***
Gesetzt (4,8)	****
Gesetzt (5,2)	*****
Gesetzt (6,4)	******
Gesetzt (**7,6**)	*******
Entfernt (**7,6**)	******
Entfernt (6,4)	*****
Entfernt (5,2)	****
Gesetzt (5,4)	*****
Entfernt (5,4)	↑
Entfernt (4,8)	
Entfernt (3,5)	
Gesetzt (3,6)	
Gesetzt (4,2)	
Gesetzt (5,7)	
Gesetzt (6,5)	
Entfernt (6,5)	
Entfernt (5,7)	
Entfernt (4,2)	
Gesetzt (4,8)	
Gesetzt (5,2)	

Histogramm, rauscht durch das Konsolfenster und zeigt die Anzahl der momentan gesetzten Damen (also die „Suchtiefe“) an.

Gesetzt (6,4)
Entfernt (6,4)
Gesetzt (6,5)
Entfernt (6,5)
Entfernt (5,2)
Entfernt (4,8)
Entfernt (3,6)
Gesetzt (3,7)
Gesetzt (4,2)
Gesetzt (5,4)
Gesetzt (6,8)
Entfernt (6,8)
Entfernt (5,4)
Gesetzt (5,8)
Gesetzt (6,5)
Entfernt (6,5)
Entfernt (5,8)
Entfernt (4,2)
Entfernt (3,7)
Gesetzt (3,8)
Gesetzt (4,2)
Gesetzt (5,4)
Entfernt (5,4)
Gesetzt (5,7)
Entfernt (5,7)
Entfernt (4,2)
Gesetzt (4,6)
Gesetzt (5,2)
Entfernt (5,2)
Gesetzt (5,4)
Gesetzt (6,2)
Gesetzt (**7,5**)
Entfernt (**7,5**)
Entfernt (6,2)
Entfernt (5,4)
Entfernt (4,6)
Entfernt (3,8)
Entfernt (2,3)
Gesetzt (2,4)

Gesetzt (3,2)
Gesetzt (4,5)
Gesetzt (5,3)
Entfernt (5,3)
Gesetzt (5,8)
Entfernt (5,8)
Entfernt (4,5)
Gesetzt (4,7)
Gesetzt (5,3)
Entfernt (5,3)
Entfernt (4,7)
Gesetzt (4,8)
Gesetzt (5,3)
Gesetzt (6,7)
Entfernt (6,7)
Entfernt (5,3)
Gesetzt (5,6)
Gesetzt (6,3)
Entfernt (6,3)
Entfernt (5,6)
Entfernt (4,8)
Entfernt (3,2)
Gesetzt (3,6)
Gesetzt (4,3)
Entfernt (4,3)
Gesetzt (4,8)
Gesetzt (5,2)
Gesetzt (6,5)
Gesetzt (**7,3**)
Entfernt (**7,3**)
Entfernt (6,5)
Gesetzt (6,7)
Gesetzt (**7,3**)
Entfernt (**7,3**)
Entfernt (6,7)
Entfernt (5,2)
Gesetzt (5,3)
Gesetzt (6,5)
Entfernt (6,5)

Gesetzt (6,7)
Entfernt (6,7)
Entfernt (5,3)
Entfernt (4,8)
Entfernt (3,6)
Gesetzt (3,7)
Gesetzt (4,3)
Gesetzt (5,6)
Gesetzt (6,2)
Gesetzt (**7,5**)
Entfernt (**7,5**)
Entfernt (6,2)
Entfernt (5,6)
Gesetzt (5,8)
Gesetzt (6,2)
Gesetzt (**7,5**)
Entfernt (**7,5**)
Entfernt (6,2)
Entfernt (5,8)
Entfernt (4,3)
Gesetzt (4,5)
Gesetzt (5,2)
Entfernt (5,2)
Gesetzt (5,3)
Entfernt (5,3)
Gesetzt (5,8)
Gesetzt (6,2)
Entfernt (6,2)
Entfernt (5,8)
Entfernt (4,5)
Entfernt (3,7)
Gesetzt (3,8)
Gesetzt (4,3)
Entfernt (4,3)
Gesetzt (4,5)
Gesetzt (5,2)
Entfernt (5,2)
Gesetzt (5,3)
Entfernt (5,3)

Entfernt (4,5)
Entfernt (3,8)
Entfernt (2,4)
Gesetzt (2,5)
Gesetzt (3,2)
Gesetzt (4,6)
Gesetzt (5,3)
Gesetzt (6,7)
Gesetzt (**7,4**)
Entfernt (**7,4**)
Entfernt (6,7)
Entfernt (5,3)
Entfernt (4,6)
Gesetzt (4,8)
Gesetzt (5,3)
Gesetzt (6,7)
Gesetzt (**7,4**)
Entfernt (**7,4**)
Entfernt (6,7)
Entfernt (5,3)
Gesetzt (5,6)
Gesetzt (6,3)
Entfernt (6,3)
Gesetzt (6,4)
Entfernt (6,4)
Entfernt (5,6)
Entfernt (4,8)
Entfernt (3,2)
Gesetzt (3,7)
Gesetzt (4,2)
Gesetzt (5,4)
Gesetzt (6,8)
Entfernt (6,8)
Entfernt (5,4)
Gesetzt (5,6)
Gesetzt (6,3)
Entfernt (6,3)
Gesetzt (6,8)
Entfernt (6,8)

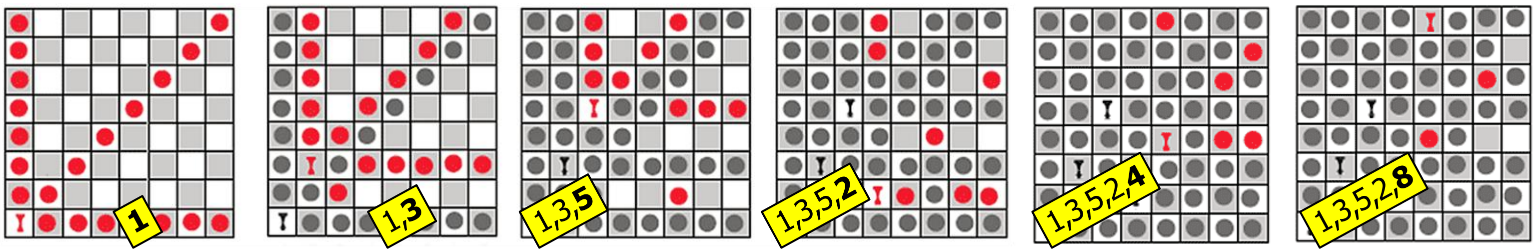
Entfernt (5,6)
Entfernt (4,2)
Entfernt (3,7)
Gesetzt (3,8)
Gesetzt (4,2)
Gesetzt (5,4)
Gesetzt (6,7)
Gesetzt (**7,3**)
Entfernt (**7,3**)
Entfernt (6,7)
Entfernt (5,4)
Gesetzt (5,7)
Gesetzt (6,3)
Gesetzt (**7,6**)
Entfernt (**7,6**)
Entfernt (6,3)
Entfernt (5,7)
Entfernt (4,2)
Gesetzt (4,6)
Gesetzt (5,3)
Gesetzt (6,7)
Gesetzt (**7,2**)
Gesetzt (8,4)
Lösung gefunden: 15863724

Bis die *erste* Lösung auf diese Weise gefunden wird, dauert es eine Weile – dafür wurde das einige Slides weiter hinten angegebene Programm benutzt. Der dabei aufgebaute Backtrackingbaum hat 114 Knoten; bei der Suche nach *allen* 92 Lösungen besteht er aus 2057 Knoten.

Gauß und sein schicklich präparirtes Quadratnetz

Schon Carl Friedrich Gauß nutzte 1850 eine wie oben skizzierte Darstellung bei seinen Ansätzen, das 8-Damen-Problem zu lösen. Er hatte bereits 72 Lösungen gefunden, aber keine Geduld, dies zu Ende zu führen, als er im September 1850 an seinen „theuersten Freund“, den Astronomen und Geodäten Heinrich Christian Schumacher (1780 – 1850), schrieb:

„[...] Auf einem schicklich präparirten Quadratnetz gehen die Tatonnements schneller. Sobald ein Platz besetzt wird, etwa mit einem ⊕, fallen schon von allen übrigen 63 Plätzen viele aus, die durch ein Zeichen ◯ als cassirt betrachtet werden. Besetzt man von den übrigen einen zweiten, so fallen wieder eine grosse Menge aus, und man gelangt bald dahin, entweder alle Plätze theils mit ⊕, theils mit ◯ besetzt zu finden, oder zu einer wahren Auflösung zu gelangen.“



Er räsoniert im Sinne der oben betrachteten Backtracking-Situation: „Das Tatonniren ist nun sehr leicht. Z.B. ich versuche den Anfang 1,3,...... zu completiren. Vermöge jener zwei Bedingungen wird in der dritten Reihe nicht 2 und nicht 4 stehen dürfen, also nur 5,6,7 oder 8. Es müssen also die Anfänge 1,3,5,..... 1,3,6,..... 1,3,7,..... 1,3,8..... durchprobirt werden. Ich fange an mit 1,3,5. Vermöge jener Bedingungen darf am 4ten Platz nicht 4 und nicht 6 stehen. Es bleiben also bloss übrig 2,7,8 [...] Es bleiben also bloss die Anfänge: 1, 3, 5, 2, 4 und 1, 3, 5, 2, 8. Die Berücksichtigung obiger Bedingungen ergibt, dass bei dem Anfange 1, 3, 5, 2, 4 [...] Es fällt also dieser Anfang weg. Eben so darf auch für Anfang 1, 3, 5, 2, 8 [...] Es fällt also auch dieser Anfang weg. Der Anfang 1, 3, 5, 2 ist also überhaupt unzulässig.“ Und

Gauß und sein schicklich präparirtes... (2)

weiter: „Es liesse sich leicht über diese Gegenstände noch 1 oder ein Paar Bogen vollschreiben, aber man muss aufzuhören wissen. Am elegantesten ist es, die Sachen so einzukleiden, dass sie den complexen Zahlen angehören. Es heisst dann, man soll 8 verschiedene complexe Zahlen finden a + bi, so dass [...]".

Es ist verständlich, dass Gauß im Schachbrett seine „gaußsche Zahlenebene" sah und die Koordinaten der Stellungen als komplexe Zahl auffasste; bei der Lösung des kombinatorischen Problems scheint diese Darstellung allerdings keine besonderen Vorteile zu bringen, man muss letztlich wohl die „tâtonnements" algorithmisch systematisieren – was Wilhelm Ahrens (1872 – 1927) in seinem Buch „Mathematische Unterhaltungen und Spiele" von 1901 als „Gestaltung des planmässigen Tatonnierens bezeichnete".

Der Mathematikhistoriker Siegmund Günther (1848 – 1923) meinte 1874 dazu: „Es ist eine ganz combinatorische Operation, bei der successive alles Untaugliche ausgeschieden wird, etwa in der Art des Siebes von Eratosthenes." Interessant ist auch seine Anmerkung zur Mechanisierung der Backtracking-Methode: „Es wäre nur noch nötig, sie dahin zu vervollkommnen, dass bei ihrer Anwendung gar keine besondere Genauigkeit mehr nötig, vielmehr das ganze Tatonnement völlig mechanisch wäre." Die reine Anwendung wäre jedenfalls kinderleicht, meint Ahrens: „So einfach, dass nach ihm der Franzose Laquière, wie beiläufig bemerkt sein mag, die 92 Lösungen für das gewöhnliche Schachbrett durch ein Kind in einem Nachmittag bestimmen lassen konnte, wobei nur 3 Fehler vorkamen."

Dass es keine einfache Beschreibung und keine geschlossene Formel für die Zahl der Lösungen gibt, sondern dass man „probieren" muss, wurde den Experten im Laufe der Zeit jedenfalls immer deutlicher – das wird auch in folgendem Text von Emil Pauls als Vermutung geäussert.

Das Maximalproblem der Damen auf dem Schachbrete.

(Studie aus dem Gebiete des mathematischen Schachs.)

Von E. Pauls.

Deutsche Schachzeitung, 29. Jg, (1874), Nr. 5, S. 129–134 und Nr. 9, S. 257–267

I.

Zu den Problemen, welche seit Jahrzehnten in der Schachwelt bekannt sind, ohne eine endgültige Lösung gefunden zu haben, gehört das Maximalproblem der Damen. Meist wird diese Aufgabe so aufgefasst, dass gefordert wird, 8 Damen auf dem gewöhnlichen Brete von 64 Feldern so aufzustellen, dass keine Dame die andere schlagen kann. In diesem beschränkten Sinne mag v. Jänisch in seinem vor 12 Jahren erschienenen „Traité" die Aufgabe gelöst haben. Der russische Meister entwickelte die 92 möglichen Stellungen, muss indess nicht ganz mit seinen Beweisen befriedigt haben. Denn die Recension S. 88 — 1862 — dieser Zeitung erklärt, die Aufgabe scheine nicht ganz ohne Probiren löslich zu sein, und auch die ausführlichere Darlegung (1863 — S. 364) scheint indirect diese Angabe zu bestätigen.

„(Thesis II.) Die mathematische Analysis besitzt bis jetzt keine allgemeine Methode um ähnliche Fragen, wie die vorliegende, zu lösen."

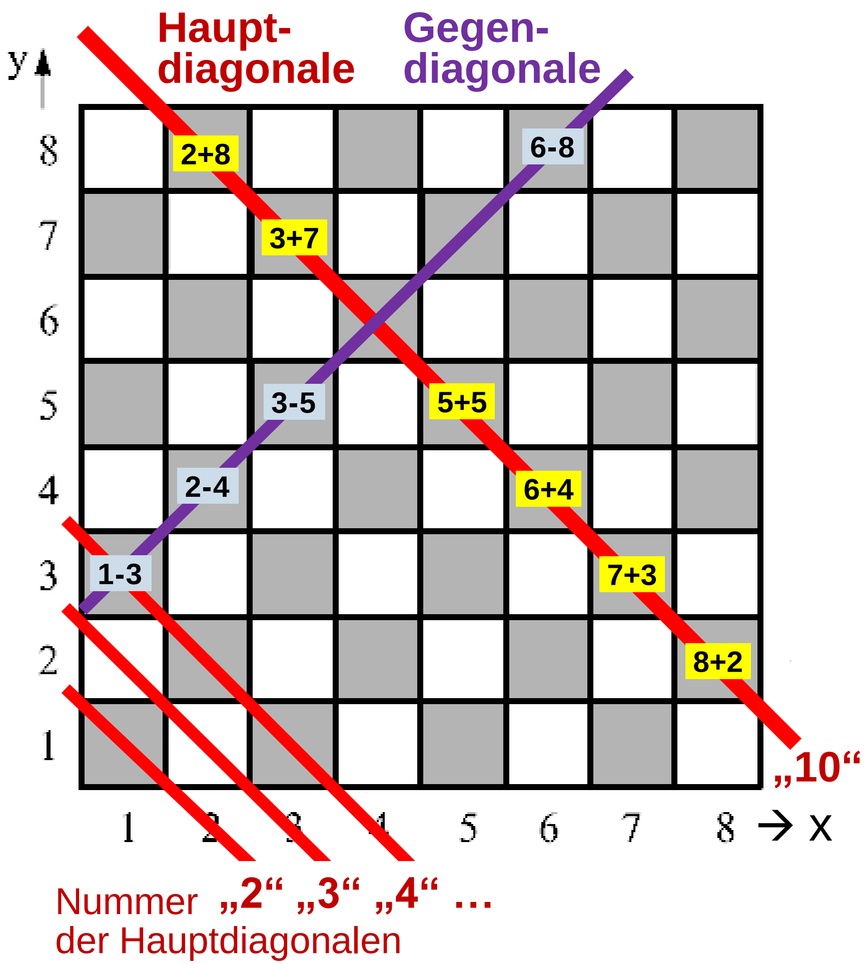
Emil Pauls erwähnt den 1862/63 publizierten „Traité des applications de l'analyse mathématique au jeu des échecs, précédé d'une introduction à l'usage des lecteurs soit étrangers aux échecs, soit peu versés dans l'analyse" des russischen Schachmeisters und -theoretikers Carl Ferdinand v. Jänisch (1813 – 1872). Seine Problemformulierung im nachfolgenden Textauszug ist für die Nummerierung der Diagonalen auf der nächsten Slide interessant:

si l'on exige que huit *dames*, dont chacune supposée *prenable*, occupent l'échiquier de manière qu'aucune ne se trouve en prise. Cette question, considérée au point de vue *mathématique*, est tout-à-fait du même genre que le *problème du cavalier* (voyez les n°s 80 et 91 du Livre II), quoique plus simple, ce qui la rend très-digne de l'attention des géomètres. Il s'agit uniquement de répartir les huit premiers nombres naturels (*sans répétition*) aux places laissées vides dans les parenthèses

(1,   ), (2,   ), (3,   ), (4,   ), (5,   ), (6,   ), (7,   ), (8,   ),

mais de telle façon que le nouveau chiffre *ajouté* à l'ancien fournisse, pour chaque parenthèse, une somme *différente*, et, qu'en même temps, le nouveau chiffre *déduit* de l'ancien laisse, chaque fois, un reste *différent*.

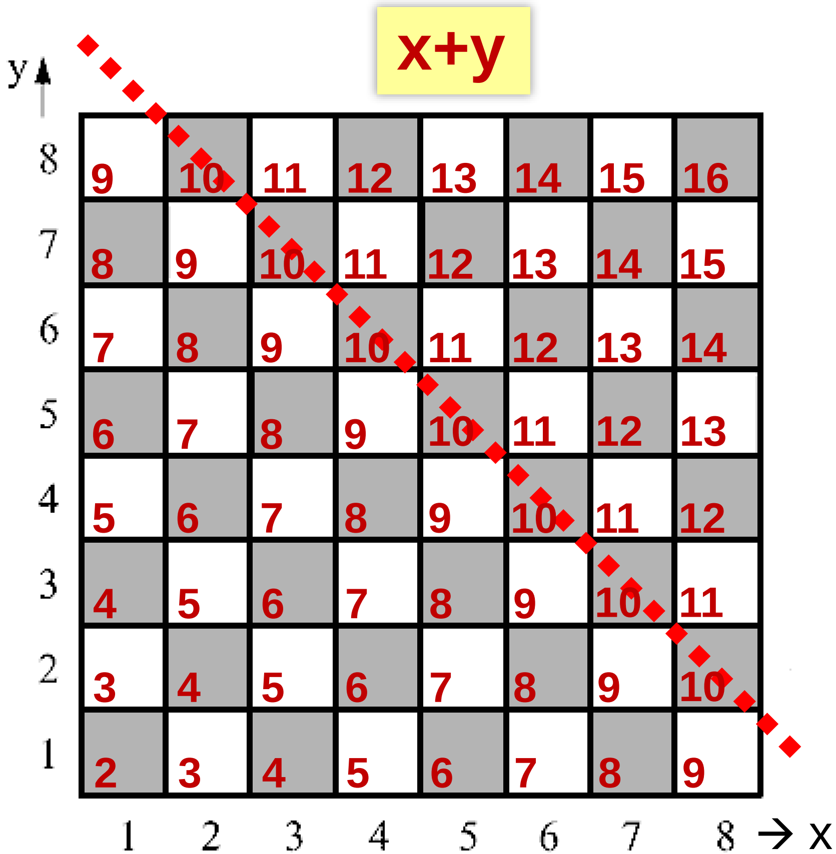
Repräsentation der Spielsituation in Java

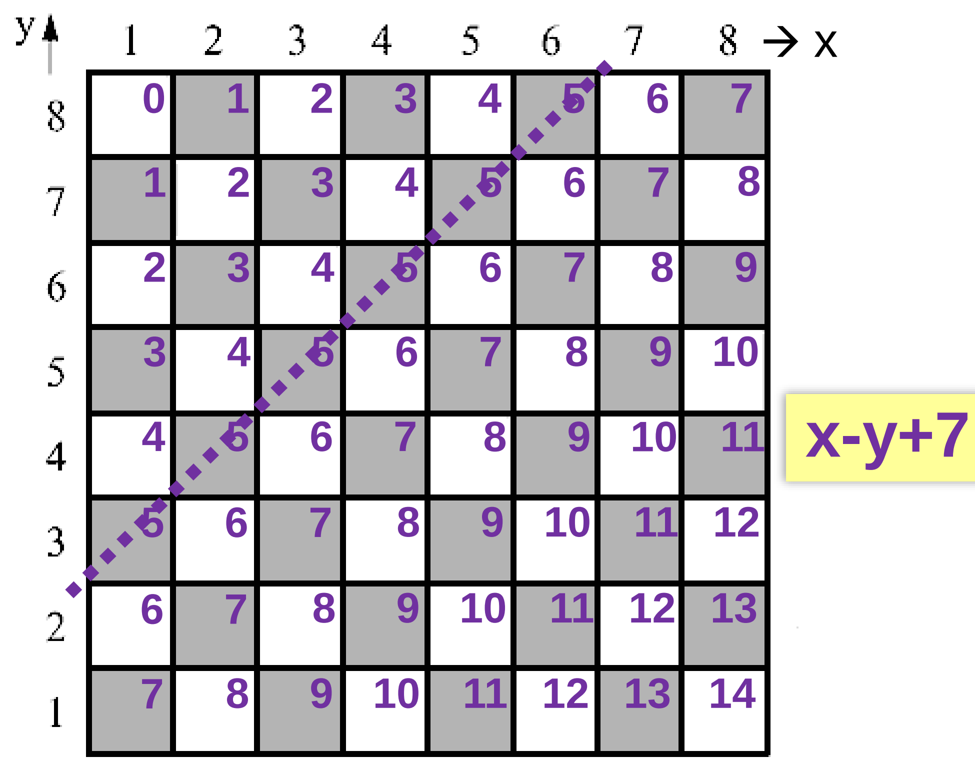


In einem Programm, das das Problem löst, spielen die Diagonalen eine wichtige Rolle:

1) Es gibt 15 Hauptdiagonalen und 15 Gegendiagonalen.
2) Betrachten wir eine konkrete Hauptdiagonale. Wie lauten die Koordinaten der Punkte dieser Diagonalen?
3) Läuft man auf dieser Diagonalen von links nach rechts, dann *erhöht* sich bei jedem Schritt der x-Wert der Punkte um 1, und der y-Wert *vermindert* sich um 1.
4) Das heisst aber, dass die *Summe* der Koordinaten **x+y** bei allen Punkten einer bestimmten Diagonalen immer gleich ist; diesen Wert können wir quasi als *Identifikator der Diagonalen* verwenden.
5) Ähnlich bei den Gegendiagonalen: Wenn man auf diesen von links nach rechts läuft, dann erhöht sich bei jedem Punkt sowohl der x-Wert als auch der y-Wert.
6) Das heisst, dass dann die *Differenz* **x-y** für jeden Punkt einer konkreten Gegendiagonalen identisch ist und die Gegendiagonale (eindeutig) identifiziert.
7) Die 15 Hauptdiagonalen tragen daher *Identifikationsnummern* zwischen 1+1 und 8+8, also **2,…,16**; die 15 Gegendiagonalen zwischen -7 und +7.
8) Wir wollen *keine negativen Identifikationsnummern*, daher bezeichnen wir im Folgenden die Gegendiagonalen nicht mit x-y, sondern mit x-y+7, also mit Nummern **0,…, 14**.

Repräsentation der Spielsituation in Java (2)



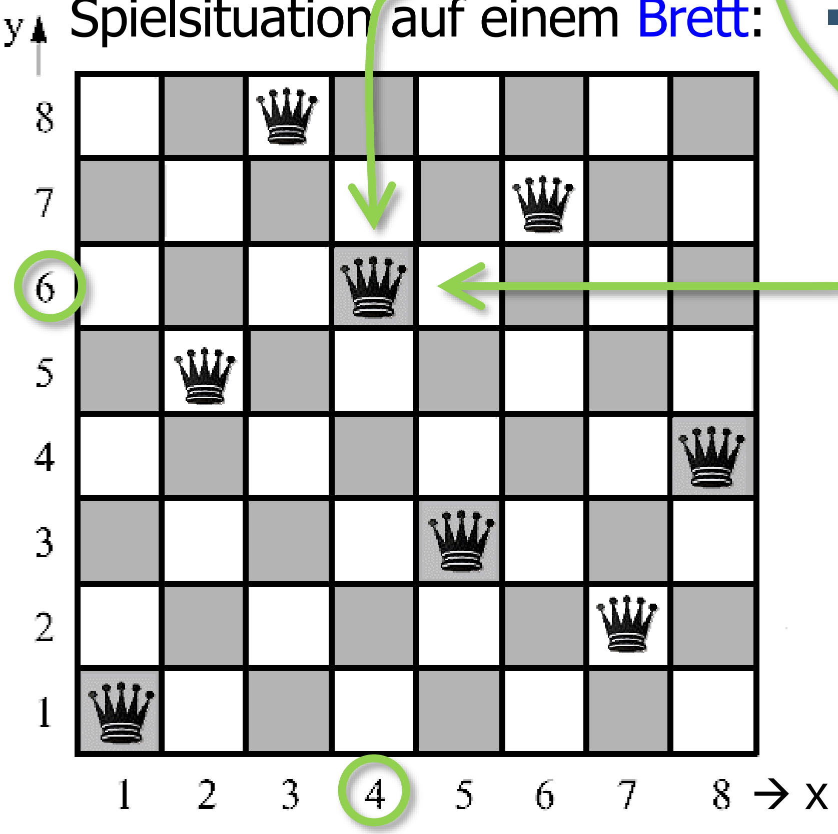


7) Die 15 Hauptdiagonalen tragen daher *Identifikations-nummern* zwischen 1+1 und 8+8, also **2,...,16**; die 15 Gegendiagonalen zwischen -7 und +7.

8) Wir wollen *keine negativen Identifikationsnummern*, daher bezeichnen wir im Folgenden die Gegendia-gonalen nicht mit x-y, sondern mit x-y+7, also mit Nummern **0,..., 14**.

Repräsentation der Spielsituation in Java (3)

Spielsituation auf einem Brett:



- Darstellung der Spielsituation durch ein (globales) int-Array dame[0..n]:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	← Spalte x
dame[x]	1	5	8	6	3	7	2	4	← y-Koordinate

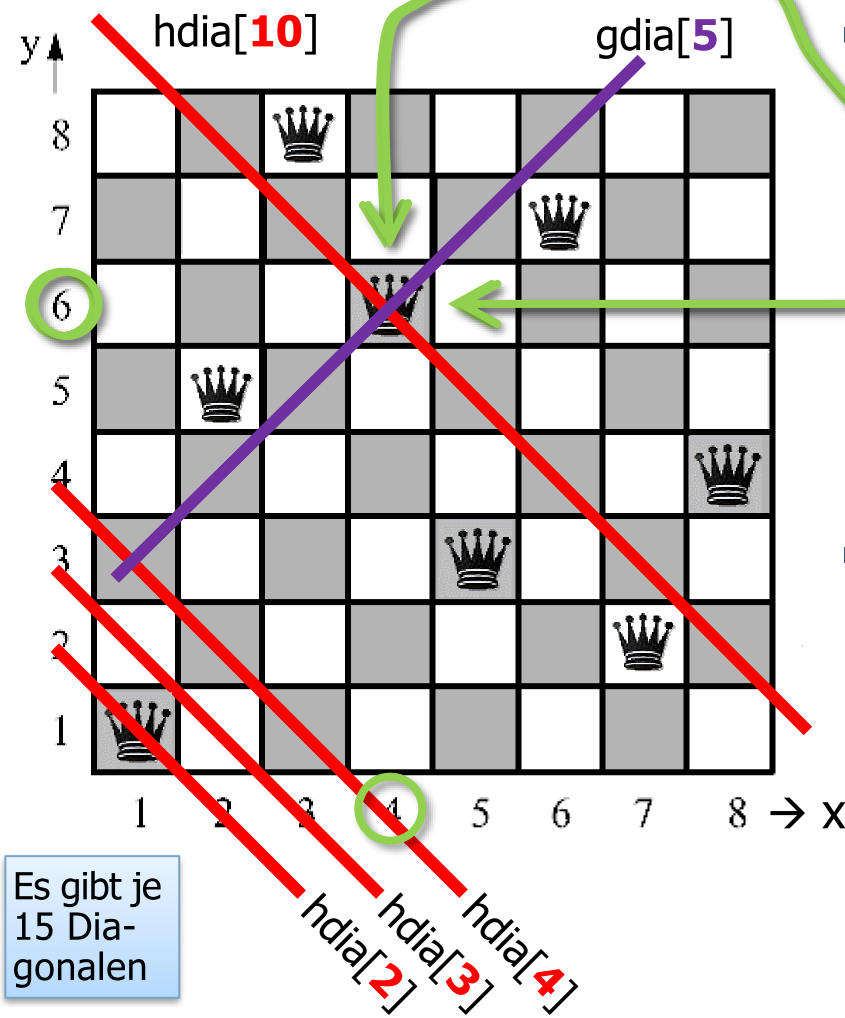
Man braucht also gar kein (aufwendigeres) 2-dimensionales Array für den Spielzustand!

→ Beides sind nur verschiedene Repräsentationen der gleichen abstrakten Situation!

Man wähle die für den jeweiligen Zweck adäquate!

- Die beiden Darstellungen bedeuten das gleiche und sind im Prinzip gleichwertig (aber je nach Zweck unterschiedlich gut geeignet)
  - Man muss sie jeweils richtig deuten bzw. interpretieren
  - Sie lassen sich systematisch ineinander umwandeln

Repräsentation der Spielsituation in Java (4)



Es gibt je 15 Diagonalen

- Darstellung der Spielsituation durch ein (globales) int-Array dame[0..n]:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	← Spalte x
dame[x]	1	5	8	6	3	7	2	4	← y-Koordinate

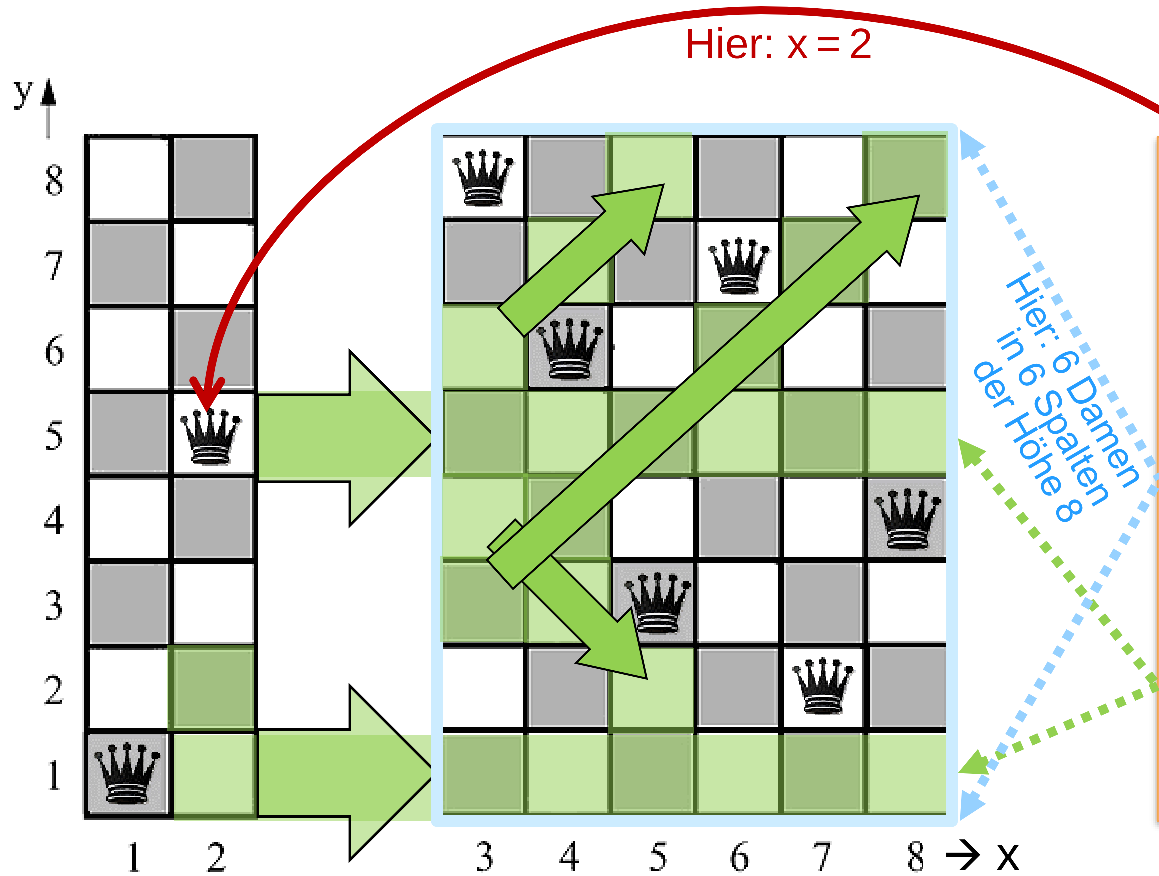
Man braucht also gar kein (aufwendigeres) 2-dimensionales Array für den Spielzustand!

- Zweckmässig sind ferner 3 aus der Spielsituation „abgeleitete Grössen" in Form (globaler) boolean-Arrays:
  - zeile[y] == true: Zeile y ist bedroht
  - hdia[**k**] == true: Die Hauptdiagonale mit x+y=**k** ist bedroht (k=2,...,16)
  - gdia[**k**] == true: Die Gegendiagonale mit x-y+7=**k** ist bedroht (k=0,...,14)

∀ Damen gilt: Ihre jeweiligen (x,y)-Koordinaten, Haupt- und Gegendiagonalnummern müssen eindeutig sein

Und, nein: Wir brauchen kein Array „spalte[]" als symmetrisches Gegenstück zu „zeile[]"!

Eine Lösung mit Backtracking – die Idee



Ansatz:

Setze eine (einzige) Dame in Spalte x an geeignete Position.

Löse dann das Problem rekursiv für das Brett aus den Spalten x+1,..., n.

Dabei alle Bedrohungen der Damen aus Spalten 1,...,x berücksichtigen!

Empfehlung: Man lese hierzu den nett geschriebenen Beitrag von E.W. Dijkstra "Notes on Structured Programming", hier insbesondere das 17. Teilkapitel "*The problem of the eight queens*" auf den Seiten 72-82 in: O.J. Dahl, E.W. Dijkstra, C.A.R. Hoare (Eds.), *Structured Programming*. Academic Press Ltd., London, UK, 1972; online frei zugänglich bei http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1243380; siehe auch E.W. Dijkstra: EWD 316 - A Short Introduction to the Art of Programming (9. The problem of eight queens), Aug. 1971, www.cs.utexas.edu/users/EWD/transcriptions/EWD03xx/EWD316.9.html

Eine Lösung mit Backtracking – das Programm

```
setze(1);
```

```
static void setze(int x) { // Spalte Nummer x
  for (int y=1; y<=8; y++) // von unten nach oben
    if (!(zeile[y] || hdia[x+y] || gdia[x-y+7])) {
      dame[x] = y;
      zeile[y] = true;
      hdia[x+y] = true;
      gdia[x-y+7] = true;
      if (x<8)
        setze(x+1);
      else { // x == 8
        for (int i=1; i<=8; i++)
          System.out.print(dame[i]);
        System.out.println();
      }
      zeile[y] = false;
      hdia[x+y] = false;
      gdia[x-y+7] = false;
    }
}
```

Prüfe, ob Position (x,y) bedroht ist

Hier wird der neue Zustand (inklusive neuer Bedrohungen) global gesetzt

Rekursiver Aufruf! (Nächste Spalte x+1)

Ausgabe einer Lösung bei x=8

Hier wird der alte Zustand (bezüglich der Bedrohungen) wieder restauriert

Wieso wird dame[x] nicht zurückgesetzt?

Kein Problem durch Rücksetzen multipler Feldbedrohungen?

Backtracking durch Verlassen des rekursiven Aufrufs (nach Ende der for-Schleife)

Ansatz: Setze eine (einzige) Dame in Spalte x. Löse dann das Problem rekursiv für das Brett aus den Spalten x+1,…,n. Dabei alle Bedrohungen der Damen aus Spalten 1,…,x berücksichtigen!

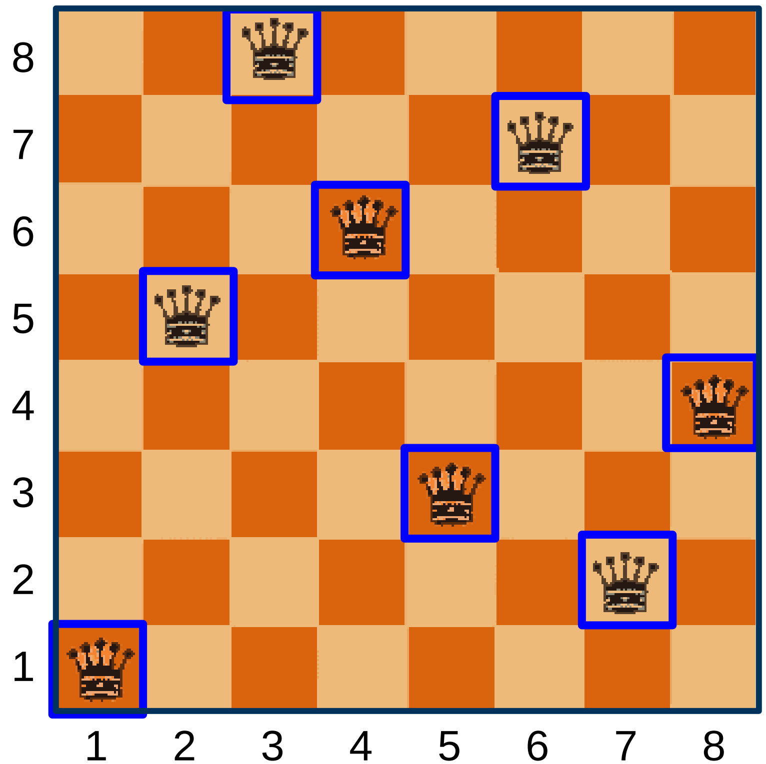
Beachte: y ist eine lokale Variable jeder Methodeninstanz einer Spalte; die Zustandsvariablen zeile, hdia und gdia seien global (in der Klasse) definiert.

Eine Lösung mit Backtracking – das Resultat

Der Aufruf erfolgt mit setze(1); dies erzeugt in Null-kommanix 92 Lösungen (davon 80 „symmetrische"):

1) 15863724
2) 16837425
3) 17468253
4) 17582463
5) 24683175
...
92) 84136275

→ Positionen (1,**1**), (2,**5**), (3,**8**), (4,**6**), (5,**3**), (6,**7**), (7,**2**), (8,**4**)



Ist das eigentlich ei-ne monoton wach-sende Zahlenfolge?

Wie wäre es, wenn wir einfach mit Zahlen zur Basis 8 (und den Ziffern 1...8 statt 0...7) *zählen* würden und jede Zahl prüfen würden, ob sie eine Interpreta-tion einer gültigen Stellung ist?

n	**Q(n)** [Anzahl Lösungen]
1	1
2	0
3	0
4	2
5	10
6	4
7	40
8	**92**
9	352
10	724
11	2680
12	14200
13	73712
14	365596
15	2279184
16	14772512
...	...
27	234907967154122528

A priori ist gar nicht klar, ob Q(n) > 0 ist für alle n > 3

Eine Lösung in Pascal

Wer glaubt, Pascal sei einfach, der hat die Rechnung ohne den Wirth gemacht.
– Ein oft gehörter Spruch an der ehemaligen Abteilung IIIc der ETH Zürich.

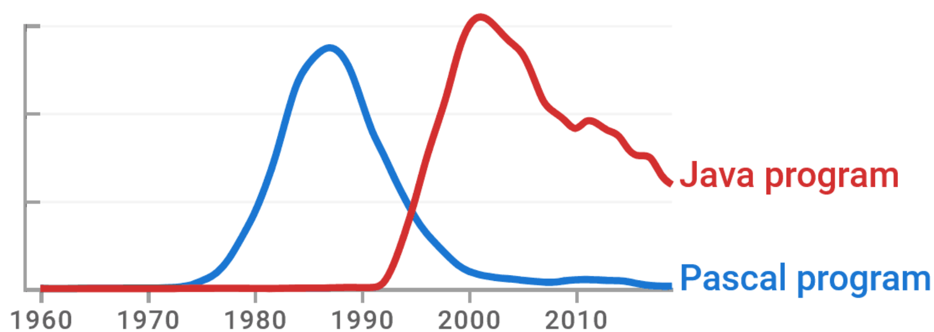

```
PROGRAM EightQueens(output);
  VAR i: INTEGER;
      a: ARRAY [ 1 ..  8] OF BOOLEAN;
      b: ARRAY [ 2 .. 16] OF BOOLEAN;
      c: ARRAY [-7 ..  7] OF BOOLEAN;
      x: ARRAY [ 1 ..  8] OF INTEGER;

  PROCEDURE print;
    VAR k: INTEGER;
  BEGIN FOR k := 1 TO 8 DO write(x[k]: 4);
    writeln
  END {print};

  PROCEDURE try(i: INTEGER);
    VAR j: INTEGER;
  BEGIN
    FOR j := 1 TO 8 DO
      IF a[j] AND b[i+j] AND c[i-j] THEN
      BEGIN
        x[i] := j; a[j] := FALSE;
        b[i+j] := FALSE; c[i-j] := FALSE;
        IF i < 8 THEN try(i+1) ELSE print;
        a[j] := TRUE; b[i+j] := TRUE;
        c[i-j] := TRUE
      END
  END {try};

BEGIN
  FOR i :=  1 TO  8 DO a[i] := TRUE;
  FOR i :=  2 TO 16 DO b[i] := TRUE;
  FOR i := -7 TO  7 DO c[i] := TRUE;
  try(1)
END .
```

Negative Array-Indizes erlauben eine etwas gefälligere Nummerierung der Gegendiagonalen.

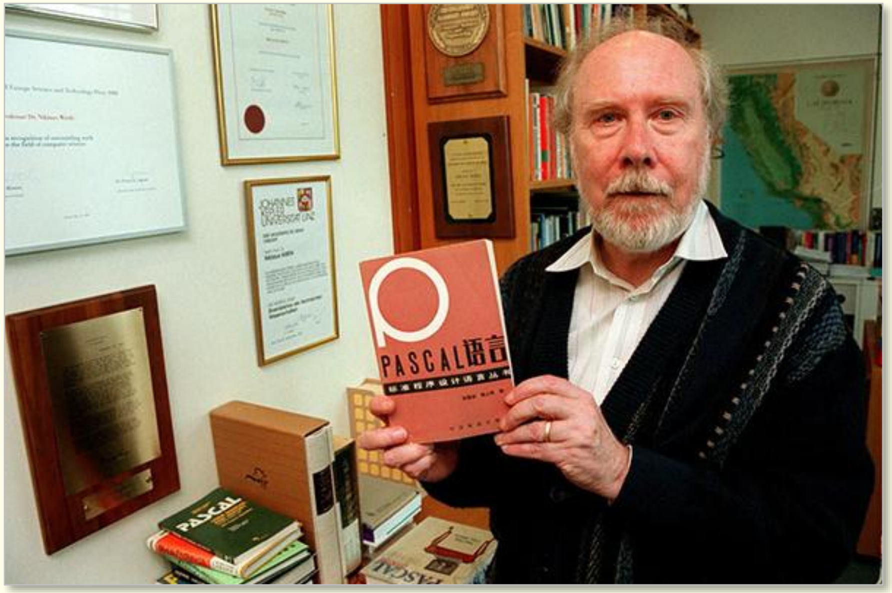
Nebenstehendes Programm in der Programmiersprache „Pascal“ stammt von ETH-Professor Niklaus Wirth (15. Feb. 1934 – 1. Jan. 2024). Es findet sich in seinem Lehrbuch „Algorithmen und Datenstrukturen“, das 1975, also bereits vor ca. 50 Jahren, erschien. Dass das Programm unserer Java-Lösung entspricht, ist kein Zufall, denn Letzteres wurde nach dem Vorbild des Pascal-Programms erstellt! Dieses erzeugt nebenstehende Ausgabe →

```
1   5   8   6   3   7   2   4
1   6   8   3   7   4   2   5
1   7   4   6   8   2   5   3
1   7   5   8   2   4   6   3
2   4   6   8   3   1   7   5
...
```

Pascal lehnt sich an die ältere Programmiersprache „Algol 60“ an. Wirth entwarf Pascal im Jahr 1969, um das strukturierte Programmieren zu lehren. Da die Sprache effizient übersetzt werden konnte und einen Zwischencode erzeugte, dessen virtuelle Maschine leicht auf unterschiedlichen Computern implementiert werden konnte, und da ausserdem der Pascal-Compiler selbst in Pascal geschrieben war („self-hosting“, „bootstrapping“), verbreitete sich die Sprache in den 1970er-Jahre rasch, vor allem an Universitäten.



Pascal-Erfinder
Niklaus Wirth (1934 – 2024)

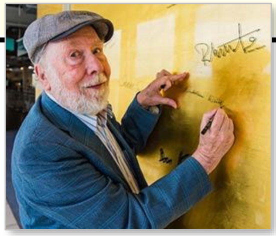


www.derbund.ch/winterthurer-eth-informatiker-er-erfand-pascal-computer-pionier-niklaus-wirth-ist-gestorben-150121200756

Die ETH Zürich veröffentlichte einen informativen und lesenswerten Nachruf auf N. Wirth:
https://ethz.ch/de/news-und-veranstaltungen/eth-news/news/2024/01/der-computerpionier-niklaus-wirth-ist-gestorben.html

https://twitter.com/Bertrand_Meyer/status/1742613897675178347
We lost a titan of programming languages, programming methodology, software engineering and hardware design. Niklaus Wirth passed away on the first of January. We mourn a pioneer, colleague, mentor and friend. -- Bertrand Meyer, 7:28 PM · Jan 3, 2024

ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich



Zürich, 09.01.2024

Die ETH Zürich nimmt Abschied von

Prof. Dr. Niklaus E. Wirth

Er verstarb am 1. Januar 2024 in seinem 90. Lebensjahr.

Nach erfolgreichem Studium der Elektrotechnik an der ETH Zürich und der Université Laval in Kanada promovierte Niklaus Wirth an der University of California in Berkeley. Es folgten Assistenzprofessuren an der Stanford University und der Universität Zürich. Der Bundesrat wählte ihn auf den 1. August 1968 zum ausserordentlichen Professor für Computer-Wissenschaft an die ETH Zürich. Zeitgleich wurde er zum Extraordinarius der Universität Zürich befördert. Im Jahr 1972 folgte die Beförderung zum ordentlichen Professor an der ETH Zürich und im Jahr 1974 zum ordentlichen Professor der Universität Zürich. 1976 trat er an der Universität Zürich zurück. Mehrere Jahre war Niklaus Wirth Vorsteher der Abteilung für Informatik sowie des Instituts für Computerwissenschaften der ETH Zürich und gehörte der Computerkommission an. Er trug massgeblich zur Gründung des Departements Informatik und der Etablierung des Fachgebiets an der ETH Zürich bei. Auf den 1. April 1999 wurde er als Professor für Informatik an der ETH Zürich emeritiert.

Niklaus Wirth legte das Fundament für den Aufstieg der Informatik als eigenständiges Forschungsgebiet und Berufsfeld in der Schweiz und leistete einen entscheidenden Beitrag zur Informatikentwicklung weltweit. Programmiertechnik und Software-Engineering, Programmiersprachen und Compiler sowie Digitaltechnik und Rechnerarchitektur waren seine Hauptarbeitsgebiete. Niklaus Wirth entwickelte neue Programmiersprachen wie Euler, PL360, Algol W, Modula, Modula 2, Oberon und Lola. Seine berühmteste Programmiersprache war «Pascal», deren Hauptvorteil in ihrer Effizienz, Einfachheit und Eleganz liegt. Mit «Lilith» baute er die erste Computer-Workstation mit einem hochauflösenden grafischen Bildschirm und einer Maus. Niklaus Wirth schrieb zahlreiche Standardwerke, die mehrsprachig übersetzt wurden. Nach ihm benannt ist zudem das «Wirthsche Gesetz», demzufolge Software sich schneller verlangsamt als Hardware sich beschleunigt.

Niklaus Wirth erhielt zahlreiche Ehrungen, unter anderem den renommierten Turing Award, den ACM award for contributions to Computer Science Education, den IEEE Emanuel Piore sowie den IEEE Computer Pioneer Award. Universitäten weltweit verliehen ihm die Ehrendoktorwürde.

Niklaus Wirth legte als Computerpionier den Grundstein dafür, dass die Schweiz eine weltweit wichtige Rolle in der Welt der Informatik einnimmt. Seine Errungenschaften sind bis heute von grosser Bedeutung für die Computerwissenschaft und prägten Generationen seines Fachgebiets. Nicht nur an der ETH Zürich sondern an Universitäten auf der ganzen Welt machten Studierende ihre ersten Programmiererfahrungen mit «Pascal».

Die Angehörigen der ETH Zürich, seine ehemaligen Mitarbeitenden und Studierenden sowie seine Kolleginnen und Kollegen werden ihm ein ehrendes Andenken bewahren.

Im Namen der ETH Zürich

Joël Mesot, Präsident *Günther Dissertori, Rektor*

Die Trauerfeier findet am 11. Januar, 15.49 Uhr im Kulturhaus Helferei, Kirchgasse 13, 8001 Zürich statt.

Anstelle von Blumenspenden unterstütze man Médecins Sans Frontières
Spendenkonto: IBAN: CH18 0024 0240 3760 6600 Q, Vermerk: Niklaus Wirth

https://blog.hnf.de/es-gab-nicht-nur-basic/

Alle 92 Lösungen (für n = 8) von Édouard Lucas

Tableau des 92 solutions du problème des huit reines.

1	1586	3724	24	3681	5724	47	5146	8273	70	6318	5247
2	1683	7425	25	3682	4175	48	5184	2736	71	6357	1428
3	1746	8253	26	3728	5146	49	5186	3724	72	6358	1427
4	1758	2463	27	3728	6415	50	5246	8317	73	6372	4815
5	2468	3175	28	3847	1625	51	5247	3861	74	6372	8514
6	2571	3864	29	4158	2736	52	5261	7483	75	6374	1825
7	2574	1863	30	4158	6372	53	5281	4736	76	6415	8273
8	2617	4835	31	4258	6137	54	5316	8247	77	6428	5713
9	2683	1475	32	4273	6815	55	5317	2864	78	6471	3528
10	2736	8514	33	4273	6851	56	5384	7162	79	6471	8253
11	2758	1463	34	4275	1863	57	5713	8642	80	6824	1753
12	2861	3574	35	4285	7136	58	5714	2863	81	7138	6425
13	3175	8246	36	4286	1357	59	5724	8136	82	7241	8536
14	3528	1746	37	4615	2837	60	5726	3148	83	7263	1485
15	3528	6471	38	4682	7135	61	5726	3184	84	7316	8524
16	3571	4286	39	4683	1752	62	5741	3862	85	7382	5164
17	3584	1726	40	4718	5263	63	5841	3627	86	7425	8136
18	3625	8174	41	4738	2516	64	5841	7263	87	7428	6135
19	3627	1485	42	4752	6138	65	6152	8374	88	7531	6824
20	3627	5184	43	4753	1682	66	6271	3584	89	8241	7536
21	3641	8572	44	4813	6275	67	6271	4853	90	8253	1746
22	3642	8571	45	4815	7263	68	6317	5824	91	8316	2574
23	3681	4752	46	4853	1726	69	6318	4275	92	8413	6275

On peut construire ce tableau par un procédé systématique, dont l'application est très simple et qui a été imaginé par Gauss, puis retrouvé par M. Laquière, en 1881. On place d'abord une reine dans la case la moins élevée de la première colonne à gauche ; on place ensuite une seconde reine dans la seconde colonne, sur la case la moins élevée qu'il soit possible, et ainsi de suite, en cherchant toujours à placer une reine dans une nouvelle colonne à droite, le plus bas qu'il soit possible, d'après les conditions du problème, c'est-à-dire en ayant égard aux positions des reines déjà placées à gauche. Lorsqu'il arrive un moment où l'on ne peut plus placer aucune reine dans sa colonne, on élève celle de la colonne précédente de une, deux,..., cases, et l'on continue toujours, d'après le même principe, de n'élever une reine que lorsqu'il n'y a plus de positions admissibles pour l'ensemble des reines à placer à la droite. Chaque fois qu'une solution est trouvée, on l'inscrit d'après la notation convenue, et les solutions se trouvent ainsi rangées dans l'ordre numérique de la notation.

En suivant cette méthode, M. Laquière a fait effectuer par un enfant, dans une après-midi, le tableau des 92 solutions de l'échiquier de 64 cases. Ce tableau, facile à vérifier, ne contenait que trois erreurs provenant d'une seule omission et de deux solutions inexactes.

Aus dem Buch „Récréations mathématiques, vol. 1", von Édouard Lucas, erschienen 1882.

2D-Prettyprinting

Das Spielbrett kann auch 2-dimensional ausgeben werden, z.B. indem die zwei Zeilen

```
for (int i=1; i<=8; i++)
          System.out.print(dame[i]);
```

ersetzt werden durch:

```
System.out.println("Lösung "+(++z)+":");
System.out.println(" _ _ _ _ _ _ _ _");
for (int i=8; i>=1; i--) {
  for (int j=1; j<=8; j++) {
    if (dame[j]==i) System.out.print("|D");
               else System.out.print("|_");
  }
  System.out.println("|");
}
```

Wobei z mit „static int z = 0;“ global deklariert sein sollte. Rechts ein Teil der Ausgabe. Für noch hübschere Ausgaben könnte man die Zellen hell bzw. dunkel färben und die Unicode-Zeichen ♕, ♛ (U+2655, U+265B) für die Dame benutzen.

```
Lösung 1:
 _ _ _ _ _ _ _ _
|_|_|D|_|_|_|_|_|
|_|_|_|_|_|D|_|_|
|_|_|_|D|_|_|_|_|
|_|D|_|_|_|_|_|_|
|_|_|_|_|_|_|_|D|
|_|_|_|_|D|_|_|_|
|_|_|_|_|_|_|D|_|
|D|_|_|_|_|_|_|_|
```

```
Lösung 2:
 _ _ _ _ _ _ _ _
|_|_|D|_|_|_|_|_|
|_|_|_|_|D|_|_|_|
|_|D|_|_|_|_|_|_|
|_|_|_|_|_|_|_|D|
|_|_|_|_|_|D|_|_|
|_|_|_|D|_|_|_|_|
|_|_|_|_|_|_|D|_|
|D|_|_|_|_|_|_|_|
```

```
Lösung 3:
 _ _ _ _ _ _ _ _
|_|_|_|_|D|_|_|_|
|_|D|_|_|_|_|_|_|
|_|_|_|D|_|_|_|_|
|_|_|_|_|_|_|D|_|
|_|_|D|_|_|_|_|_|
|_|_|_|_|_|_|_|D|
|_|_|_|_|_|D|_|_|
|D|_|_|_|_|_|_|_|
```

```
Lösung 92:
 _ _ _ _ _ _ _ _
|D|_|_|_|_|_|_|_|
|_|_|_|_|_|_|D|_|
|_|_|_|_|D|_|_|_|
|_|_|_|_|_|_|_|D|
|_|D|_|_|_|_|_|_|
|_|_|_|D|_|_|_|_|
|_|_|_|_|_|D|_|_|
|_|_|D|_|_|_|_|_|
```

Eine Variante – Zählen bei beliebiger Zahlenbasis

```
static void setze(int x) {
  for (int y=0; y < basis; y++)
    dame[x] = y;
    if (x < stellen)
      setze(x+1);
    else {
      for (int i=1; i<=stellen; i++)
        if (dame[i] < 10)
          System.out.print(dame[i]);
        else System.out.print((char)
          (dame[i]-10+(int)'A'));
      System.out.println();
    }
}
```

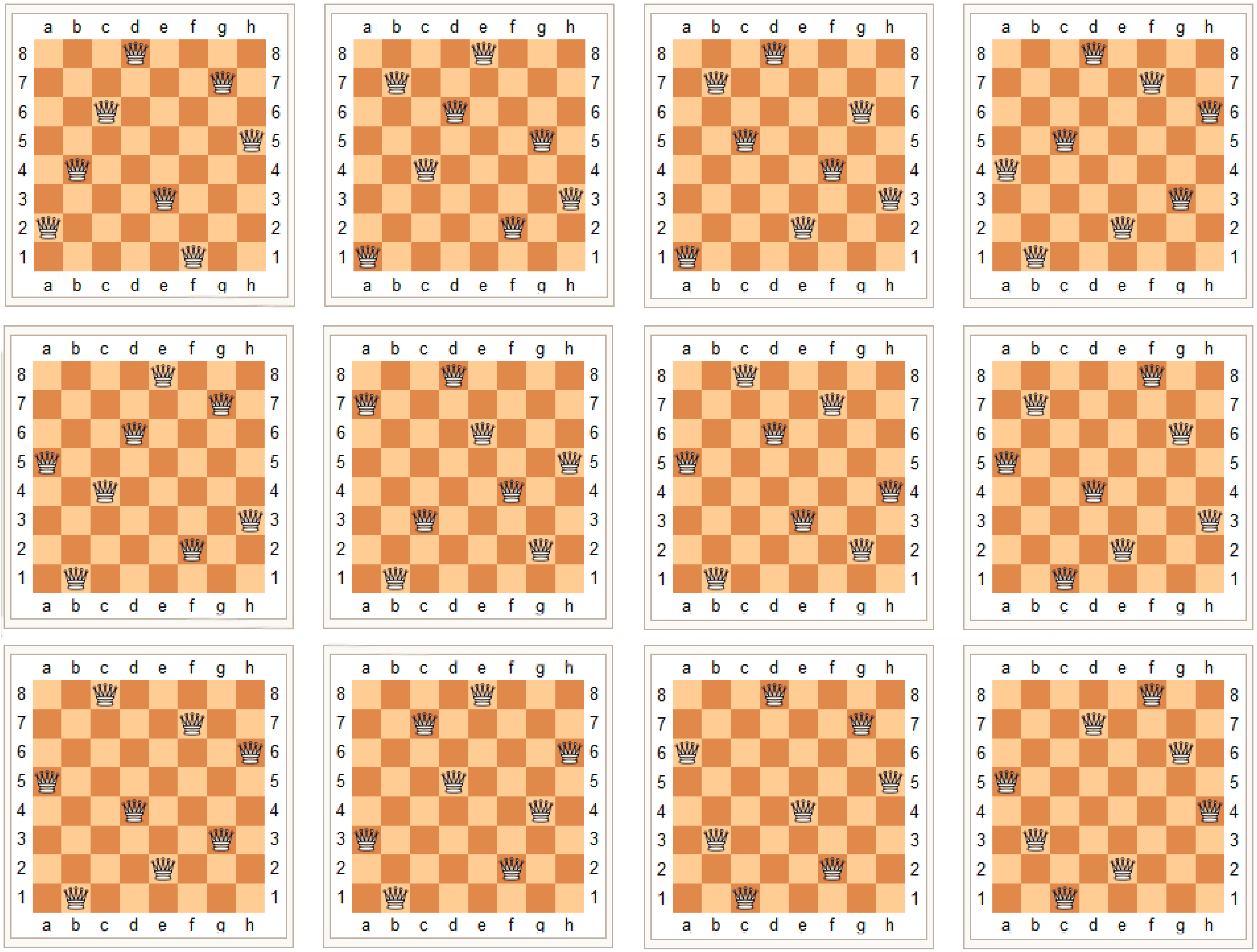
00000	10011
00001	10100
00010	10101
00011	10110
00100	10111
00101	11000
00110	11001
00111	11010
01000	11011
01001	11100
01010	11101
01011	11110
01100	11111
01101	
01110	
01111	
10000	
10001	
10010	

00	13
01	14
02	15
03	16
04	17
05	18
06	19
07	1A
08	1B
09	...
0A	F9
0B	FA
0C	FB
0D	FC
0E	FD
0F	FE
10	FF
11	
12	

Man vergleiche dies mit dem ursprünglichen Programm: „Bedrohungen“ gibt es hier nicht mehr, daher fällt die if-Abfrage am Anfang der äusseren for-Schleife (und alles, was an Variablen dazugehört) weg. Statt nur Werte zwischen 1 und 8 zu berücksichtigen, sind wir hier flexibler und erlauben alles zwischen 0 und basis-1. Und anstelle eines Arrays mit 8 Plätzen (und dem ungenutzten 0. Platz) sind wir hier auch flexibler; das Array wird (ausserhalb der Methode „setze“) mit „int [] dame = new int [stellen+1]” gegründet; entsprechend läuft hier der Index i von 1 bis „stellen”. Schliesslich sorgen wir dafür, dass ein Wert in „dame“, der grösser als 9 ist, mit einer „Buchstabenziffer“ A, B, C etc. ausgegeben wird. Als Test verwenden wir basis = 2, stellen = 5 sowie basis = 16, stellen = 2.

Die 12 Fundamentallösungen für n = 8

(die anderen 80 sind dreh- / spiegelsymmetrisch dazu)



Wie viele Damen stehen jeweils auf einem schwarzen Feld; wie viele auf einem weissen? Ist das Zufall?

Wie viele der insgesamt 30 Diagonalen sind jeweils bedroht bzw. unbedroht?

Das vollständige Programm inkl. Demo-Ausgabe

❶
```
public class NQueensBacktracking {
  static int n = 8;
  static int[ ] dame = new int[n+1];
  static boolean[ ] zeile = new boolean[n+1];
  static boolean[ ] hdia = new boolean[2*n+1];
  static boolean[ ] gdia = new boolean[2*n+1];
  static boolean demo = true;
  public static void main(String[ ] args)  { setze(1); } ②
  // Hier die anderen Methoden ②,③,④
}
```

❸
```
static void sleepABit() {
  try {
    Thread.sleep(1000);
  }  catch (InterruptedException e)
       { e.printStackTrace(); }
}
```

❹
```
static void printBoard(int spalte) {
  for (int i = n; i > 0; i--) {
    for (int j = 1; j <= n; j++) {
      String symbol = "_ ";
      if (zeile[i]  ||  hdia[i+j]  ||  gdia[j-i+(n-1)]  ||  j <= spalte)
          symbol = "x ";
      if (dame[j] == i) symbol = "D ";
      System.out.print(symbol);
    }
    System.out.println();
  }
    System.out.println();
}
```

❷
```
static void setze(int x) {
  for (int y=1; y<=n; y++) {
    if (!(zeile[y] || hdia[x+y] || gdia[x-y+(n-1)])) {

      // Setzen der Dame und der bedrohten Felder
      dame[x] = y;  zeile[y] = true;
      hdia[x+y] = true;  gdia[x-y+(n-1)] = true;

      if (demo) {
        sleepABit(); ③
        System.out.println("Dame gesetzt auf (" + x + "," + y + ")");
        printBoard(x); ④
      }

      if (x<n) {   // Noch freie Spalten - Rekursion
        setze(x+1);
      } else {   // Alle Spalten besetzt - Lösung gefunden
        System.out.print("Lösung gefunden: ");
        for (int i=1; i<=n; i++) System.out.print(dame[i]);
        System.out.println();
      }  // Backtracking - Freigabe bedrohter Felder
      zeile[y] = false; hdia[x+y] = false; gdia[x-y+(n-1)] = false;
      dame[x] = 0; // Preisfrage: Wieso? Wirklich notwendig?

      if (demo) {
        sleepABit(); ③
        System.out.println("Dame entfernt von (" + x + "," + y + ")");
        printBoard(x-1); ④
      }
    }
  }
}
```

Backtrack-Beispiel für n = 4

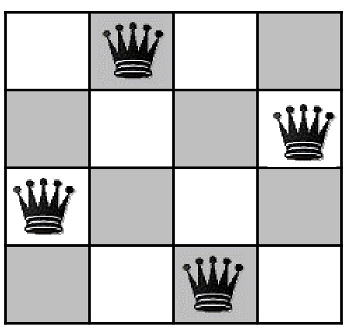
```
  1 2 3 4
4 _ _ _ _
3 _ _ _ _
2 _ _ _ _
1 _ _ _ _

Dame gesetzt auf (1,1)
  1 2 3 4
4 x _ _ x
3 x _ x _
2 x x _ _
1 D x x x

Dame gesetzt auf (2,3)
  1 2 3 4
4 x x x x
3 x D x x
2 x x x _
1 D x x x

Dame entfernt von (2,3)
  1 2 3 4
4 x _ _ x
3 x _ x _
2 x x _ _
1 D x x x

Dame gesetzt auf (2,4)
  1 2 3 4
4 x D x x
3 x x x _
2 x x _ x
1 D x x x

Dame gesetzt auf (3,2)
  1 2 3 4
4 x D x x
3 x x x x
2 x x D x
1 D x x x

Dame entfernt von (3,2)
  1 2 3 4
4 x D x x
3 x x x _
2 x x _ x
1 D x x x

Dame entfernt von (2,4)
  1 2 3 4
4 x _ _ x
3 x _ x _
2 x x _ _
1 D x x x

Dame entfernt von (1,1)
  1 2 3 4
4 _ _ _ _
3 _ _ _ _
2 _ _ _ _
1 _ _ _ _

Dame gesetzt auf (1,2)
  1 2 3 4
4 x _ x _
3 x x _ _
2 D x x x
1 x x _ _

Dame gesetzt auf (2,4)
  1 2 3 4
4 x D x x
3 x x x _
2 D x x x
1 x x _ _

Dame gesetzt auf (3,1)
  1 2 3 4
4 x D x x
3 x x x _
2 D x x x
1 x x D x
```

Backtrack-Beispiel für n=4

Dame gesetzt auf (4,3)

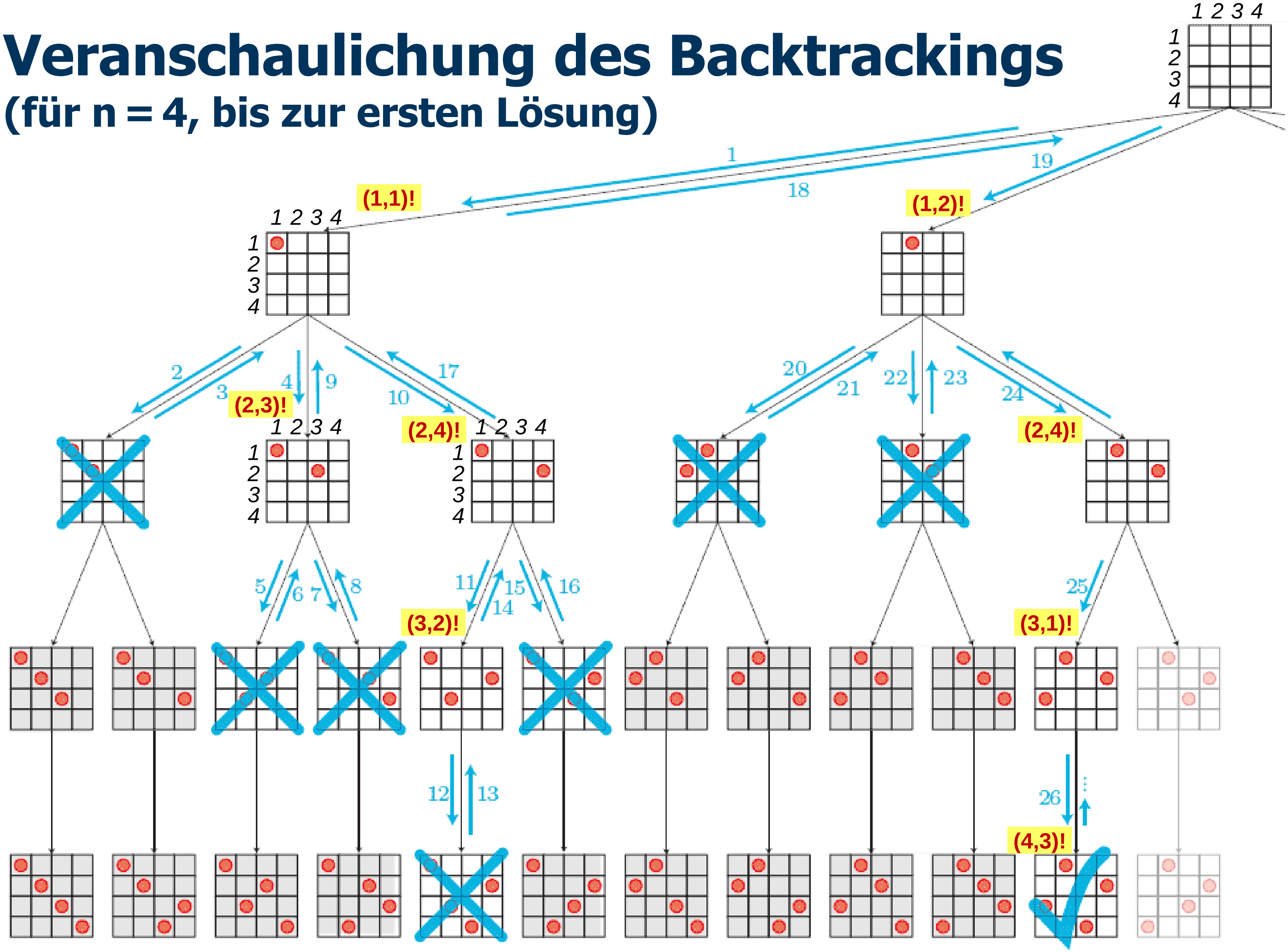
	1	2	3	4
4	x	D	x	x
3	x	x	x	D
2	D	x	x	x
1	x	x	D	x

Lösung gefunden: 2413



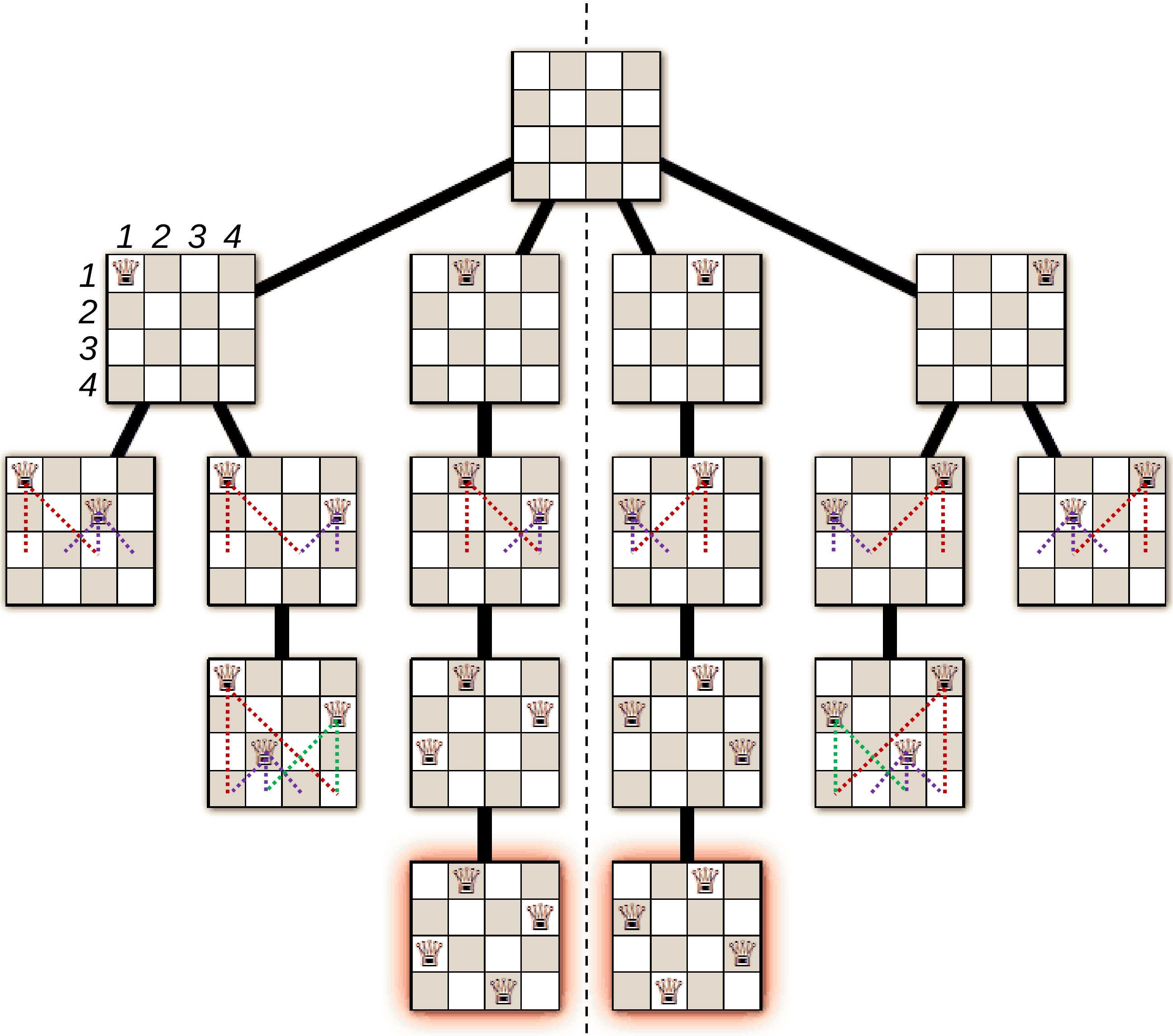
Veranschaulichung des Backtrackings

(für n = 4, bis zur ersten Lösung)



www.educ.ethz.ch/unterrichtsmaterialien/informatik/baeume-und-backtracking.html

Der Backtrack-Baum verkürzt



Lässt man die „illegalen" Zustände von vornherein weg, dann entsteht ein entschlackter und übersichtlicher Baum

http://jeffe.cs.illinois.edu/teaching/algorithms/book/02-backtracking.pdf

Lösungen für n = 1,…, 18 in Fortran

FORmula TRANslation, Ende der 1950er-Jahre von IBM konzipiert; die Sprache war im wissenschaftlich-technischen Bereich weit verbreitet

- So hatte man noch in den 1970er-Jahren programmiert: Programme in Fortran auf Lochkarten gestanzt; den Lochkartenstapel im Rechenzentrum abgegeben; Ausgabe (Resultat oder Compiler-Fehlermeldung) Stunden später auf Zebrapapier
- Dies hier, Fortran 77, war seinerzeit sehr modern (implicit-Statement, print-Statement!); ältere Dialekte, wie FORTRAN IV, waren nicht so bequem

```
C N QEENS WITH BACKTRACKING.
C AS IS, THE PROGRAM ONLY
C PRINTS THE NUMBER OF N
C QUEENS CONFIGURATIONS.
C TO PRINT ALSO THE
C CONFIGURATIONS, UNCOMMENT
C THE LINE AFTER LABEL 80.
C
PROGRAM QUEENS
IMPLICIT INTEGER(A-Z)
PARAMETER(L=18)
DIMENSION A(L),S(L),U(4*L-2)
DO 10 I=1,L
10 A(I)=I
DO 20 I=1,4*L-2
20 U(I)=0
DO 110 N=1,L
M=0
I=1
R=2*N-1
GO TO 40
30 S(I)=J
U(P)=1
U(Q+R)=1
I=I+1
40 IF(I.GT.N) GO TO 80
J=I
50 Z=A(I)
Y=A(J)
P=I-Y+N
Q=I+Y-1
A(I)=Y
A(J)=Z
IF((U(P).EQ.0).AND.(U(Q+R).EQ.0)) GO TO 30
60 J=J+1
IF(J.LE.N) GO TO 50
70 J=J-1
IF(J.EQ.I) GO TO 90
Z=A(I)
A(I)=A(J)
A(J)=Z
GO TO 70
80 M=M+1
C PRINT *,(A(K),K=1,N)
90 I=I-1
IF(I.EQ.0) GO TO 100
P=I-A(I)+N
Q=I+A(I)-1
J=S(I)
U(P)=0
U(Q+R)=0
GO TO 60
100 PRINT *,N,M
110 CONTINUE
END
```

Q: Why were early programming languages so “SHOUTY”? Did keyboards have caps-lock on by default? A: There was no lower case. You wrote your program on punched cards and the key-punch only provided upper case. Likewise, the printers only provided upper case. [www.quora.com]

Lösungen für n = 1,…, 18 in Fortran

„Ein Loch ist da, wo etwas nicht ist.“ Kurt Tucholsky in „Zur soziologischen Psychologie der Löcher“, 1931.

IBM FORTRAN Coding Form

```
C     *** N QEENS/BACKTRACKING ***
      PROGRAM QUEENS
      IMPLICIT INTEGER(A-Z)
      PARAMETER(L=18)
      DIMENSION A(L),S(L),U(4*L-2)
      DO 10 I=1,L
   10 A(I)=I
      DO 20 I=1,4*L-2
   20 U(I)=0
      DO 110 N=1,L
      M=0
      I=1
      R=2*N-1
      GO TO 40
   30 S(I)=J
      U(P)=1
      U(Q+R)=1
      I=I+1
   40 IF(I.GT.N) GO TO 80
      J=I
   50 Z=A(I)
      Y=A(J)
      P=I-Y+N
      Q=I+Y-1
```

Als es noch keine interaktiven Computerterminals oder gar PCs gab, also bis in die 1970er-Jahre, wurde ein Programm offline auf Lochkarten aus 0.17mm-dünnem flexiblem Karton gebracht, die dann stapelweise an einer Lochkartenlesestation im Rechenzentrum eingelesen wurden. Das Erstellen der Lochkarten zu einem Programm geschah allerdings oft nicht durch die Programmierer selbst, sondern durch sogenannte „Locherinnen“ – ein typisch weiblicher Anlernberuf – mittels schreibmaschinenähnlicher Lochkartenstanzer. Die Programmierer füllten dazu per Hand vorgedruckte „Ablochformulare“ (coding forms) aus; jede Zeile des Formulars entsprach dabei einer zu lochenden Karte; jede Spalte einer Karte codierte (mittels mehrerer rechteckiger Löcher in dieser Spalte) ein bestimmtes Zeichen – Grossbuchstaben, Ziffern und einige wenige Sonderzeichen umfasste der Zeichensatz. Der Lochcode konnte in der Lesestation beim Einlesen des Kartenstapels durch elektrische Kontakte oder Photozellen entschlüsselt werden, sodass ein Programm mit 10 bis 20 Lochkarten pro Sekunde zeichenweise in den Speicher des „Grossrechners" geladen wurde.

Lochkarten waren übrigens keine Errungenschaft der ab den 1950er-Jahren aufkommenden „elektronischen" Datenverarbeitung (EDV) mit Digitalrechnern; als Datenträger wurden sie bereits seit dem Ende des 19. Jahrhunderts für die Verarbeitung von Daten mit mechanischen und elektromechanischen Auswertemaschinen (Sortier-, Stanz- und Tabelliermaschinen) benutzt, etwa zur Erstellung von Statistiken (Volkszählung) oder im Grosshandel sowie Banken- und Versicherungsbereich. Diese etablierte Gerätetechnik wurde mit dem Aufkommen der elektronischen Grossrechner als Peripheriegeräte für die Ein- und Ausgabe adaptiert.

Locherinnen zur Datenerfassung gab es somit schon länger, der Bedarf dieser Arbeitskräfte stieg allerdings mit der Verbreitung der Digitalrechner, einer ersten Digitalisierungswelle in der Wirtschaft Mitte des 20. Jahrhunderts, stark an. Ihre Arbeit war recht monoton, erforderte aber doch hohe Konzentration. Oft waren mehrere „Erfassungsplätze" in einem grösseren schallgedämpften Saal angeordnet. Dennoch galt die Arbeit in der EDV als modern und begehrenswert, die Locherinnen gaben dafür oft ihre Berufe in anderen Branchen als Verkäuferin, Serviererin oder Arbeiterin auf. Mit der Zeit wurden Lochkarten durch andere Datenträger ersetzt (Magnetbandkassetten oder Disketten – später kamen auch online-angebundene Arbeitsstationen mit „Datensichtgeräten" auf), womit sich auch die Berufsbezeichnung zu „Datentypistin" änderte. Tatsächlich ging es ab den 1970er-Jahren vor allem darum, die immer umfangreicher werdenden auf Papier vorliegenden Datenmengen zu erfassen; die Programme hingegen wurden von den Entwicklern zunehmend selbst an interaktiven Terminals eingegeben – meist wie bei einem Fernschreiber („teletype", daher noch heute die Abkürzung „tty") zeichen- und zeilenweise ohne gute Korrekturmöglichkeit; für sogenannte „full screen editors" bei Bildschirmarbeitsplätzen („glass terminals") genügten die Hardwareressourcen anfangs noch nicht. Ein leitender Angestellter einer Versicherung kommentierte 1975 den Bezeichnungswandel von der Locherin zur Datentypistin so: „Wie auch vor langer Zeit die Putzfrau den Sprung zur

Raumpflegerin schaffte, die Schreibkraft sich zur Steno- oder Phonotypistin mauserte, erstaunte es keinen, dass sich die Locherin zu einer Datentypistin entwickelt."

Aber auch die modernere Bezeichnung änderte nichts daran, dass der Beruf niedriger qualifiziert war als etwa Büroschreibkräfte, Stenotypistinnen oder gar Sekretärinnen, denn Vertrautheit mit der Orthographie und Grammatik der Schriftsprache war beim reinen Abtippen der Programmformulare oder Datenbelege kaum relevant.

Aus heutiger Sicht ist es allerdings irritierend, mit welchen Argumenten seinerzeit dieser Beruf als besonders geeignet für Frauen angesehen wurde. Auch Wissenschaftler reproduzierten dabei alte diskriminierende Vorurteile, wie die folgenden etwas peinlichen Textpassagen aus dem Buch „Industriebürokratie" des Soziologen und Göttinger Lehrstuhlinhabers Hans Paul Bahrdt (1918-1994) aus dem Jahr 1958 zeigen:

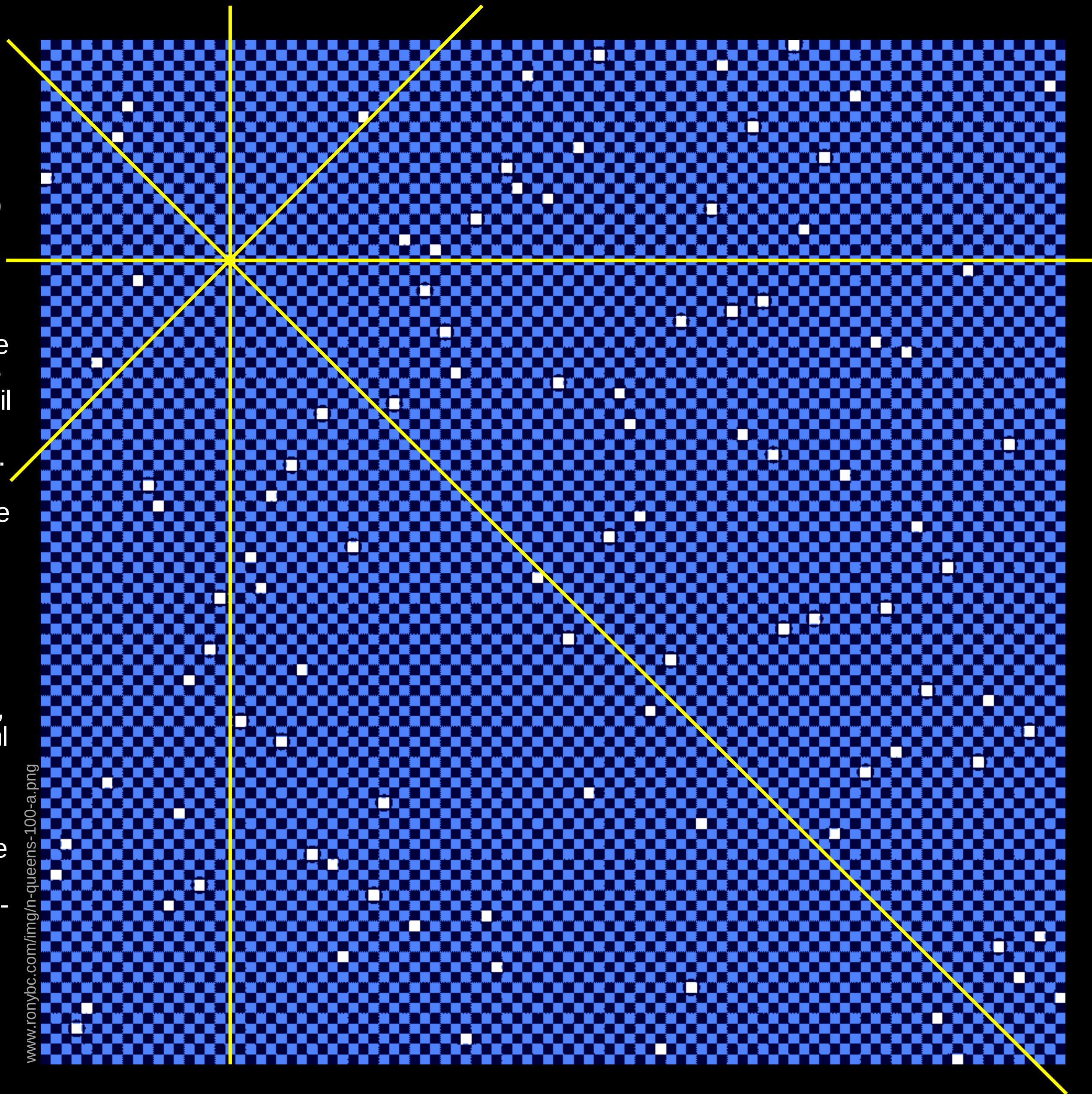
„Kontinuierlich folgt Lochkarte auf Lochkarte. Die inhaltliche Individualität der einzelnen Karte darf in der Regel nicht ins Bewusstsein eindringen, wenn die Arbeit flüssig vonstatten gehen soll. Die Locherin vergegenwärtigt sich gewöhnlich nicht, was sie locht. Habitualisierung und Verschlüsselung schirmen sie gegen die Gefahr des Mitdenkens ab. […]

Das notwendige Sicheinschmiegen in einen vorgegebenen Ablauf von Verrichtungen, ohne sich von ihm völlig einlullen zu lassen, gelingt offensichtlich Frauen sehr viel besser als Männern. Männer, die zu vergleichbaren Routinearbeiten herangezogen werden, haben viel eher die Tendenz, entweder abzustumpfen oder auszubrechen. Oder aber sie zwingen sich ständig zur Arbeit, was dann auf die Dauer zu Verkrampfung und zu nervlichen und psychischen Schaden führen kann. Deshalb ist Locharbeit wie kaum eine andere Arbeit für Frauen eine Tatsache, die seltsamerweise erst spät erkannt worden ist. […]

Und nichts wäre falscher, als wenn man in der Absicht, ein qualifiziertes Locherinnenteam heranzubilden, besonders intelligente Mädchen auswählen würde. Überdurchschnittlich intelligente Mädchen sind im allgemeinen zu nervös für diese Tätigkeit oder werden nervös, weil sie den Lärm und die Gleichförmigkeit der Tätigkeit nicht vertragen, vor allem aber, weil sie ständig in Versuchung geraten, sich etwas dabei zu denken, was der Zügigkeit der Arbeit, im Ganzen gesehen, abträglich ist."

100 konfliktfreie Damen in einer 100^2-Matrix

Für beliebiges n > 3 ein systematisches Konstruktionsprinzip für eine bestimmte Lösung anzugeben, ist nicht besonders schwer (man unterscheidet dann gerade und ungerade n); bereits 1874 tat dies Emil Pauls in der Deutschen Schachzeitung. In Unkenntnis vorheriger Lösungen wurde dies in den nachfolgenden Jahrzehnten immer wieder neu entdeckt und veröffentlicht. Wenn man <u>alle</u> Lösungen (bzw. deren Anzahl) sucht, kommt man aber wohl um das aufwändige Backtracking nicht herum. Für viele andere kombinatorische Probleme ist Backtracking auch zum Suchen einer einzigen Lösung sowieso unverzichtbar.



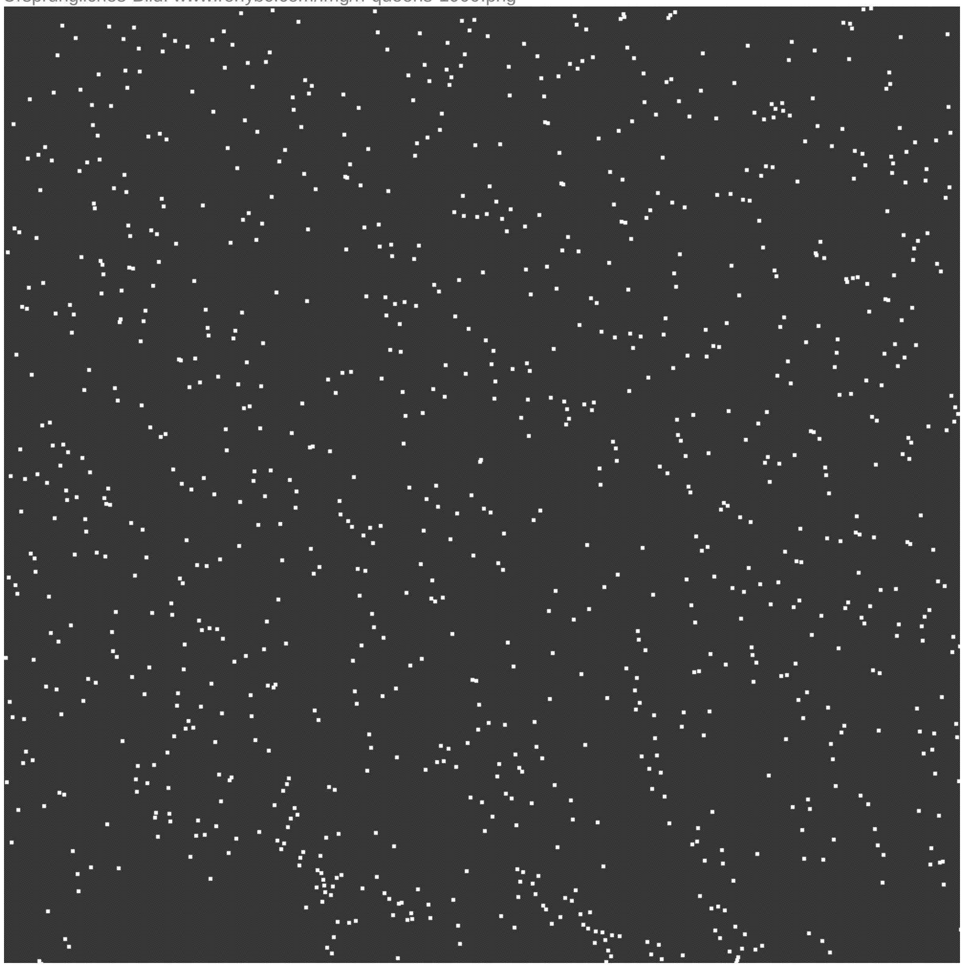
In jeder Zeile und in jeder Spalte sitzt genau eine Dame – aber nicht in jeder Diagonalen. OK?

1000 konfliktfreie Damen in einer 1000^2-Matrix

'Cause you're a sky, 'cause you're a sky full of stars
I'm gonna give you my heart
'Cause you're a sky, 'cause you're a sky full of stars
'Cause you light up the path

'Cause you're a sky, you're a sky full of stars
Such a heavenly view
You're such a heavenly view
Yeah, yeah, yeah, ooh

Ursprüngliches Bild: www.ronybc.com/img/n-queens-1000.png

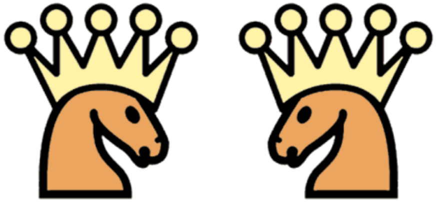


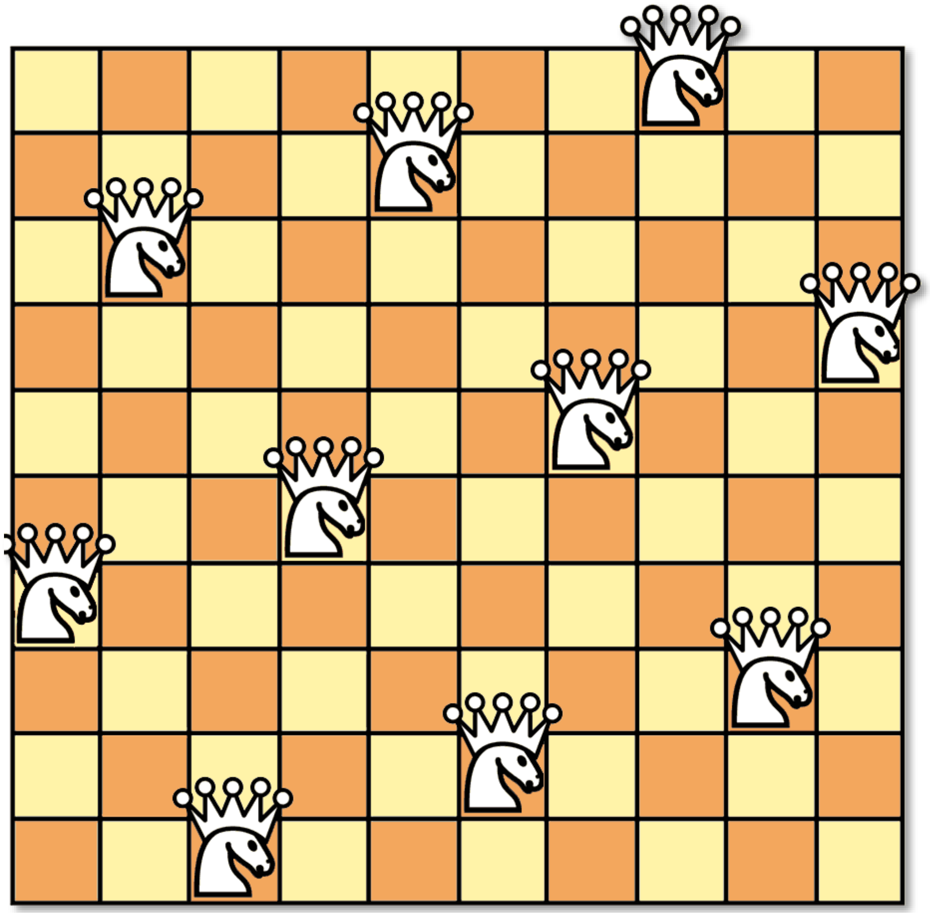
Aus dem Notenheft meines Grossvaters, des Violinlehrers Karl Prescher (1885 – 1972), um 1935

Der Sternenhimmel ist dünn besetzt; damit man die quadratischen Punkte überhaupt sieht, wurden sie hier horizontal und vertikal jeweils um den Faktor 4 gestreckt. So würden sie sich natürlich in die Quere kommen – es gilt also eigentlich jeweils nur der obere linke Quadrant des oberen linken Quadranten eines abgebildeten Quadrats.

Ohne Luft- und Lichtverschmutzung konnten unsere Vorfahren in einer sternklaren Nacht über 5000 Sterne erkennen. Fast alle fix zueinander, worin man vielfältige Bilder zu erkennen glaubte, die sich alle zusammen von Nacht zu Nacht nur wenig veränderten und nach einem Jahr wieder am gleichen Platz standen. Aber dann gab es doch ein paar bemerkenswerte Ausnahmen – die Wandelgestirne. Zogen so vielleicht die Götter daher? Ihre Bahn und ihren zukünftigen Ort am Sternenhimmel zu bestimmen, schien nicht unmöglich – war aber schwierig. Dazu mussten über Jahrhunderte erst einmal Beobachtungsinstrumente, Modelle, Winkelfunktionen, Logarithmen, mathematische Tafeln und höhere Mathematik entwickelt werden – für praktische Zwecke dann auch noch Rechenmaschinen und schliesslich Computer!

Das n-Kaiserinnen-Problem



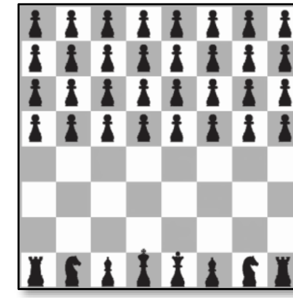


Im Märchenschach gibt es eine Spielfigur, die die Zugmöglichkeiten von Dame sowie Springer vereinigt, oder anders ausgedrückt, eine berittene Dame. Sie wird oft Amazone, Kaiserin oder superqueen genannt, hat aber noch viele andere Namen bekommen; im Mittelalter hiess sie auch „Giraffe“.

Das n-Damen-Problem lässt sich kanonisch auf diese Märchenfigur übertragen. Die mächtige Figur bedroht mehr Felder als die normale Dame; Lösungen sind daher seltener. Sieht man vom allzu trivialen Spielbrett der Grösse 1 ab, dann gibt es erst ab n = 10 Lösungen, wie hier gezeigt.

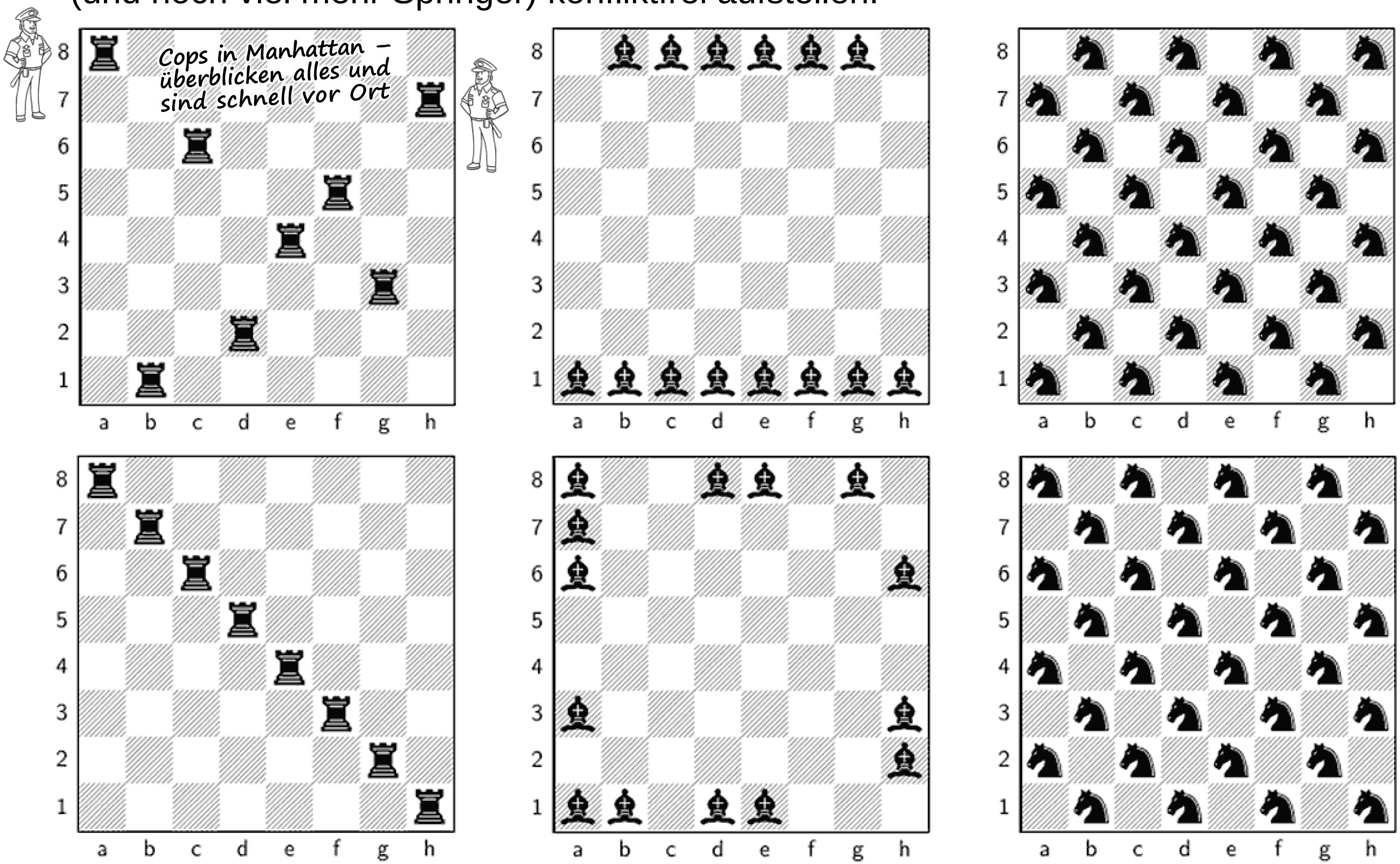
Die Folge der Anzahl der Lösungen für das jeweilige n lautet: 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 44, 156, 1876, 5180, 32516, 202900, 1330622, 8924976, 64492432, 495864256, 3977841852, 34092182276, 306819842212, 2883202816808, 28144109776812, 286022102245804,…

Türme, Läufer, Springer



REVOLUTION

Lösungen für n Damen gelten immer auch Türme und Läufer, aber nicht umgekehrt. Auf einem 8 × 8-Feld kann man allerdings mehr als 8 Läufer (und noch viel mehr Springer) konfliktfrei aufstellen!

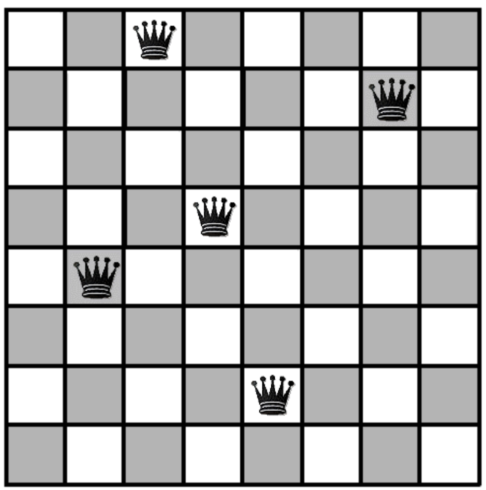


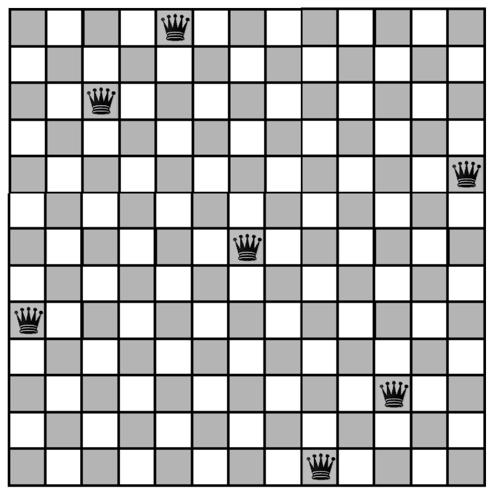
http://yetanothermathprogrammingconsultant.blogspot.com/2018/11/chess-and-solution-pool.html

Dominierende Damen

Im Oktober 1902 präsentierte Prof. Kálmán Szily aus Budapest in der „Deutschen Schachzeitung“ unter der Überschrift „Das Minimalproblem der Damen“ folgende Aufgabe:

„Wie viele Damen n sind *wenigstens* nothwendig, damit durch sie alle Felder eines p^2-feldrigen Schachbrettes angegriffen werden? Wie stellt man die n Damen auf, damit kein Feld unbeherrscht bleibt? […] Offenbar kann diese Aufgabe heute noch durchaus nicht mathematisch behandelt werden, und man hat bisher keine andere Methode als die der Statistik.“





Für ein 8×8-Brett nennt Szily minimal 5 Damen – es gäbe 638 Lösungen, wenn man die, welche durch Drehungen oder Spiegelungen auseinander hervorgehen, nur einmal zählt. Alewyn Petrus Burger bestätigte 1998 diese Zahl mit Computerhilfe. Viele Lösungen weisen, zumindest partiell, eine innere Symmetrie auf; das Beispiel links zeigt jedoch, dass es auch Anordnungen geben kann, die keine offensichtliche Symmetrie erkennen lassen. Auch ein 11×11-Schachbrett lässt sich noch mit lediglich 5 Damen vollständig dominieren ((2,4),(4,10),(6,6),(8,2),(10,8)), während man bei einem 13×13-Brett mindestens 7 Damen benötigt – eine Lösung hierfür zeigt das rechte Bild. Erstmals erwähnt wurde das Minimalproblem der Damen übrigens bereits 1863 in einem Buch des russischen Schachmeisters (und Professors für Mechanik in St. Petersburg) Carl Friedrich Jaenisch, der einen anonymen „M^r de R$_{***}$“ „sur le problème des cinq dames“ berichten lässt: „Les nombreux essais que nous avons entrepris, nous autorisent à affirmer qu’il faut au moins cinq dames, pour satisfaire aux conditions exposées“.

Backtracking formal

> The author once waited all night for the output from a backtrack program, only to discover that the answers would not be forthcoming for about 10^6 centuries. – Donald Knuth

Robert John Walker (1909 – 1992), der an der Cornell University die Etablierung der Informatik betrieb, hat 1960 das Backtracking-Prinzip in mathematischer Weise so beschrieben:

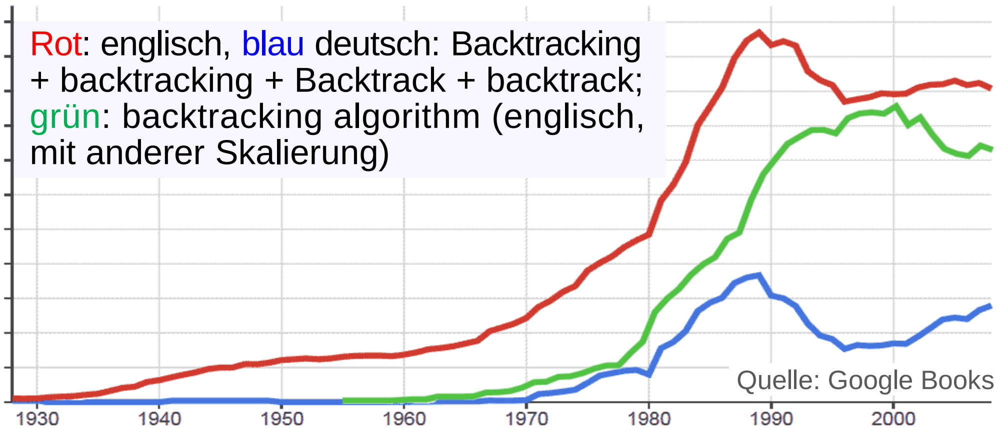
> Many combinatorial problems involve the construction of one or more (possibly all) ordered sets $A = \{a_1, a_2, .. ., a_n\}$, where the a_i are elements of a finite set U and the elements of a set A are subject to certain restrictions. The most common example of such a set A is a permutation; here n is the number of elements in U and the restriction is that $a_i \neq a_j$ if $i \neq j$. More complicated examples are the following:
>
> (i) *The problem of the queens.* Place eight queens on a chess board so that no two attack each other. Since there must be one queen in each file (column) let the queen in the i th file be on the a_i th rank (row). Then $U = \{1, 2,\ldots, 8\}$, $n = 8$, and the restrictions are
>
> $a_i \neq a_j$ if $i \neq j$ $\quad a_i - i \neq a_j - j$ if $i \neq j$ $\quad a_i + i \neq a_j + j$ if $i \neq j$ $\quad$ […].

Nachfolgende Paraphrase von Walkers generellem Backtracking-Ansatz stammt von James Bitner und Edward Reingold:

> Assume that the solution to a problem consists of a vector $(a_1, a_2,\ldots)$ of undetermined length. This vector satisfies certain constraints on the components, which makes it a solution. Each a_i is a member of a finite, linearly ordered set A_i. Thus the exhaustive search must consider the elements of $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_i$ for $i = 0, 1, 2,\ldots$ as potential solutions. Initially we start with the null vector as our partial solution, and the constraints tell us which of the members of A_1 are candidates for a_1; we call this subset S_1. We choose the least element of S_1 as a_1, and now we have the partial solution (a_1). In general, the various constraints which describe solutions tell us which subset S_k of A_k comprises candidates for the extension of the partial solution $(a_1, a_2, \ldots, a_{k-1})$ to $(a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}, a_k)$. If the partial solution $(a_1, a_2, \ldots, a_{k-1})$ admits no possibilities for a_k, then $S_k = Ø$, so we backtrack and make a new choice for a_{k-1}. If there are no new choices for a_{k-1} we backtrack still further and make a new choice for a_{k-2}, and so on.

Backtracking – historische Anmerkungen

Backtracking als allgemeines Prinzip wurde nicht einfach irgendwann entdeckt; wiederholt ist es bei der Lösung konkreter Probleme quasi nebenbei „erfunden“ worden. Im Englischen tauchte vor seiner algorithmischen Bedeutung die Redewendung „to backtrack“ bereits um 1870 für „den gleichen Weg noch einmal zurückgehen“ auf. In den 1950er-Jahren soll der US-amerikanische Mathematiker Derrick Lehmer (1905 – 1991) den Begriff dann erstmalig auf Algorithmen bezogen haben. (Lehmer, der u.a. zusammen mit seiner Frau Emma 1945/46 Teil des Nutzer- und Bedienteams des ENIAC-Rechners war, leistete Bedeutendes in der Primzahltheorie, er entwickelte auch die ersten Pseudozufallszahlengeneratoren.) Wie oben ausgeführt, hatte R.J. Walker in seinem Aufsatz „An enumerative technique for a class of combinatorial problems“ das Backtracking 1960 als ein allgemeines Lösungsprinzip propagiert.



…haben diese Probleme die charakteristische Eigenschaft, dass sie sich nicht analytisch lösen lassen. Tatsächlich erfordern sie einen grossen Aufwand an exakter Arbeit, Geduld und Zielsicherheit. Solche Algorithmen gewannen erst durch die automatischen Rechenanlagen an Bedeutung, da diese die benötigten Eigenschaften in einem wesentlich höheren Grad als Menschen und sogar Gelehrte besitzen. -- Niklaus Wirth

Zuvor wurde das Backtracking-Prinzip, ohne es so zu nennen, beispielsweise beim Labyrinth-Problem angewendet. Dabei wird ein Labyrinth als Graph aus Kanten und Knoten aufgefasst, und es geht im Sinne einer Graphtraversierung darum, ausgehend von einem Startknoten (der z.B. für den Labyrintheingang stehen kann) alle Knoten des Graphen zu besuchen (um so auf jeden Fall den Goldtopf im Inneren oder auch einen anderen Ausgang zu finden) und

Backtracking – historische Anmerkungen (2)

sicher wieder zum Startknoten zurückzugelangen – und zwar mit möglichst wenig Aufwand und ohne sich in Zyklen zu verlieren. Ein Verfahren dazu, das eine leichte Verallgemeinerung der Tiefensuche darstellt, wurde 1895 vom französischen Mathematiker und in Algerien lebenden Finanzinspekteur Gaston Tarry (1843–1913) vorgestellt. Tarry eröffnet seinen Aufsatz „Le problème des labyrinthes“ folgendermassen:

Tout labyrinthe peut être parcouru en une seule course, en passant deux fois en sens contraire par chacune des allées, sans qu'il soit nécessaire d'en connaître le plan. Pour résoudre ce problème, il suffit d'observer cette règle unique : *Ne reprendre l'allée initiale qui a conduit à un carrefour pour la première fois que lorsqu'on ne peut pas faire autrement.*

Diese einzige Regel von Tarry muss man etwas wohlwollend mit dem nötigen Kontext interpretieren; man findet heute in der Literatur etwas konkreter gefasste Regeln etwa der folgenden Art:

(1) Wenn man einen Gang betritt, markiere man den Eingang mit „stopp“. Man betrete nie einen Gang, der mit „stopp“ markiert ist. (2) Betritt man das erste Mal eine Kreuzung, markiere man den eben verlassenen Gang mit „zuletzt“. (3) Gibt es an einer Kreuzung Gänge, die keine Markierung besitzen, wähle man einen beliebigen davon. Sollte es keine unmarkierten Gänge mehr geben, betrete man den mit „zuletzt“ markierten Gang.

Betritt man eine Kreuzung (an der mehr als drei Gänge münden) zum wiederholten Mal, so findet man dort evtl. mehrere unmarkierte Gänge vor. Die Depth-first-Strategie (Tiefensuche) ergibt sich aus dem Tarry-Algorithmus dadurch als Spezialisierung, dass in diesem

Gaston Tarry

Backtracking – historische Anmerkungen (3)

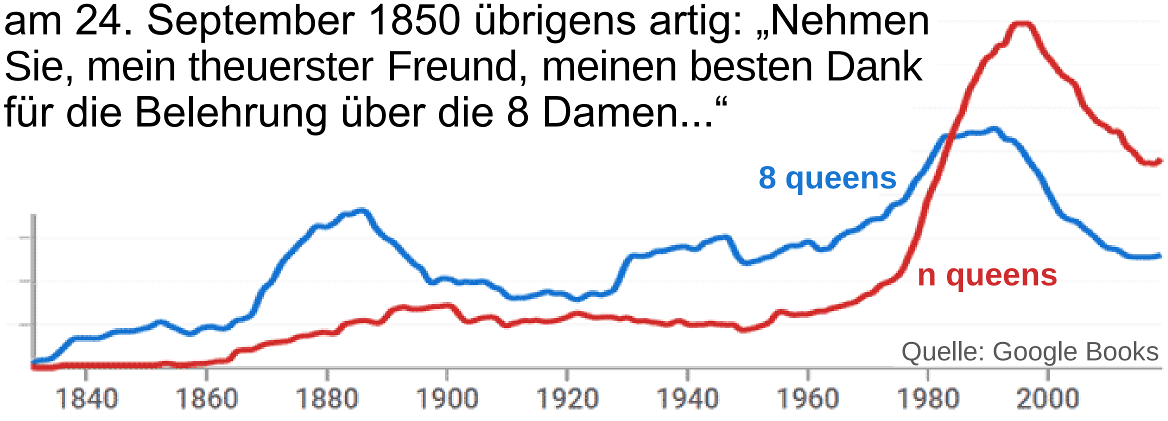
Fall die Wahlfreiheit eingeschränkt wird durch eine weitere Regel: *(4) Falls man eine Kreuzung wiederholt betritt, kehre man sofort um, sofern dieser Rückweg nicht durch „stopp“ gesperrt ist.*

Tarry schliesst seinen Aufsatz mit einem fast moralisierenden Resümee:

En suivant cette marche pratique, un voyageur perdu dans un labyrinthe ou dans des catacombes, retrouvera forcément l'entrée avant d'avoir parcouru toutes les allées et sans passer plus de deux fois par la même allée. Ce qui démontre qu'un labyrinthe n'est jamais inextricable, et que *le meilleur fil d'Ariane est le fil du raisonnement*.

Unter einem Labyrinth verstand man meist ein 2D-Gebilde; bei Katakomben können Gänge auch unter- und übereinander laufen.

Wie weiter oben dargelegt, hatte allerdings C.F. Gauß bereits knappe 50 Jahre früher das Backtracking-Prinzip am Beispiel des 8-Damen-Problems skizzenhaft beschrieben. Er dürfte der erste gewesen sein. Sein Kollege Schumacher bedankte sich am 24. September 1850 übrigens artig: „Nehmen Sie, mein theuerster Freund, meinen besten Dank für die Belehrung über die 8 Damen...“



Backtracking – Anwendungen

Backtracking löst kombinatorische Probleme, indem der Zustandsraum systematisch so durchmustert wird, dass eine Teillösung schrittweise weiter zu einer Gesamtlösung ausgebaut wird, sofern dies möglich ist; andernfalls erfolgt ein Backtrack-Schritt und ein erneuter Vorstoss in eine andere „Richtung". Dieses Prinzip ist so allgemein, dass es breite Anwendung findet. Wir haben es in diesem Kapitel anhand von spielerischen Problemen eingeführt (Labyrinthsuche, n-Damen-Problem, edge-matching puzzle), die Lösung von Sudoku-Problemen, Kreuzworträtseln und viele Aufgaben der „Unterhaltungsmathematik" (etwa Kryptogramme der Art „send + more = money", wobei passende Ziffern für die Buchstaben zu finden sind) fallen unter die gleiche Kategorie.

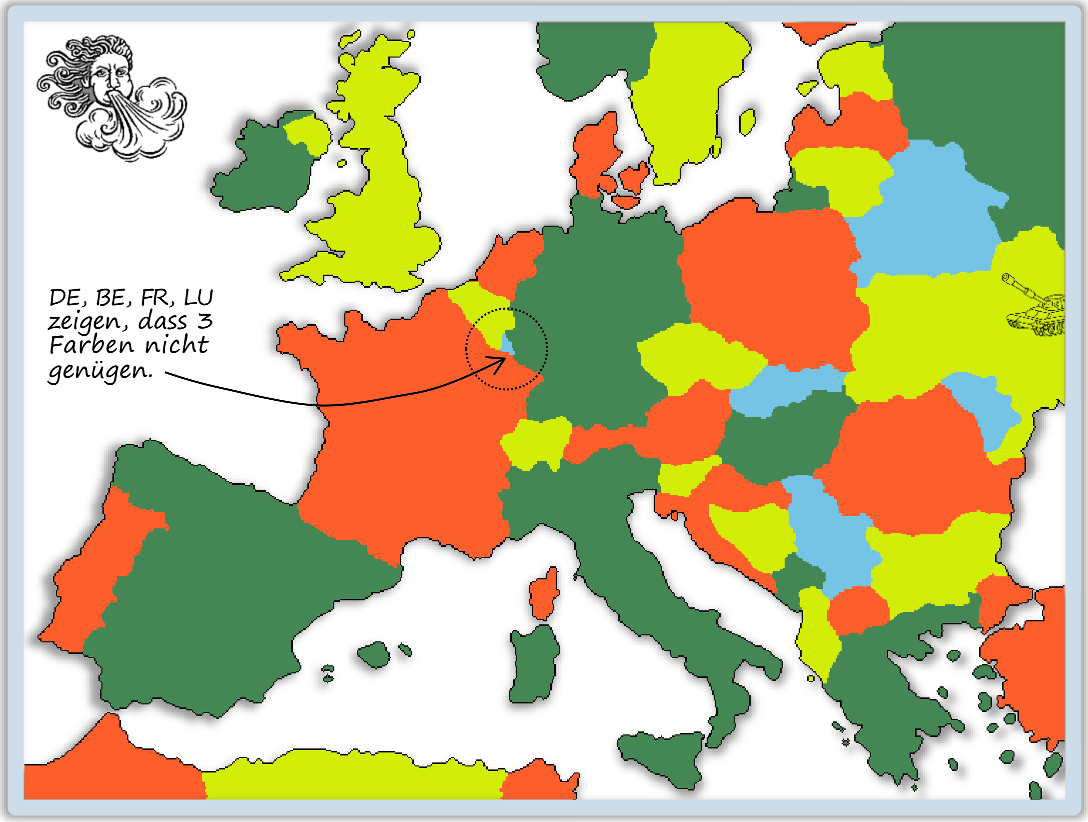
Weiter unten werden wir interessante Algorithmen (Minimax, Alpha-Beta) für Brettspiele wie Schach oder Reversi kennenlernen – dabei wird das Backtracking-Prinzip so mit problembezogenen Kniffen angereichert, dass man relativ schnell und zielgerichtet zu einer Lösung (also einem guten Spielzug) kommt.

Wichtige praxisrelevante Probleme stellen das automatische Planen (man denke an einen Spielplan im Sport mit diversen Nebenbedingungen) und Optimierungsprobleme bei der Ressourcenzuordnung dar; auch das Finden eines schnellsten oder kürzesten Weges in einem Strassennetz gehört dazu – gerade hier hat man allerdings clevere Prinzipien und Heuristiken entwickelt, mit der sich eine „fast" optimale Lösung viel schneller finden lässt als mit dem vollständigen Durchsuchen der Menge aller prinzipiell möglichen Kombinationen von Teilstrecken.

Ein weiteres Beispiel: Das Analysieren sprachlicher Äusserungen geht in der Praxis leider nicht so schön rücksetzungsfrei wie wir es beim Parsen arithmetischer Ausdrücke gesehen haben: Hört ein System, das Englisch verstehen soll, BOTHEARTHANDSATURNSPIN, dann könnte das BOTH·EARTH·AND·SATURN·SPIN oder BOT·HEART·HANDS·AT·URNS·PIN heissen, aber auch noch viel mehr – ohne Backtracking scheint man kaum auszukommen, und den Unsinn dabei früh herauszufiltern, scheint auch nicht so ganz trivial zu sein. Diesen zweifellos interessanten Problembereich aus Linguistik und KI diskutieren wir hier aber nicht weiter.

Backtracking – n-Farben-Problem

Ein Problem, bei dem man leicht in Sackgassen gerät, aus denen man wieder backtrackt.



Gegeben sei eine Landkarte mit Ländern, welche so gefärbt werden sollen, dass alle Länder, die eine gemeinsame Grenze besitzen, unterschiedlich eingefärbt sind. (Isolierte gemeinsame Punkte zählen dabei nicht als „Grenze"; ein Schachbrett ist somit mit zwei Farben färbbar.) Hat man genügend Farben, ist das Problem trivial. Die Frage ist eher, wie viele Farben man für eine gegebene Karte mindestens benötigt, und wie eine „Minimalfarbenlösung" dafür konkret aussieht.

Dem südafrikanischen Mathematiker Francis Guthrie (1831–1899), einem Schüler von Augustus De Morgan, fiel 1852 auf, als er die Grafschaften von England einfärbte, dass vier Farben immer zu genügen scheinen. Das stimmt, der Beweis ist allerdings nicht einfach: Nach mehreren fehlerhaften Beweisversuchen des „4-Farben-Problems" durch verschiedene Mathematiker (wobei der Fehler im Beweis oft jahrelang unentdeckt blieb) gelang es erst 1976 Kenneth Appel und Wolfgang Haken, die Anzahl der prinzipiell diversen Fälle von Unendlich auf immerhin noch 1936 zu reduzieren, welche alle einzeln per Computer auf Färbbarkeit mit vier Farben geprüft wurden. Generell kann die Zuordnung von Farben zu Ländern unter gewissen Nebenbedingungen als typisches Backtrackingproblem angegangen werden.

Backtracking – n-Farben-Problem (2)

Eine einfache Heuristik („Welsh-Powell-Algorithmus“) führt oft schnell zu einer Färbung mit vier Farben. Die Idee dabei ist, „konfliktreiche“ Länder frühzeitig zu behandeln. Dazu sortiert man die Länder nach der Anzahl ihrer Nachbarn und arbeitet dann die Länderliste sequentiell ab, indem man eine gewählte Farbe möglichst lange beibehält und weitere noch ungefärbte (und nicht benachbarte) Länder damit färbt. Erst wenn keine solche Färbung mehr möglich ist, wechselt man zu einer neuen Farbe und durchläuft damit die Liste in einer nächsten Iteration.

Diese „Greedy-Heuristik“ garantiert allerdings nicht in jedem Fall eine Färbung mit vier oder einer minimalen Anzahl von Farben. Es sind andere Algorithmen bekannt, die bei n Ländern eine Färbung mit vier Farben mit Zeitkomplexität $O(n^2)$ liefern, mit fünf Farben kann man sogar in linearer Zeit färben. Schwierig bleibt die Frage, ob gegebenenfalls auch drei Farben ausreichen. Dieses Problem ist im allgemeinen Fall NP-vollständig, sodass nichts wesentlich Intelligenteres als ein Backtrackingverfahren (mit exponentieller Laufzeit) anwendbar ist.

Kurz bevor der Beweis des Vier-Farben-Satzes von Appel und Haken veröffentlicht wurde, diskutierte im April 1976 der bekannte Wissenschaftsjournalist Martin Gardner (1914 – 2010) in seiner Kolumne „Mathematical Games“ der Zeitschrift „Scientific American“ die Schwierigkeit mit dem (damals noch unbewiesenen) Theorem. Hier ein kurzer Auszug:

“At the moment the most knowledgeable mathematician who is convinced he has proved the conjecture is Joseph Miller Thomas. The proof was published privately as a pamphlet in 1969, and it is now incorporated in Thomas’ hardcover volume, *A Primer on Roots* […]. I should add that Thomas is a former editor of *Duke Mathematical Journal* and the author of several excellent books on modern algebra. His proof was sharply criticized in *Mathematical Reviews* by Frank R. Bernhart, an authority on the four-color conjecture. At a mathematical conference in 1975, when Bernhart gave a talk titled “How Not to Prove the Four-Color Conjecture,” Thomas rose to his feet to defend himself. I am told that the scene was fraught with emotion and potential fisticuffs.”

Mathematicians at work

By my criterion of humor, whatever it may be, Harris is successful about 99% of the time. -- Linus Pauling

Der amerikanische Cartoonist Sidney Harris (Jahrgang 1933) ist bekannt für seine feinsinnigen Karikaturen zu Wissenschaft und Technologie, die u.a. in Science, American Scientist, Playboy und dem Wall Street Journal erschienen. Einem seiner prominenten Cartoons hat er nun ein Facelift verpasst.

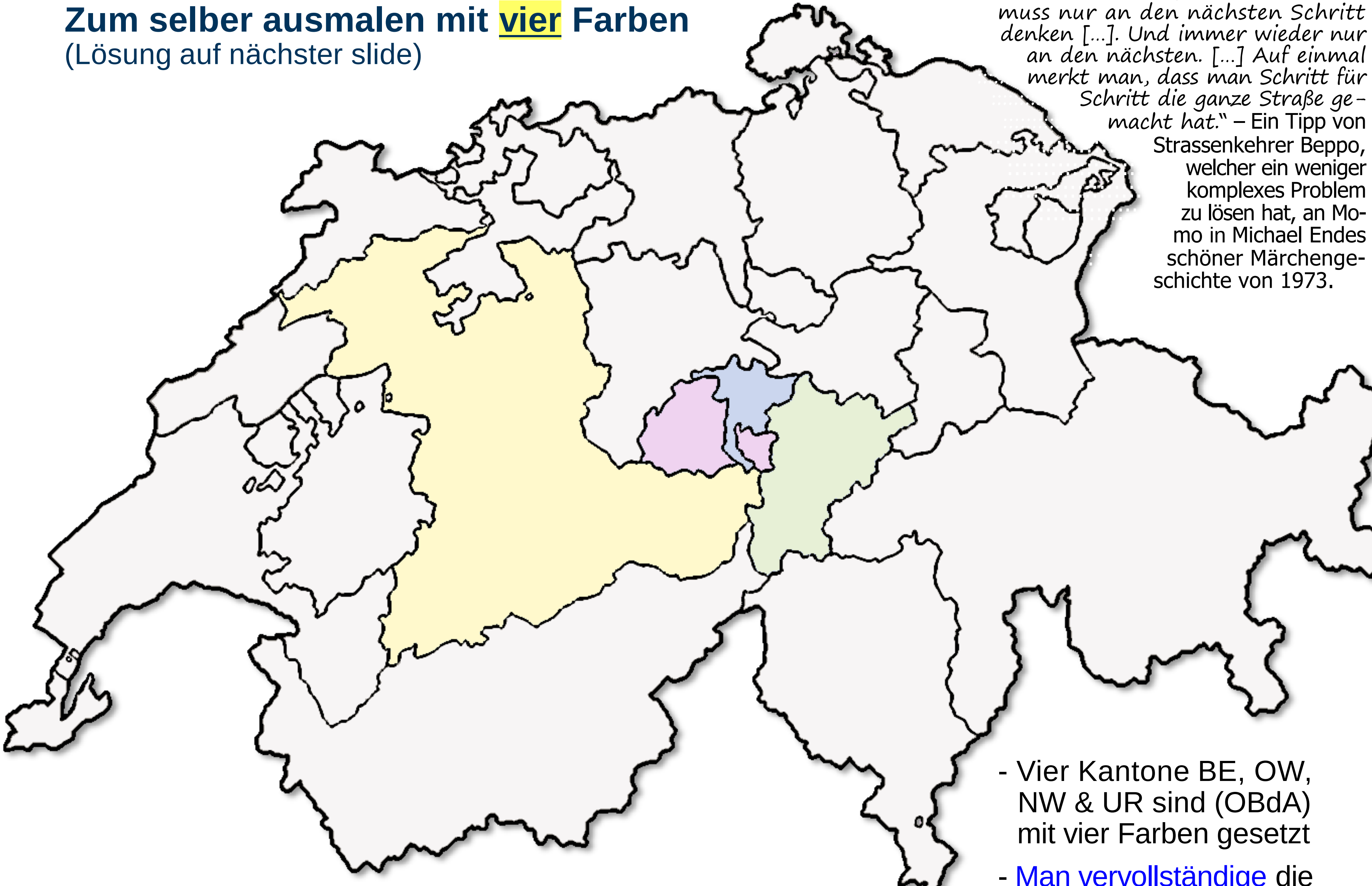
Die Schweizer Kantone in fünf Farben

Das Bundesamt für Statistik hat auch diverse 6-farbige Karten im Angebot

Dass die Schweiz mit fünf Farben (zusätzlich „blau“ für Gewässer) gefärbt werden kann, erkennt man hier [von https://de.wikipedia.org/wiki/Kanton_(Schweiz)]

Zum selber ausmalen mit vier Farben
(Lösung auf nächster slide)

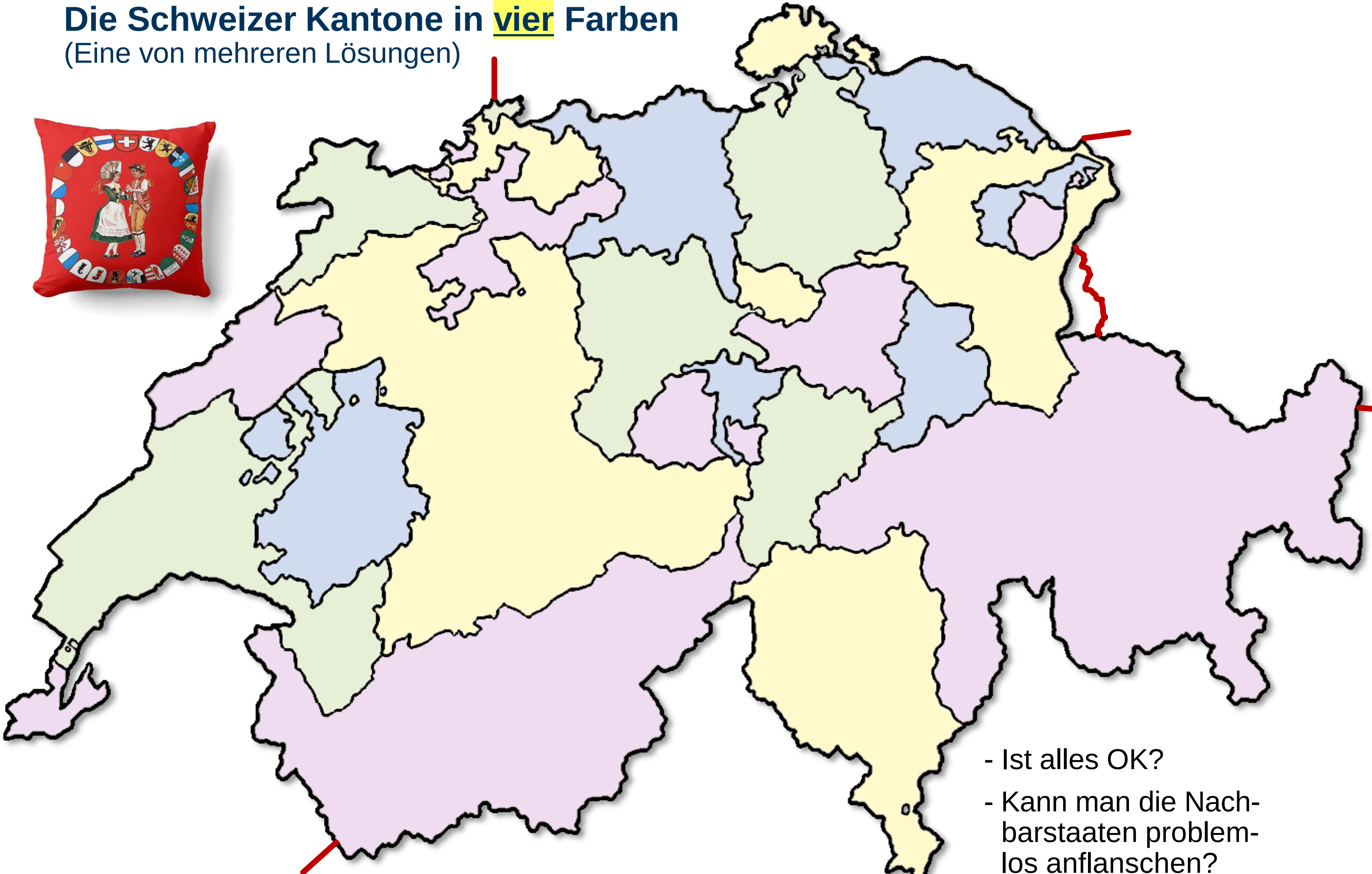
„Man darf nie an die ganze Strasse auf einmal denken, verstehst du? Man muss nur an den nächsten Schritt denken […]. Und immer wieder nur an den nächsten. […] Auf einmal merkt man, dass man Schritt für Schritt die ganze Straße gemacht hat.“ – Ein Tipp von Strassenkehrer Beppo, welcher ein weniger komplexes Problem zu lösen hat, an Momo in Michael Endes schöner Märchengeschichte von 1973.



- Vier Kantone BE, OW, NW & UR sind (OBdA) mit vier Farben gesetzt
- Man vervollständige die Karte (ohne Gewässer)

Die Schweizer Kantone in vier Farben

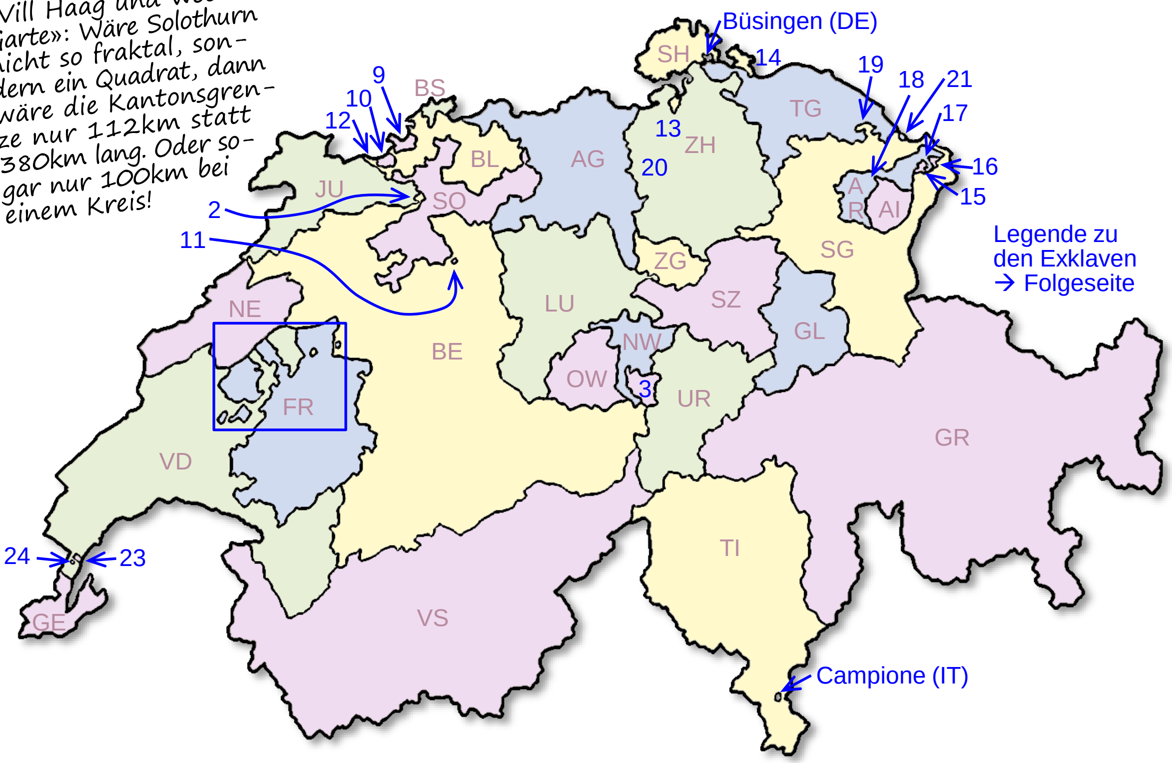
(Eine von mehreren Lösungen)



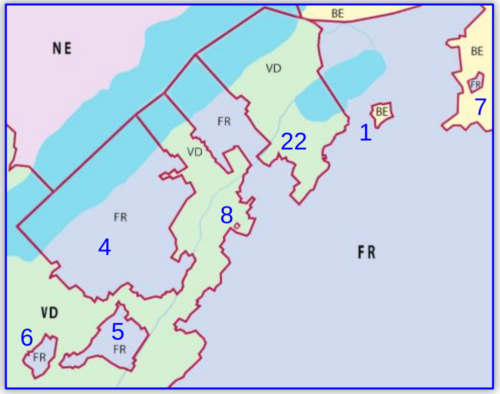
- Ist alles OK?
- Kann man die Nachbarstaaten problemlos anflanschen?

Die Schweizer Kantone und ihre Exklaven

«Vill Haag und weeni Garte»: Wäre Solothurn nicht so fraktal, sondern ein Quadrat, dann wäre die Kantonsgrenze nur 112km statt 380km lang. Oder sogar nur 100km bei einem Kreis!



Hier eine vierfarbige Kantonskarte der Schweiz. Aber ist dabei auch berücksichtigt worden, dass einige Kantone „Exklaven“ haben? Die Situation ist manchmal kompliziert, wie man hier am Neuenburger See sieht:



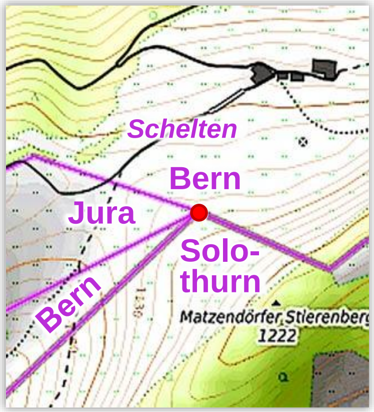
Die Schwierigkeit ergibt sich daraus, dass natürlicherweise alle Gebiete eines Kantons die gleiche Farbe bekommen sollen. Was wir bisher verschwiegen haben: Beim 4-Farben-Satz wird vorausgesetzt, dass jedes Land nur aus einer einzigen Fläche besteht – „verboten“ sind also Exklaven, Inseln, Kolonien und dergleichen. Dass man ansonsten mit vier Farben nicht immer auskommt, zeigt der Kartenausschnitt links mit einem fiktiven Grosskanton UR$^+$, der zu Lasten von Schwyz neu an Luzern grenzt: Die beiden Teile von OW erhalten die gleiche Farbe, NW eine zweite und LU notgedrungen eine dritte. BE stösst an alle drei und benötigt daher eine vierte Farbe. UR$^+$ grenzt nun aber an vier unterschiedlich gefärbte Kantone – eine fünfte Farbe ist zwingend!

Die Schweizer Kantone und ihre Exklaven

Eine dankenswerte Aufgabe wäre eine unabhängige Überprüfung, ob die Schweizer Kantonskarte mit allen derzeitigen 24 Exklaven tatsächlich mit vier Farben färbbar ist. Das Bundesamt für Statistik veröffentlichte 2006 folgende kantonale Exklaven-Liste der Schweiz:

	Kt.	Exklave (Bezirk: Gemeinde)	Fläche (ha)	Einwohner
1.	BE	Laupen: Münchenwiler	250.0	434
2.	BE	Moutier: Schelten	101.4	52
3.	OW	Obwalden: Engelberg	7483.9	3544
4.	FR	Broye: Estavayer (25 Gemeinden)	8659.2	12232
5.	FR	Broye: Surpierre (6 Gemeinden)	1660.4	954
6.	FR	Broye: Vuissens (Estavayer)	560.6	171
7.	FR	See / Lac: Wallenbuch (Gurmels)	136.5	109
8.	FR	Broye: Montagny-les-Monts FR, Tours	0.8	2
9.	SO	Dorneck: Mariastein (5 Gemeinden)	2569.3	7079
10.	SO	Thierstein: Kleinlützel	1629.3	1243
11.	SO	Aeschi / Wasseramt: Steinhof	164.5	143
12.	BL	Laufen: Roggenburg	665.3	235
13.	SH	Schaffhausen: Rüdlingen / Buchberg	1138.5	1393
14.	SH	Stein am Rhein (ganzer Bezirk)	3095.0	4986
15.	AI	AI: Oberegg, Oberegg und St. Anton	936.6	1375
16.	AI	AI: Oberegg, Hirschberg-Büriswilen	531.0	421
17.	AI	AI: Oberegg, Kloster Grimmenstein	0.2	17
18.	AI	AI: Schlatt-Haslen, Kloster Wonnenstein	0.5	14
19.	SG	St. Gallen: Häggenschwil, Raach	10.6	2
20.	AG	Baden: Würenlos, Kloster Fahr	1.8	43
21.	TG	Arbon: Horn	164.4	2421
22.	VD	Avenches (ganzer Bezirk)	5991.1	6294
23.	GE	Genève: Céligny (Dorf)	401.8	56
24.	GE	Genève: Céligny, La Coudre	63.8	32

Die ehemalige deutschsprachige Berner Exklave Clavaleyres (51 Einwohner, nahe dem Murtensee) wurde aus der Liste entfernt, sie fusionierte am 1. Januar 2022 mit dem freiburgischen Murten, das Gebiet ging damit an den Kanton Freiburg über – Bern (und so auch die Schweiz) hatte eine kantonale Exklave weniger!

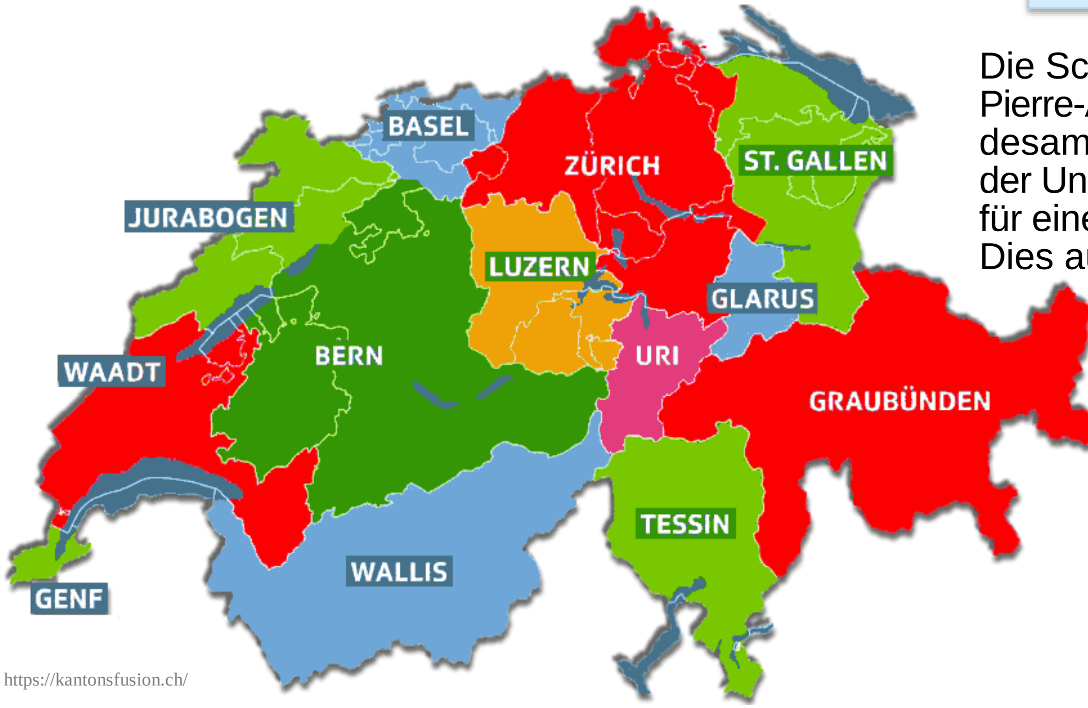


Die Kantone BL sowie Bern fassen Roggenburg (die westlichste Gemeinde des Kantons BL) bzw. Schelten (nördlichste Gemeinde des Kantons BE) übrigens nicht als Exklaven auf, da sie jeweils mit diesen (immerhin!) einen gemeinsamen Punkt haben. Offen ist, ob z.B. im zweiten Fall auch Solothurn oder Jura Anspruch auf den Punkt hätten.

Wie viele Kantone passen auf einen Punkt, ohne sich zu drängen?

Eine neue Schweiz in sechs Neonfarben

> Wie kurzweilig ist es, dass es nicht einen eintönigen Schlag Schweizer, sondern dass es Zürcher und Berner, Graubündner und Basler gibt, und sogar zweierlei Basler! Diese Mannigfaltigkeit in der Einheit, welche Gott uns erhalten möge… – Gottfried Keller



https://kantonsfusion.ch/

Die Schweiz hat 26 Kantone. Sind das zu viele? Pierre-Alain Rumley, ehemaliger Direktor des Bundesamts für Raumentwicklung und Professor an der Universität Neuenburg, setzt sich schon lange für eine Schweiz mit 13 oder nur 9 Kantonen ein. Dies aus Wirtschaftlichkeitsgründen und weil die Ballungszentren sich immer weniger mit den administrativen Räumen decken.

Allerdings haben es Kantonsfusionen nicht einfach, tatsächlich kam noch nie eine zustande: 2002 lehnten beispielsweise die Bevölkerungen von Waadt und Genf den Zusammenschluss ihrer Kantone mit rund 80 Prozent ab, und 2014 lehnte Basel-Landschaft die Wiedervereinigung mit dem (1833 abgetrennten) Kanton Basel-Stadt mit 68% ab.

Wahrscheinlich haben die Planspiele für eine rationale Neustrukturierung der Schweizer Kantonslandschaft daher keine Chancen auf Realisierung; für viele Menschen stellt der Heimatkanton doch den kulturell-identitären Bezugsrahmen dar. Allerdings gibt es auch Kantone, die eher Kunstgebilde sind, wie z.B. der Kanton Aargau. Er ist zwar der viertgrösste Kanton der Schweiz, hat aber kein Zentrum wie beispielsweise Zürich, Basel oder Bern. Der Kanton wurde erst 1803 von Napoleon nach der französischen Eroberung künstlich gebildet; die Bewohner hatten wenig Gemeinsamkeiten und keine gemeinsame Vergangenheit.
Auch heute noch sind die wirtschaftlichen und kulturellen Unterschiede im Aargau gross.
In vielen Neuordnungsszenarien wird er daher auf die Nachbarkantone aufgeteilt.

Aber wie dem auch sei – wieso die im SRF gezeigte Karte mit den vorgeschlagenen 13 neuen Kantonen exakt sechs Farben hat (und nicht z.B. 13 plus evtl. einer weiteren für die Seen), verwundert. Hat dies ästhetische Gründe? Es geht auch mit vier:

Backtracking – Beispiel Spielanalyse

Als letztes Beispiel für eine Backtracking-Anwendung (und gleichzeitig als Überleitung zum nächsten Kapitel) betrachten wir ein einfaches Spiel, das an das NIM-Spiel erinnert: Zwei Spieler starten mit einer gegebenen Menge von Münzen. In jedem Zug darf ein Spieler entweder 3 oder 5 oder 7 Münzen entfernen. Es herrscht Zugzwang; man hat verloren, wenn man nicht mehr ziehen kann.

Ob eine Situation mit n Münzen „gut" ist, also eine Gewinnposition für den Spieler darstellt, der am Zug ist, kann so berechnet werden:

Definition: Mit einem klugen Zug erreicht man aus einer Gewinnposition nach einem beliebigen Gegenzug wieder eine Gewinnposition. Ist kein Gegenzug möglich, hat man gewonnen.

```
boolean gPos(int n) {
  if (n < 3) return false;
  else if (n <= 9) return true;   // Klar, wie ich gewinne!
  else  // Ich gewinne, falls ich Dich durch Wegnahme von 3 oder
        // 5 oder auch 7 Münzen in die Bredouille bringen kann:
        return  !gPos(n-7) || !gPos(n-5) || !gPos(n-3);
}
```

Ist eigentlich jede Situation entweder eine Gewinnposition für den Einen oder für den Anderen? Gibt es kein Niemandsland, keine neutrale Position?

Man beachte, dass „oder" hier mit einem Shortcut-Operator realisiert wird! Es werden nacheinander die möglichen Spielzüge getestet, und nur bei Misserfolg wird der Versuch zurückgezogen und (sofern vorhanden) die nächste der insgesamt drei Möglichkeit getestet. Dieses Verhalten setzt sich in die rekursiven Aufrufe von gPos fort. (Ist eigentlich sichergestellt, dass jeder rekursive Aufruf terminiert?)

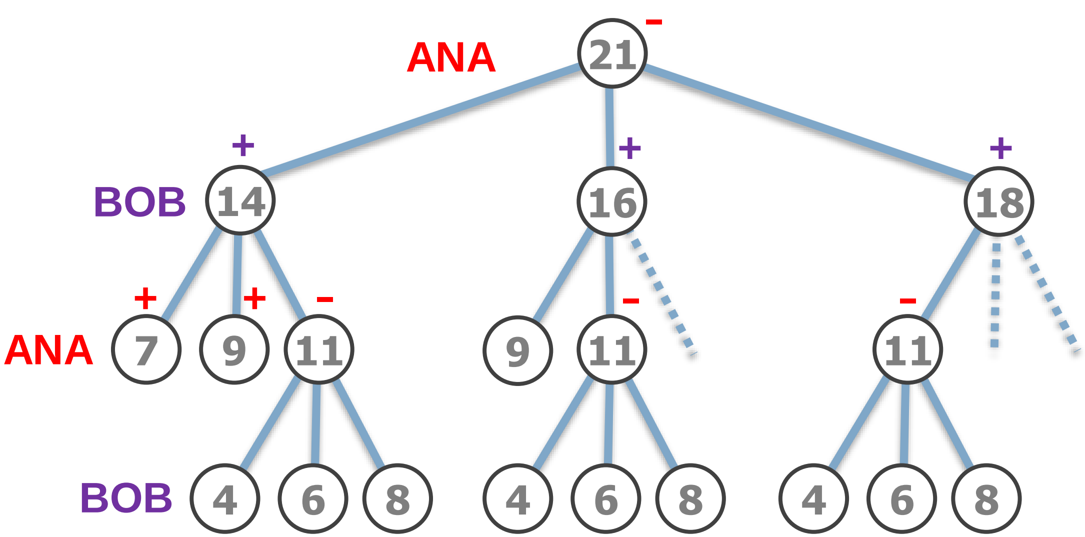
Die Methode gPos ist auch der Kern einer Strategie, um „optimal" zu spielen: Ist man am Zug, wähle man eine Alternative, die in eine Situation s mit gPos(s) == false führt. Wenn eine solche Situation existiert, dann bleibt dem Gegner keine Chance. Gibt es eine solche Situation s nicht, so hat man nur dann eine Chance, wenn der Gegner dumm spielt, also einen strategischen Fehler macht.

Das Beispiel zeigt nochmals eindrücklich, wie schön Backtracking mit Rekursion zusammenhängt; das Vorantasten und Rücksetzen bei Misserfolg geschieht in der Rekursion praktisch automatisch.

[Nach einer Idee von Heinz Peter Gumm und Manfred Sommer im Buch „Einführung in die Informatik".]

Backtracking – Beispiel Spielanalyse (2)

Diskutieren wir ein kleines Beispiel: ANA spielt gegen BOB, sie will gewinnen. ANA ist am Zug und findet 21 Münzen vor. In ihren drei möglichen Zügen kann sie die Situationen 14, 16 oder 18 für Bob erzeugen. Sie fragt sich: Sind alle drei Züge gleich gut / schlecht bzw. gibt es einen besten Zug und welcher wäre das? Sie analysiert zunächst die 14 und versetzt sich dazu geistig in BOBs Lage – wie würde er die 14 analysieren? BOB könnte daraus die Nachfolgesituationen 7, 9 und 11 erzeugen, bei denen jeweils ANA wieder am Zug wäre. 7 und 9 wären eine Gewinnposition für ANA (sie würde einfach 5 bzw. 7 Münzen wegnehmen, sodass BOB nicht mehr ziehen kann), diese beiden Züge sollte BOB in Situation 14 daher meiden, er markiert sie mit „+“ (für ANA!). Aus der 11 kann ANA drei Situationen (für BOB) erzeugen: 4, 6 und 8. Alle drei wären eine Gewinnsituation für BOB, daher ist die 11 für ANA schlecht und wird mit “-“ markiert.



Zurück zur Situation 14 für BOB: Obwohl die Nachfolgesituationen 7 und 9 schlecht für BOB sind, ist 14 gut für ihn, denn er würde dann den Zug zur 11 wählen, was ihm den Sieg garantiert. Also wird die 14 mit „+“ markiert.

Für ANA, die dieses Gedankenspiel macht, ist das dumm – den Zug zur 14 wird sie aus der Situation 21 nicht wählen. Ist einer der beiden anderen Züge, zur 16 bzw. zur 18, besser? Leider nein: immer kann ANA durch BOB in die Situation 11 gebracht werden – wie gerade analysiert, gewinnt dann BOB, egal wie sich ANA in der Situation 11 entscheidet. ANA kommt zum Schluss, dass in Situation 21 alle ihre möglichen Züge zu einer Gewinnposition von BOB führen – sie markiert Situation 21 daher mit einem „-“ als Zeichen dafür, dass 21 eine Verlustposition ist (Denkübung: Man definiere diesen Begriff!).

Backtracking – Beispiel Spielanalyse (3)

Es geht auch iterativ anstatt rekursiv: Für Plätze 1 bis 9 ein boolean array gpos [ ] initial von Hand setzen; dann das array in einer Schleife von 10 an aufwärts füllen.

ANA 21 ?
BOB 14 ?
ANA 7 +
ANA 9 +
ANA 11 ?
BOB 4 +
BOB 6 +
BOB 8 +
ANA 11 -
BOB 14 +
BOB 16 ?
ANA 9 +
ANA 11 ?
BOB 4 +
BOB 6 +
BOB 8 +
ANA 11 -
BOB 16 +
BOB 18 ?
ANA 11 ?
BOB 4 +
BOB 6 +
BOB 8 +
ANA 11 -
BOB 18 +
ANA 21 -

BOB 26 ?
ANA 19 ?
BOB 12 ?
ANA 5 +
ANA 7 +
ANA 9 +
BOB 12 -
ANA 19 +
ANA 21 ?
:::::::::::::::
ANA 21 -
BOB 26 +

In technischer Hinsicht kann man die Methode gPos leicht so instrumentieren, dass der nebenstehende Trace erzeugt wird – es handelt sich um die Darstellung des eben betrachteten Baums in eingerückter Form. Darunter ein zweiter Trace bzw. Baum für eine Ausgangssituation von 26 Münzen (hier mit BOB als anziehenden Spieler). Dieser Trace enthält als Teil (genauer: als Unterbaum) den eben diskutierten Trace „ANA 21", da BOB die Situationen 19, 21 und 23 aus seiner Ausgangssituation erzeugen kann und „ANA 21" somit Teil seiner Analyse ist. Dabei wird schnell klar, dass ANA in Situation 19 den Sieg „erzwingen" kann, indem sie die 19 um 7 auf 12 reduziert. Bob hütet sich also in Situation 26 vor dem Zug zur 19. Dagegen ist der Zug zur 21 günstig für ihn, da die 21 – wie gezeigt – eine Verluststellung für ANA ist.

Interessant ist, dass dies BOB genügt, um die 26 als Gewinnstellung zu erkennen, die 23 braucht nicht analysiert zu werden – sie ist irrelevant, da BOB schon durch den Zug zur Nachfolgesituation 21 auf einem Pfad von Gewinnsituation zu Gewinnsituation verbleiben kann. Wir werden diesen Aspekt im nächsten Kapitel unter dem Begriff „Schnitt" („cut off") systematischer analysieren. Solche Baumschnitte traten auch schon bei der Untersuchung von „ANA 21" auf, sie sind im Bild durch gestrichelte Baumkanten angedeutet. Durch solche Schnitte werden Bäume schlanker, ohne dass für die Zugentscheidung wesentliche Information unbeachtet bliebe – bei gleicher Qualität kann so die Ausgangssituation viel schneller als mit einem „ungestutzten" Baum analysiert werden.

Am Beispiel fällt auch auf, dass manche Teilsituationen mehrfach angetroffen und damit auch mehrfach analysiert werden. Dies ist insbesondere bei diesem etwas künstlichen Spielproblem mit seinem einfachen und kleinen Zustandsraum sehr ineffizient. Aber auch bei Problemen aus der Praxis kann dieses Phänomen auftreten. Falls es stört, kann man erwägen, über bereits analysierte Situationen Buch zu führen und frühere Analyseergebnisse zu übernehmen, wenn eine Situation erneut auftritt.

Resümee des Kapitels

- Backtracking
  - Systematisches Durchmustern eines Problembereichs
  - Relevante Prinzipien: Rekursion; Depth-first-Baumtraversierung

- Beispiele für Backtracking-Probleme:
  - Labyrinth
  - Puzzle
  - n-Damen-Problem

Labyrinthe und das n-Dame-Rätsel sind Spielprobleme; diese kann man alleine und in Ruhe angehen – niemand funkt einem dazwischen. Das ist bei Spielen wie Tic-Tac-Toe oder Schach anders – da nervt ein Gegner, welcher konträr zu den eigenen Interessen agiert. Wie man mit dieser Situation umgeht, betrachten wir im nächsten Kapitel. Das geschickte Explorieren von Entscheidungsbäumen spielt auch hier eine wichtige Rolle. Für die niederländische Post sind das alles Kinderspiele.